

◆

## EPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES I

◆

### I. REMARQUES GÉNÉRALES

L'oral de mathématiques I consiste en une interrogation au tableau sans préparation, d'une durée de 30 minutes.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables.

En ce qui concerne la répartition des exercices, un tiers concerne le programme d'algèbre, un tiers, celui d'analyse, et un tiers, celui de géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé, il porte sur une autre partie du programme.

Le but de cet oral est de juger des connaissances et des capacités mathématiques du candidat.

Afin de juger de la performance de celui-ci, l'examineur prend en compte les éléments suivants (liste non exhaustive) :

- la compréhension du problème posé ;
- les initiatives prises (cerner les difficultés, les nommer, donner des directions pour les surmonter) ;
- la précision du langage et la connaissance précise du cours, la capacité d'envisager différentes méthodes et de réfléchir à leurs utilisations ;
- la justification précise de ce qui est fait ;
- l'organisation et la présentation du tableau, la qualité de l'expression orale.

En fin de planche d'oral, cinq minutes sont réservées à des questions de cours. Parmi les questions posées cette année – entre autres, et toujours très, très classiquement : l'inégalité de Cauchy-Schwarz, la définition d'un produit scalaire, le théorème de Dirichlet, le théorème de Parseval, la convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro, en précisant l'encadrement de la somme et la majoration du reste, la formule de Taylor-Young (et son utilité), la formule de Taylor avec reste intégral (trop méconnue, et que certains candidats ne souhaitent même pas essayer de retrouver), la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction numérique de classe  $C^2$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^2$ , le théorème des accroissements finis, le théorème de convergence radial, la caractérisation d'un endomorphisme diagonalisable à l'aide des dimensions des sous-espaces propres, définition et propriété de la trace, trace d'un projecteur, formules de Frenet (et utilité), suites adjacentes, définition et caractéristiques des isométries, caractérisation des projecteurs, caractérisation des symétries, matrices orthogonales, définition et caractéristiques d'une ellipse, définition et classification des quadriques, définition d'une conique, développements en série entière classiques, continuité/dérivabilité des intégrales dépendant d'un paramètre, classification des isométries vectorielles en dimension 2, ...

La bonne connaissance du cours est prise en compte, de façon non négligeable, dans la note finale attribuée au candidat. Ainsi, des candidats ayant fait une performance très moyenne sur l'exercice, mais ayant répondu parfaitement aux questions de cours, ont pu améliorer leur note. D'autres, de façon très regrettable, ont vu celle-ci diminuer, car ils se sont révélés incapables de répondre aux questions de cours.

Par rapport aux années passées, et en écho à ce qui figurait dans les copies d'écrit, le cours est, trop souvent méconnu. Pire, des pans entiers du programme semblent inconnus des candidats (notamment : les coniques). Beaucoup de candidats pensent pouvoir retrouver des résultats (comme les développements limités usuels, ou les développements en série entière usuels, mais n'y arrivent pas par manque de temps : il n'est pas en effet pas possible de consacrer 15 minutes sur une planche de 30 minutes à ce type de calculs). D'autre part, on note une très grande imprécision sur beaucoup de points : ainsi, la notion d'espace vectoriel, nécessaire dans

certaines exercices, est confondue avec celle de sous-espace vectoriel ; quand le candidat ne se contente pas de dire que « c'est commutatif » et que « cela marche ».

Cette méconnaissance du cours a influé sur la moyenne générale de l'oral, qui est donc plus basse que celle des années précédentes.

Les candidats semblent, globalement, bien préparés à passer sans préparation. Certains sont très à l'aise et très dynamiques à l'oral, ce qui a été très apprécié par l'ensemble des examinateurs. Les candidats sont libres de gérer leur temps de réflexion. Il reste toujours des candidats qui ne semblent pas avoir du tout envie de parler, qui écrivent dans un tout petit coin du tableau, en bas à gauche. C'est très dommageable pour une épreuve orale. On ne peut pas constamment solliciter un candidat pour qu'il explique ce qu'il est en train de faire (comme s'il s'agissait d'une épreuve écrite).

La grande majorité des candidats organise remarquablement bien son tableau, et avec grand soin. C'est, toujours, très apprécié de la part des examinateurs.

Lorsqu'un candidat fait une erreur, ou écrit des choses fausses, l'examineur est en droit de lui demander de corriger. Un candidat « qui sèche » peut tout-à-fait demander à passer à la suite de l'exercice (c'est ce que font les candidats en général). Par contre, l'examineur n'est pas là pour apporter au candidat une correction question par question. De même, l'examineur n'a pas à refaire ni redonner le cours des deux années de classes PT-PTSI.

Nous insistons aussi sur le fait qu'affirmer n'est pas démontrer ; en particulier, et, là encore, en écho à ce que nous avons trouvé dans les copies d'écrit, les pseudo justifications graphiques ne sauraient suffire.

Concernant les exercices de géométrie, les examinateurs se sont étonnés que certains candidats ne pensent pas à faire un dessin ! Il est extrêmement difficile de raisonner de tête, le tableau est là comme support, il doit être utilisé (et pas dans un tout petit coin en bas à gauche, surtout s'il s'agit, pour le candidat, de comprendre).

Nous avons noté, comme à l'écrit, le grand manque d'aisance face à des calculs élémentaires (comme : dérivée d'une fonction simple, racines d'un trinôme du second degré simple, calcul d'un polynôme caractéristique pour une matrice de taille  $3 \times 3$ , etc ...). Les mathématiques sont, d'abord, du calcul, les candidats ne devraient pas bloquer sur ce genre de choses. Certaines vérifications élémentaires ne sont pas faites ... Quant au calcul des dérivées, lorsqu'il s'agit de déterminer le signe d'une expression, nous rappelons qu'il est fort dangereux de travailler sur un calcul non simplifié au préalable (ne serait-ce que pour regrouper les termes de même degré d'un polynôme ...). D'autre part, nous avons été étonnés de voir que certains candidats se contentent, pour déterminer le signe d'une expression, de l'évaluer en une valeur particulière, pour en déduire, par exemple, le sens de variation d'une fonction. Comme les bornes sont, souvent, absentes desdits tableaux, ils ne voient pas les aberrations qui en résultent ...

