

INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES II - ORAL COMMUN

INTITULÉ

Cet oral II de mathématiques dure 1 heure, préparation incluse.

Il porte sur l'ensemble du programme de mathématiques. L'utilisation d'un logiciel de calcul formel peut être demandée dans le cadre du programme d'informatique des classes préparatoires.

OBJECTIFS

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des connaissances au programme de mathématiques de toute la filière (première et deuxième années). Il semble que certains candidats aient « oublié » ce qui a été vu en première année, voire les connaissances de base qui font partie du programme des classes du lycée (seconde, 1^{ère} et Terminale).

C'est aussi d'examiner :

- la capacité d'initiative du candidat,
- son aisance à exposer clairement ses idées et sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances pour résoudre un problème (par la réflexion... et non par la mémorisation de solutions toutes faites) ainsi que sa maîtrise des calculs nécessaires,
- sa faculté à critiquer, éventuellement, les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

Pour la composante « calcul formel », le candidat n'est pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à utiliser cet outil de manière intelligente en utilisant des fonctions de base.

ORGANISATION

Cet oral s'est déroulé dans des conditions identiques aux sessions précédentes. Comme d'habitude, il a eu lieu au centre de Paris de Arts et Métiers ParisTech, Boulevard de l'Hôpital à Paris (13^e).

Les candidats ont deux exercices à résoudre.

Comme les autres années, pour tous les candidats, ces deux exercices se sont répartis de la manière suivante :

- Un exercice « classique » portant sur le programme de mathématiques des deux années de la filière PT, c'est-à-dire sur les programmes PTSI et PT,
- Un exercice « calcul formel », portant sur le même programme mais exigeant l'usage du logiciel de calcul formel (Maple ou Mathematica) dans le cadre du programme d'informatique. Pour cet exercice, les candidats disposent d'un ordinateur, du logiciel adéquat et d'une liste de fonctions et de mots-clé (voir en annexe du rapport de 2010). Ils ont accès à l'aide en ligne du logiciel.

Les candidats avaient à leur disposition les logiciels suivants :

- Maple V version 5,
- Maple 15,
- Mathematica version 9.

On constate assez souvent que les candidats ne savent pas avec quelle version ils ont travaillé dans l'année, ce qui dénote un manque d'intérêt et de sérieux...

Pour les candidats utilisant Maple 15, les examinateurs conseillent fortement de choisir la version *Classic Worksheet* : certes elle est moins esthétique mais, par expérience, ils ont moins de risque de « planter » le logiciel, ce qui est toujours stressant le jour de l'oral. De même, ils leur conseillent d'utiliser la bibliothèque *LinearAlgebra*, plus simple d'utilisation que la bibliothèque *linalg*.

Les exercices posés aux candidats sont classiques et ne font appel à aucune astuce particulière.

COMMENTAIRES

Les erreurs, les comportements et les maladroresses des candidats étant toujours les mêmes, ce rapport reprend l'essentiel des rapports précédents. Quelques exemples particuliers ont été ajoutés pour susciter la curiosité du lecteur régulier.

Certains candidats semblent avoir oublié qu'ils sont à un oral d'un concours recrutant de futurs ingénieurs, c'est-à-dire de futurs cadres supérieurs : on attend d'eux rigueur, expression (écrite et orale) claire, autonomie, capacité d'écoute, réactivité et combativité. Un oral n'est pas un écrit où le candidat est debout au tableau...

Une attitude passive et sans réactions aux sollicitations et aux indications de l'examineur a toujours une conséquence négative importante au niveau de la note finale ; de même, quand le candidat ne tient absolument pas compte des remarques de l'examineur et s'entête dans un raisonnement... qui n'aboutit pas.

Il est conseillé aux candidats de bien lire le sujet : certains perdent du temps à répondre à des questions qui n'étaient pas posées. D'autres – ou les mêmes – donnent l'impression de « jouer la montre » en passant un temps important sur la (ou les) première(s) question(s), en général simple(s), et n'ont donc pas le temps nécessaire pour aborder les questions suivantes, plus intéressantes pour tester leurs connaissances. Cette attitude est évidemment sanctionnée.

Dans de nombreux exercices, un dessin ou un schéma est le bienvenu : peu de candidats y pensent...

Beaucoup d'entre eux ne connaissent pas leur cours. Il est demandé des définitions précises et des énoncés de théorèmes complets. Trop souvent, les candidats se contentent d'une définition floue ou d'une propriété en sus et place de la définition. Par exemple, la définition d'une valeur propre est d'être une racine du polynôme caractéristique et ne correspond à rien d'autre... Autre exemple : on sait qu'une famille de vecteurs est liée quand le déterminant est nul, mais on connaît beaucoup moins bien la définition première...

