

## MATHÉMATIQUES - ORAL II

### INTITULÉ :

Cet oral II de mathématiques dure 1 heure, préparation incluse.

Il porte sur l'ensemble du programme de mathématiques. L'utilisation d'un logiciel de calcul formel peut être demandée dans le cadre du programme d'informatique des classes préparatoires.

### OBJECTIFS :

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des connaissances au programme de mathématiques de toute la filière (première et deuxième années). Il semble que certains candidats aient « oublié » ce qui a été vu en première année, voire les connaissances de base qui font partie du programme des classes du lycée (seconde, 1<sup>ère</sup> et Terminale).

C'est aussi d'examiner :

- la capacité d'initiative du candidat,
- son aisance à exposer clairement ses idées et sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances pour résoudre un problème (par la réflexion... et non par la mémorisation de solutions toutes faites) ainsi que sa maîtrise des calculs nécessaires,
- sa faculté à critiquer, éventuellement, les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

Pour la composante « calcul formel », le candidat n'est pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à utiliser cet outil de manière intelligente en utilisant des fonctions de base.

### ORGANISATION :

Cet oral s'est déroulé dans des conditions identiques aux sessions précédentes. Comme d'habitude, il a eu lieu au centre de Paris de Arts et Métiers ParisTech, Boulevard de l'Hôpital à Paris (13<sup>e</sup>).

Les candidats ont deux exercices à résoudre.

Comme les autres années, pour l'immense majorité des candidats, ces deux exercices se sont répartis de la manière suivante :

- Un exercice « classique » portant sur le programme de mathématiques des deux années de la filière PT, c'est-à-dire sur les programmes PTSI et PT,
- Un exercice « calcul formel », portant sur le même programme mais exigeant l'usage du logiciel de calcul formel (Maple ou Mathematica) dans le cadre du programme d'informatique. Pour cet exercice, les candidats disposent d'un ordinateur, du logiciel adéquat et d'une liste de fonctions et de mots-clé (voir en annexe du rapport de 2010). Ils ont accès à l'aide en ligne du logiciel.

Comme annoncé, les candidats avaient à leur disposition les logiciels suivants :

- Maple V version 5,
- Maple 15,
- Mathematica version 8.

Les examinateurs conseillent aux candidats utilisant Maple 15 de choisir la version *Classic Worksheet* et d'utiliser la bibliothèque *LinearAlgebra*, plus simple d'utilisation que la bibliothèque *linalg*.

Les exercices posés aux candidats sont classiques et ne font appel à aucune astuce particulière. Ils ne nécessitent que l'application raisonnée – et souvent directe – de théorèmes du programme. Lorsque un théorème clairement hors-programme est utilisé par un candidat, des explications complémentaires, voire une démonstration, peuvent lui être demandées : le jury déconseille donc aux candidats l'utilisation de tels théorèmes.

Il n'y a, bien sûr, aucun rapport entre l'écrit et l'oral : les examinateurs n'ont pas en leur possession les notes des écrits de mathématiques des candidats et un exercice posé lors de l'oral peut très bien concerner une partie du programme qui a déjà été sollicitée lors d'une épreuve d'écrit.

## COMMENTAIRES :

Certains candidats semblent avoir oublié qu'ils sont à un oral d'un concours recrutant de futurs ingénieurs, c'est-à-dire de futurs cadres supérieurs : on attend d'eux rigueur, expression (écrite et orale) claire, autonomie, capacité d'écoute, réactivité et combativité.

Une attitude passive et sans réactions aux sollicitations et aux indications de l'examineur a toujours une conséquence négative importante au niveau de la note finale ; de même, quand le candidat ne tient absolument pas compte des remarques de l'examineur et s'entête dans un raisonnement... qui n'aboutit pas.

Il est conseillé aux candidats de bien lire le sujet : certains perdent du temps à répondre à des questions qui n'étaient pas posées. D'autres – ou les mêmes – donnent l'impression de « jouer la montre » en passant un temps important sur la (ou les) première(s) question(s), en général simple(s), et n'ont donc pas le temps nécessaire pour aborder les questions suivantes, plus intéressantes pour tester leurs connaissances. Cette attitude est évidemment sanctionnée.

Dans de nombreux exercices, un dessin ou un schéma est le bienvenu : peu de candidats y pensent...

Beaucoup d'entre eux ne connaissent pas leur cours : certaines définitions posent problèmes (par exemple : valeur et vecteur propres, bijection, automorphisme orthogonal, rotation, symétrie...), les hypothèses précises des théorèmes ne sont pas connues (par exemple : théorème de Dirichlet, condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité, théorèmes de continuité et de dérivabilité pour une intégrale à paramètre,...) même quand les théorèmes sont admis.

