

◆

## EPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES I

◆

### I. REMARQUES GÉNÉRALES

A partir de cette année, l'oral de mathématiques I consistait en une interrogation au tableau sans préparation, d'une durée de 30 minutes.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables.

En ce qui concerne la répartition des exercices, un tiers concerne le programme d'algèbre, un tiers, celui d'analyse, et un tiers, celui de géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé, il porte sur une autre partie du programme.

L'oral consiste en un dialogue entre le candidat et l'examinateur. Le rôle de ce dernier est de juger des connaissances et des capacités mathématiques du candidat.

Afin de juger de la performance de celui-ci, l'examinateur prend en compte les éléments suivants (liste non exhaustive) :

- la compréhension du problème posé ;
- les initiatives prises (cerner les difficultés, les nommer, donner des directions pour les surmonter) ;
- la précision du langage et la connaissance précise du cours, la capacité d'envisager différentes méthodes et de réfléchir à leurs utilisations ;
- la justification précise de ce qui est fait ;
- l'organisation et la présentation du tableau, la qualité de l'expression orale.

En fin de planche d'oral, cinq minutes sont réservées à des questions de cours. Parmi les questions posées cette année – entre autres, et très classiquement : l'inégalité de Cauchy-Schwarz, la définition d'un produit scalaire, le théorème de Dirichlet, le théorème de Parseval, la convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro, en précisant l'encadrement de la somme et la majoration du reste, la formule de Taylor-Young (et son utilité), la formule de Taylor avec reste intégral, la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction numérique de classe  $C^2$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^2$ , le théorème des accroissements finis, le théorème de convergence radial, la caractérisation d'un endomorphisme diagonalisable à l'aide des dimensions des sous-espaces propres, définition et propriété de la trace, trace d'un projecteur, formules de Frenet (et utilité), suites adjacentes, définition et caractéristiques des isométries, caractérisation des projecteurs, caractérisation des symétries, matrices orthogonales, définition et caractéristiques d'une ellipse, définition et classification des quadriques, définition d'une conique, développements en série entière classiques, continuité/dérivabilité des intégrales dépendant d'un paramètre, classification des isométries vectorielles en dimension 2, ...

La bonne connaissance du cours est prise en compte, de façon non négligeable, dans la note finale attribuée au candidat. Ainsi, des candidats ayant fait une performance très moyenne sur l'exercice, mais ayant répondu parfaitement aux questions de cours, ont pu améliorer leur note. D'autres, de façon très regrettable, ont vu celle-ci diminuer, car ils se sont révélés incapables de répondre aux questions de cours.

Par rapport à l'an passé, les candidats ont fait un effort très notable sur le cours, qui apparaît comme beaucoup mieux su globalement. Cette meilleure connaissance se traduit par une légère augmentation de la moyenne générale.

Le fait que l'oral soit sans préparation a visiblement inquiété un certain nombre de candidats. Pourtant, l'oral de Mathématiques II, passé par l'ensemble des candidats, est lui aussi sans préparation, ce qui ne semble poser aucun problème aux candidats. A chacun, nous avons à chaque fois précisé que l'on n'attendait, en aucun cas, de réponse immédiate aux questions posées. En début de planche, nous avons laissé un temps de réflexion aux candidats, avant de les laisser proposer une réponse. Certains ont souhaité commencer immédiatement, il a parfois fallu insister pour qu'ils prennent vraiment le temps nécessaire afin de se donner les moyens de donner une réponse correcte. D'autres, a contrario, ne semblaient pas avoir du tout envie de parler, ce qui est extrêmement dommageable pour une épreuve orale. On ne peut pas constamment solliciter un candidat pour qu'il explique ce qu'il est en train de faire (comme s'il s'agissait d'une épreuve écrite).

La grande majorité des candidats organise bien son tableau, et avec soin. En revanche, très souvent quand l'examineur signale une erreur (de calcul ou de raisonnement), les candidats ont tendance à vouloir instantanément effacer les lignes correspondantes.

On peut imaginer que l'idée sous-jacente est qu'une erreur effacée pourrait être oubliée. Il n'en est évidemment rien. En revanche, lorsqu'il s'agit d'erreurs bénignes (un mauvais signe, oubli d'un terme en développant un calcul, etc ...) le candidat perd un temps précieux à devoir réécrire de longues lignes de calcul, là où rajouter un signe « moins » ou un terme à la formule qu'il vient d'effacer aurait suffi.