Enfin, quelques remarques sur le déroulement des planches :

- ✓ le jury rappelle qu'un résultat non justifié ne peut être pris en compte, il est donc normal que l'examineur demande au candidat de démontrer les résultats que celui-ci écrit au tableau, si c'est facile à faire, justement, il n'y a pas de raison que le candidat ne le fasse pas. Il est entièrement normal que l'examineur pose autant de questions que nécessaire au candidat, il s'agit d'une évaluation, que l'on ne peut mener à bien si le candidat laisse de côté certains points essentiels du raisonnement ou de la démonstration, quitte à ce que le temps complet de la planche y soit consacré (hors questions de cours). Certains résultats apparaissent parfois de façon « magique », et ne pourront être pris en compte que s'ils sont justifiés de façon correcte et rigoureuse.
- ✓ Certains candidats se contentent d'écrire les calculs sans spécifier si ce sont des implications ou des équivalences. Lorsqu'on leur pose la question, leur réponse et leurs hésitations montrent que ce n'est pas toujours très clair pour eux.
- ✓ L'oral n'est pas un cours particulier, l'examineur n'a pas à donner de corrigé en fin de planche !

On peut noter plusieurs remarques plus « pratiques » quant au déroulement de l'épreuve pour un nombre significatif de candidats :

- ✓ La présentation et l'utilisation judicieuse du tableau sont des éléments importants dans le déroulement d'une planche d'oral : il faut, tout d'abord, écrire au tableau l'essentiel du sujet ; il est ensuite recommandé de ne pas, au cours de l'épreuve, effacer intempestivement des pans de tableau sans y avoir été invité par l'examineur ; il est souvent arrivé que l'on soit obligé de demander au candidat de réécrire ce qu'il venait d'effacer, car cela s'avérait utile pour traiter la suite de l'exercice.
- ✓ Les candidats ne doivent pas se laisser déstabiliser par une question pouvant sembler « triviale », ou une question de cours durant l'exercice. Ces questions ont souvent pour origine une assertion fautive ou ambiguë, et cherchent à déterminer s'il s'agit d'un simple lapsus, d'une formulation malheureuse, ou d'un problème de compréhension plus profond.
- ✓ Certains candidats (rares heureusement) sont toujours dans une sorte d'affrontement permanent avec l'examineur, en refusant d'admettre leurs erreurs ... Cette attitude leur est préjudiciable, car ils ne semblent se concentrer que sur cela au lieu de poursuivre l'exercice sereinement en se concentrant sur les conseils ou aides fournis par l'examineur.

## II. REMARQUES PARTICULIERES

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Faire ressortir les résultats essentiels au tableau est aussi important pour l'examineur qui essaye de suivre, que pour le candidat qui les retrouvera ensuite plus facilement lorsqu'il en aura à nouveau besoin.

On note une difficulté croissante d'année en année pour traiter des questions abstraites, en algèbre : composition d'applications linéaires, espace vectoriel de polynômes, notion de supplémentaire d'un sous-espace, etc ... On rappelle que les exercices proposés à l'oral ne mettent pas en jeu que du calcul. Ils permettent en particulier de vérifier que les notions fondamentales du programme sont comprises en profondeur.

Concernant l'étude des courbes, le jury a noté, pour cette session, que les candidats étaient beaucoup plus à l'aise qu'auparavant, ce qui a été très apprécié.

Le jury souhaite à nouveau rappeler aux candidats que :

- Les notions d'application linéaire et de fonction ne sont pas interchangeables. Et la valeur en 0, dans le cas d'une application linéaire, ne devrait pas poser de problème ...
- Certains points du programme sont méconnus par une majorité de candidats, comme la formule de Green-Riemann, une formulation précise de l'inégalité de Cauchy-Schwarz, la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables, les sommes de Riemann.
- «  $f(x)$  » n'est pas une fonction, mais un nombre.
- Le théorème de dérivation des intégrales à paramètre semble poser de gros problèmes de compréhension à beaucoup de candidats.
- « On a que » n'est pas une expression correcte, et même si les mathématiques ne sont pas une matière littéraire, on attend un raisonnement bien formulé.

- Il ne faut pas répondre à une demande de définition, par « par exemple .... »

### III. CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables.

Ceci dit, l'oral n'est pas une leçon de mathématiques, et si l'examineur est toujours content d'apprendre des choses au candidat, le but n'est pas de refaire ce qui a été vu pendant l'année ...

Pour terminer, quelques remarques d'ordre non mathématique, mais plutôt de présentation.

La première remarque concerne l'écriture au tableau. Concernant certains candidats, c'est parfois illisible tant c'est écrit petit.

La durée de l'oral permet de répondre à de nombreuses questions. Il est inutile de se presser, de regarder sans cesse sa montre, de répondre du tac au tac : c'est rarement efficace.

Le jury tient aussi à souligner que faire des dessins pour essayer de comprendre ce qui se passe est une qualité.

Enfin, être impressionné par une épreuve comme celle-ci est normal. L'examineur en a conscience, et fait toujours son possible pour tenter de réduire le stress du candidat. Mais seul un entraînement régulier au cours des années de préparation peut permettre à un candidat d'avoir l'assurance nécessaire pour exposer au mieux ses compétences et les faire apprécier.

*Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.*