De nombreux candidats, pour répondre à la question posée, cherchent à « replacer » une solution vue lors d'un exercice au cours de l'année. Les justifications ressemblent alors à des récitations. Il n'y a pas d'analyse du problème et, en conséquence, pas de réflexion sérieuse.

Même si une certaine technicité est indispensable, les examinateurs aimeraient surtout que les candidats comprennent ce qu'ils font et ce que signifient les notions utilisées, ce qui est loin d'être toujours le cas.

Enchaîner des calculs, voire simplement calculer, semble difficile pour certains candidats. Des compétences qui devraient être acquises dans l'enseignement secondaire sont trop souvent inexistantes : par exemple, écrire l'équation d'une droite ou étudier une fonction très simple.

Les lacunes rencontrées sont toujours les mêmes. Beaucoup trop de candidats hésitent, se trompent, voire ne savent pas quoi faire quand il s'agit d'utiliser des « savoir-faire » de base. On peut citer :

- établir des inégalités et utiliser des encadrements,
- savoir s'il faut utiliser une condition nécessaire ou une condition suffisante,
- démontrer qu'une application est bijective,
- utiliser la formule du binôme,
- calculer dans ou à l'aide des nombres complexes,
- connaître les fonctions trigonométriques et les formules élémentaires (addition, produit),
- calculer un produit matriciel, faire un changement de bases,
- calculer un déterminant simple,
- réduire une matrice,
- calculer un équivalent,
- calculer une dérivée et faire l'étude d'une fonction,
- étudier la convergence d'une série numérique ou d'une intégrale impropre,
- déterminer un rayon de convergence... sans utiliser systématiquement le critère de D'Alembert,
- effectuer un changement de variables dans un calcul de dérivées partielles,
- reconnaître si une équation différentielle est linéaire ou non,
- résoudre une équation différentielle linéaire,
- écrire l'équation d'une droite ou d'un cercle dans le plan,
- écrire l'équation d'une tangente en un point d'un arc paramétré,
- écrire l'équation d'une droite, d'un plan ou d'une sphère dans l'espace...

De manière générale, aborder un exercice de géométrie est difficile pour un très grand nombre de candidats ; le programme de la filière PT contient pourtant une partie non négligeable de géométrie. Par exemple, nombreux sont ceux qui ne savent pas écrire l'équation d'une tangente ou d'une normale à une courbe plane, voire les confondent. La caractérisation des surfaces pose problème.

De même, les exercices comportant l'utilisation des nombres complexes semblent redoutables pour beaucoup... Cela est le cas aussi sur les exercices d'algèbre linéaire quand il ne s'agit pas d'un simple exercice de calcul... L'algèbre linéaire est pourtant une partie très importante du programme de mathématiques et a de nombreuses utilisations pour un ingénieur.

En analyse, la notion d'équivalent, le calcul et l'utilisation d'un développement limité ne vont pas de soi.

Le chapitre sur les fonctions de plusieurs variables semble être délaissé. La continuité ou la dérivabilité des intégrales à paramètre pose beaucoup de problèmes aux candidats quant à la compréhension des hypothèses demandées. De même, le calcul des coefficients de Fourier est souvent malmené, sans parler des hypothèses souvent approximatives pour avoir l'égalité entre la fonction et sa série de Fourier.

Les examinateurs apprécient que les candidats utilisent un vocabulaire précis pour nommer leurs actions. D'ailleurs, on remarque souvent que la pauvreté du vocabulaire handicape le candidat pour trouver la fonction adéquate du logiciel dans l'exercice « calcul formel ». Les « fonctions » pour résoudre les équations, algébriques ou différentielles, sont ainsi souvent confondues.

Manifestement, certains candidats découvrent le jour de l'oral la liste de fonctions et de mots-clés. Elle est pourtant diffusée de manière publique (annexée au rapport de 2010) dans le but que les candidats se l'approprient et s'y retrouvent facilement. On rappelle que cette liste n'est ni exhaustive, ni limitative et qu'elle est fournie aux candidats pour les aider.

La commande utilisée pour résoudre les équations (solve en Maple ou Solve en Mathematica) est souvent vue comme une commande « magique » permettant de TOUT résoudre. Il est conseillé d'écrire l'équation ou le système d'équations, de lui donner un nom, de réfléchir aux inconnues avant d'utiliser cette commande. En Mathematica, le jury déconseille l'utilisation de Reduce, les candidats ayant ensuite beaucoup de mal à récupérer les résultats.