Pour aider certains candidats bloqués sur une question à avancer dans l'exercice, l'examineur peut proposer une indication. Certains candidats ont, de façon surprenante, rétorqué que « cela n'aboutissait pas » à la suggestion de l'examineur, alors qu'ils n'avaient fait aucune tentative pour faire ledit calcul ...

Dans la plupart des cas où le candidat restait bloqué sur l'exercice donné, afin de ne pas le laisser dans l'incapacité de traiter quoi que ce soit, le jury a proposé un nouvel exercice, en général très simple, portant sur une autre partie du programme, et faisant appel à des connaissances et techniques élémentaires (Cf plus haut, diagonalisation de matrices  $3 \times 3$ , développements limités, calculs de déterminants). Il est à noter que, dans la très grande majorité des cas, les candidats en question se sont révélés incapables de traiter correctement ce qui leur avait été proposé en remplacement.

Enfin, quelques remarques sur le déroulement des planches :

- ✓ le jury rappelle qu'un résultat non justifié ne peut être pris en compte, il est donc normal que l'examineur demande au candidat de démontrer les résultats que celui-ci écrit au tableau, si c'est facile à faire, justement, il n'y a pas de raison que le candidat ne le fasse pas. Il est entièrement normal que l'examineur pose autant de questions que nécessaire au candidat, il s'agit d'une évaluation, que l'on ne peut mener à bien si le candidat laisse de côté certains points essentiels du raisonnement ou de la démonstration, quitte à ce que le temps complet de la planche y soit consacré (hors questions de cours). Certains résultats apparaissent parfois de façon « magique », et ne pourront être pris en compte que s'ils sont justifiés de façon correcte et rigoureuse.
- ✓ Certains candidats se contentent d'écrire les calculs sans spécifier si ce sont des implications ou des équivalences. Lorsqu'on leur pose la question, leur réponse et leurs hésitations montrent que ce n'est pas toujours très clair pour eux.
- ✓ L'oral n'est pas un cours particulier, l'examineur n'a pas à donner de corrigé en fin de planche !
- ✓ Le jury n'est pas responsable si, soi-disant « le candidat n'a pas eu de cours de maths en première année », etc, etc ..., ou, encore, si le candidat se dit « déstabilisé », « perturbé » parce que, face à sa non connaissance du cours ou son blocage complet sur l'exercice donné, l'examineur lui a proposé un autre exercice, qui porte toujours sur une autre partie du programme, et est toujours très simple.

Les exercices posés à l'oral n'ayant pas tous la même longueur, si le candidat termine son exercice rapidement, l'examineur pourra lui en proposer un deuxième. Même s'il s'agit alors d'un exercice « sans préparation », ce n'est pas pour autant que l'examineur attend une réponse « du tac au tac ». Il est normal que le candidat prenne quelques minutes pour réfléchir à l'énoncé qui lui est proposé. Toute question du candidat pour éventuellement clarifier l'énoncé ou s'assurer qu'il est bien compris est bienvenue. On n'insistera jamais assez sur la nécessité de prendre le temps de la réflexion, sans se lancer immédiatement dans des calculs souvent inutiles.

On peut noter plusieurs remarques plus « pratiques » quant au déroulement de l'épreuve pour un nombre significatif de candidats :

- ✓ La présentation et l'utilisation judicieuse du tableau sont des éléments importants dans le déroulement d'une planche d'oral : il faut, tout d'abord, écrire au tableau l'essentiel du sujet ; il est ensuite recommandé de ne pas, au cours de l'épreuve, effacer intempestivement des pans de tableau sans y avoir été invité par l'examineur ; il est souvent arrivé que l'on soit obligé de demander au candidat de réécrire ce qu'il venait d'effacer, car cela s'avérait utile pour traiter la suite de l'exercice.
- ✓ Les candidats ne doivent pas se laisser déstabiliser par une question pouvant sembler « triviale », ou une question de cours durant l'exercice. Ces questions ont souvent pour origine une assertion fautive ou ambiguë, et cherchent à déterminer s'il s'agit d'un simple lapsus, d'une formulation malheureuse, ou d'un problème de compréhension plus profond.
- ✓ Certains candidats (rares heureusement) sont toujours dans une sorte d'affrontement permanent avec l'examineur, en refusant d'admettre leurs erreurs ... Cette attitude leur est préjudiciable, car ils ne semblent se concentrer que sur cela au lieu de poursuivre l'exercice sereinement en se concentrant sur les conseils ou aides fournis par l'examineur.