De nombreux candidats, pour répondre à la question posée, cherchent à « replacer » une solution vue lors d'un exercice au cours de l'année. Les justifications ressemblent alors à des récitations. Il n'y a pas d'analyse du problème et, en conséquence, pas de réflexion sérieuse.

Même si une certaine technicité est indispensable, les examinateurs aimeraient surtout que les candidats comprennent ce qu'ils font et ce que signifient les notions utilisées, ce qui est loin d'être toujours le cas.

Enchaîner des calculs, voire simplement calculé, semble difficile pour certains candidats. Des compétences qui devraient être acquises dans l'enseignement secondaire sont trop souvent inexistantes : par exemple, écrire l'équation d'une droite ou étudier une fonction très simple.

Trop de candidats manquent de logique et de bon sens. Prenons un exemple : pour étudier l'intersection de deux droites d'équation respectivement $A = 0$ et $B = 0$, le candidat résout l'équation $A = B$ et, au vu du résultat exact qu'il trouve pour cette unique équation, ne s'étonne pas spontanément de la non-conformité du résultat avec la réalité...

Les lacunes rencontrées sont toujours les mêmes. On peut citer :

- établir des inégalités et utiliser des encadrements,
- savoir s'il faut utiliser une condition nécessaire ou une condition suffisante,
- démontrer qu'une application est bijective,
- utiliser la formule du binôme,
- calculer dans ou à l'aide des nombres complexes,
- connaître les fonctions trigonométriques et les formules élémentaires (addition, produit),
- calculer un produit matriciel, faire un changement de bases,
- calculer un déterminant simple,
- réduire une matrice,
- calculer un équivalent,
- calculer une dérivée et faire l'étude d'une fonction,
- étudier la convergence d'une série numérique ou d'une intégrale impropre,
- déterminer un rayon de convergence... sans utiliser systématiquement le critère de D'Alembert,
- effectuer un changement de variables dans un calcul de dérivées partielles,
- reconnaître si une équation différentielle est linéaire ou non,
- résoudre une équation différentielle linéaire,
- écrire l'équation d'une droite ou d'un cercle dans le plan,
- écrire l'équation d'une tangente en un point d'un arc paramétré,
- écrire l'équation d'une droite, d'un plan ou d'une sphère dans l'espace...

De manière générale, aborder un exercice de géométrie est toujours aussi difficile pour un très grand nombre de candidats ; le programme actuel de la filière PT contient pourtant une partie non négligeable de géométrie. Par exemple, nombreux sont les candidats qui ne savent pas écrire l'équation d'une tangente ou d'une normale à une courbe plane, voire les confondent. La caractérisation des surfaces pose problème.

De même, les exercices comportant l'utilisation des nombres complexes semblent redoutables pour beaucoup... Cela est le cas aussi sur les exercices d'algèbre linéaire quand il ne s'agit pas d'un simple exercice de calcul... L'algèbre linéaire est pourtant une partie très importante du programme de mathématiques et a de nombreuses utilisations pour un ingénieur.

En analyse, la notion d'équivalent, le calcul et l'utilisation d'un développement limité ne vont pas de soi.

Le chapitre sur les fonctions de plusieurs variables semble être délaissé. La continuité ne semble pas comprise. Calculer une dérivée partielle en un point quand il faut revenir à la définition semble être une activité inconnue pour beaucoup... Le calcul des coefficients de Fourier, bon exemple de calcul d'intégrales, est souvent malmené, sans parler des hypothèses souvent approximatives pour avoir l'égalité entre la fonction et sa série de Fourier.

Les examinateurs apprécient que les candidats utilisent un vocabulaire précis pour nommer leurs actions. D'ailleurs, on remarque souvent que la pauvreté du vocabulaire handicape le candidat pour trouver la fonction adéquate du logiciel dans l'exercice « calcul formel ».

Manifestement, certains candidats découvrent le jour de l'oral la liste de fonctions et de mots-clés.

Elle est pourtant diffusée de manière publique (annexée au rapport de 2010) dans le but que les candidats se l'approprient et s'y retrouvent facilement. On rappelle que cette liste n'est ni exhaustive, ni limitative et qu'elle est fournie aux candidats pour les aider. De moins en moins de candidats consultent l'aide du logiciel, notamment pour vérifier la syntaxe d'une commande. Là aussi, la capacité à chercher une bonne information est un élément positif d'évaluation.