Les maladresses et les erreurs les plus fréquentes du point de vue « calcul formel » résultent d'une méconnaissance plus ou moins grande de :

- la notion de règle de substitution,
- la manipulation des nombres complexes (evalc en Maple et ComplexExpand en Mathematica),
- l'usage des opérateurs permettant de passer en arithmétique flottante (evalf en Maple et N en Mathematica),
- la distinction entre expression et fonction,
- la définition des fonctions,
- la notion de liste (et de séquence en Maple),
- la définition et la manipulation des vecteurs et des matrices,
- la récupération des solutions d'une équation...

Il est fortement conseillé aux candidats de nommer les résultats intermédiaires pour pouvoir les réutiliser : certains candidats utilisent des « copier/coller » pour les réponses, pire les retapent « à la main » pour pouvoir les réutiliser. Une telle attitude est évidemment sanctionnée. Il est intéressant d'avoir une règle pour nommer : par exemple, nombreux sont les candidats qui désignent une matrice par la lettre « a » sans réaliser qu'ils ont déjà utilisé cet identificateur pour un des éléments de la matrice... Ils ont ensuite du mal à comprendre l'origine de leurs problèmes. Il est dommage que les messages d'erreur donnés par le logiciel soient souvent ignorés.

Peu de candidats savent écrire une procédure ou une boucle, compétences clairement au programme d'informatique ; encore moins savent utiliser les constructeurs de séquences ou de listes (seq en maple ou Table en Mathematica).

Certains ont tendance à « empiler » tous les calculs en une seule instruction ; cette habitude leur est toujours dommageable en cas d'erreurs car ils sont alors incapables de les trouver et donc de les corriger : il est plus efficace de procéder par étapes et de vérifier, à chaque étape, la conformité du résultat avec ce qui est attendu.

Les examinateurs remarquent de grandes disparités entre les candidats sur leur aptitude à utiliser le logiciel. Certains ont un manque visible de pratique : pourtant, conformément au programme, cet apprentissage doit s'échelonner tout au long de l'année.

## ANALYSE DES RÉSULTATS :

1391 candidats présents, répartis en 9 jurys, ont passé cet oral.

Les résultats sont :

Moyenne	10,97
Écart-type	3,95
Note minimale	1
Note maximale	20

La répartition des notes est la suivante :

$1 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$	$10 < n \leq 12$	$12 < n \leq 14$	$14 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$
80	134	171	240	244	246	164	112

Il a semblé aux examinateurs que le niveau était légèrement supérieur cette année par rapport aux années antérieures. Les meilleurs candidats (avec une note  $\geq 14$  pour situer le niveau, soit environ 400 candidats cette année) ont donné l'impression d'avoir assimilé le programme – tout au moins sur les parties sur lesquelles ils ont été interrogés – et d'être à l'aise avec les concepts mathématiques, les techniques de calcul et l'utilisation du logiciel de calcul formel tout en étant dynamiques et réactifs. Quant aux autres, il est toujours à craindre qu'un petit nombre parmi ceux qui intégreront une école aient des difficultés dues à leurs faiblesses en mathématiques.

## CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS :

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants. Ce sont, bien sûr, toujours les mêmes :

- Travailler de manière régulière tout au long de l'année, y compris dans l'utilisation du logiciel de calcul formel : il doit être utilisé pour illustrer les différentes parties du cours et la compétence attendue ne s'acquiert pas en quelques jours, entre l'écrit et l'oral.
- Étudier soigneusement son cours, connaître les définitions des notions rencontrées et les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice.
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques, comme l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.
- Ne pas faire d'impasse dans le programme, y compris celui de 1<sup>ère</sup> année... Bien sûr, les compétences rencontrées lors de l'enseignement secondaire doivent être acquises.
- Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
- Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur. Ne pas hésiter à faire un dessin ou un schéma.
- S'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale, et cela sans « jouer la montre », c'est-à-dire en évitant de passer un temps important sur des questions très simples.
- S'entraîner au calcul : par exemple, utiliser les nombres complexes, réduire une matrice  $3 \times 3$ , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire, donner l'équation d'une droite (d'un plan) passant par deux (trois) points...
- S'habituer à utiliser l'aide du logiciel de calcul formel à bon escient, par exemple pour chercher la syntaxe d'une option particulière. L'utilisation de l'aide ne doit pas servir à masquer une ignorance des connaissances de base.
- Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter s'il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.