La commande utilisée pour résoudre les équations (`solve` en Maple ou `Solve` en Mathematica) est souvent vue comme une commande « magique » permettant de TOUT résoudre. Il est conseillé d'écrire l'équation ou le système d'équations, de lui donner un nom, de réfléchir aux inconnues avant d'utiliser cette commande. En Mathematica, le jury déconseille l'utilisation de `Reduce`, les candidats ayant ensuite beaucoup de mal à récupérer les résultats.

Les maladresses et les erreurs les plus fréquentes du point de vue « calcul formel » résultent d'une méconnaissance plus ou moins grande de :

- la notion de règle de substitution,
- la manipulation des nombres complexes (`evalc` en Maple et `ComplexExpand` en Mathematica),
- l'usage des opérateurs permettant de passer en arithmétique flottante (`evalf` en Maple et `N` en Mathematica),
- la distinction entre expression et fonction,
- la définition des fonctions,
- la notion de liste (et de séquence en Maple),
- la définition et la manipulation des vecteurs et des matrices,
- la récupération des solutions d'une équation...

Il est fortement conseillé aux candidats de nommer les résultats intermédiaires pour pouvoir les réutiliser : certains candidats utilisent des « copier/coller » pour les réponses, pire les retapent « à la main » pour pouvoir les réutiliser. Une telle attitude est évidemment sanctionnée. Il est intéressant d'avoir une règle pour nommer : par exemple, nombreux sont les candidats qui désignent une matrice par la lettre « a » sans réaliser qu'ils ont déjà utilisé cet identificateur pour un des éléments de la matrice... Ils ont ensuite du mal à comprendre l'origine de leurs problèmes.

Il est dommage que les messages d'erreur donnés par le logiciel soient souvent ignorés.

Peu de candidats savent écrire une procédure, une alternative ou une boucle, compétences clairement au programme d'informatique ; encore moins savent utiliser les constructeurs de séquences ou de listes (`seq` en maple ou `Table` en Mathematica).

Certains ont tendance à « empiler » tous les calculs en une seule instruction ; cette habitude leur est toujours dommageable en cas d'erreurs car ils sont alors incapables de les trouver et donc de les corriger : il est plus efficace de procéder par étapes et de vérifier, à chaque étape, la conformité du résultat avec ce qui est attendu.

Les examinateurs remarquent de grandes disparités entre les candidats sur leur aptitude à utiliser le logiciel. Certains ont un manque visible de pratique : pourtant, conformément au programme, cet apprentissage doit s'échelonner tout au long de l'année.

ANALYSE DES RÉSULTATS

1451 candidats présents, répartis en 9 jurys, ont passé cet oral.

Les résultats sont :

Moyenne	10,62
Écart-type	3,86
Note minimale	1
Note maximale	20

La répartition des notes est la suivante :

$1 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$	$10 < n \leq 12$	$12 < n \leq 14$	$14 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$
97	132	205	262	273	230	166	86

Il a semblé aux examinateurs que le niveau était légèrement inférieur cette année par rapport à l'année dernière. Comme les autres années, les meilleurs candidats (avec une note ≥ 14 pour situer le niveau, soit environ 370 candidats) ont donné l'impression d'avoir assimilé le programme – tout au moins sur les parties sur lesquelles ils ont été interrogés – et d'être à l'aise avec les concepts mathématiques, les techniques de calcul et l'utilisation du logiciel de calcul formel tout en étant dynamiques et réactifs. Quant aux autres, il est toujours à craindre qu'un petit nombre parmi ceux qui intégreront une école aient des difficultés dues à leurs faiblesses en mathématiques.

CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants. Ce sont, bien sûr, toujours les mêmes :

- Travailler de manière régulière tout au long de l'année, y compris dans l'utilisation du logiciel de calcul formel : il doit être utilisé pour illustrer les différentes parties du cours et la compétence attendue ne s'acquiert pas en quelques jours, entre l'écrit et l'oral.
- Étudier soigneusement son cours, connaître les définitions des notions rencontrées et les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice.
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques, comme l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.
- Ne pas faire d'impasse dans le programme, y compris celui de 1^{ère} année... Bien sûr, les compétences rencontrées lors de l'enseignement secondaire doivent être acquises.
- Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
- Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur. Ne pas hésiter à faire un dessin ou un schéma.

- S'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale, et cela sans « jouer la montre », c'est-à-dire en évitant de passer un temps important sur des questions très simples.
- S'entraîner au calcul : par exemple, utiliser les nombres complexes, réduire une matrice 3×3 , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire, donner l'équation d'une droite (d'un plan) passant par deux (trois) points...
- S'habituer à utiliser l'aide du logiciel de calcul formel à bon escient, par exemple pour chercher la syntaxe d'une option particulière. L'utilisation de l'aide ne doit pas servir à masquer une ignorance des connaissances de base.
- Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter s'il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.