## II. REMARQUES PARTICULIERES

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Faire ressortir les résultats essentiels au tableau est aussi important pour l'examineur qui essaye de suivre, que pour le candidat qui les retrouvera ensuite plus facilement lorsqu'il en aura à nouveau besoin.

La réduction des endomorphismes a semblé cette année bien maîtrisée.

On note toutefois une difficulté plus prononcée que les années précédentes pour traiter des questions abstraites notamment en algèbre (composition d'applications linéaires, espace vectoriel de polynômes, notion de supplémentaire d'un sous-espace, etc), en corrélation avec les résultats de l'épreuve A. On rappelle que les exercices proposés à l'oral ne mettent pas en jeu que du calcul. Ils permettent en particulier de vérifier que les notions fondamentales du programme sont comprises en profondeur. Ces mêmes questions « abstraites » sont aussi visiblement, pour les candidats, source d'inquiétude, et ont tendance à les affoler.

Étrangement, le calcul de déterminant semble avoir bloqué plusieurs candidats, même lorsqu'il s'agit d'une matrice de taille  $3 \times 3$ . Il est très raisonnable de prendre le temps de considérer toutes les méthodes possibles dans le but d'obtenir un polynôme caractéristique factorisé mais il ne faudrait pas non plus y consacrer la moitié du temps d'oral !

En géométrie, les candidats ne sont pas tous à l'aise avec les représentations spatiales, et la manipulation des coordonnées sphériques. En outre, la géométrie plane « classique » apparaît comme étant beaucoup plus difficile pour eux, les connaissances de base ne sont pas toujours assimilées, de même qu'une manipulation rigoureuse des angles (égalité d'angles, mesures, orientation à prendre en compte).

Concernant, comme l'an passé, l'étude des courbes, le jury rappelle qu'il est aventureux de vouloir tracer la courbe étudiée sans avoir, au préalable, un tableau de variations, et étudié les branches infinies.

Cela dit, le jury a apprécié, dans d'autres cas, des représentations graphiques très propres et très précises.

Le jury souhaite à nouveau rappeler aux candidats que :

- Les notions d'application linéaire et de fonction ne sont pas interchangeables. Et la valeur en 0, dans le cas d'une application linéaire, ne devrait pas poser de problème ...
- Le calcul de l'inverse d'une matrice de taille  $2 \times 2$  ne doit pas nécessiter des calculs abusivement longs.
- Certains points du programme sont méconnus par une majorité de candidats, comme la formule de Green-Riemann, une formulation précise de l'inégalité de Cauchy-Schwarz, la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables.
- «  $f(x)$  » n'est pas une fonction, mais un nombre.
- Pour le théorème de dérivation des intégrales à paramètre, l'hypothèse de domination est trop souvent mal comprise.
- « On a que » n'est pas une expression correcte, et même si les mathématiques ne sont pas une matière littéraire, on attend un raisonnement bien formulé.

### III. CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables.

Ceci dit, l'oral n'est pas une leçon de mathématiques, et si l'examineur est toujours content d'apprendre des choses au candidat, le but n'est pas de refaire ce qui a été vu pendant l'année ...

Pour terminer, quelques remarques d'ordre non mathématique, mais plutôt de présentation.

La première remarque concerne l'écriture au tableau. Concernant certains candidats, c'est parfois illisible tant c'est écrit petit.

La durée de l'oral permet de répondre à de nombreuses questions. Il est inutile de se presser, de regarder sans cesse sa montre, de répondre du tac au tac : c'est rarement efficace.

Le jury tient aussi à souligner que faire des dessins pour essayer de comprendre ce qui se passe est une qualité.

Enfin, être impressionné par une épreuve comme celle-ci est normal. L'examineur en a conscience, et fait toujours son possible pour tenter de réduire le stress du candidat. Mais seul un entraînement régulier au cours des années de préparation peut permettre à un candidat d'avoir l'assurance nécessaire pour exposer au mieux ses compétences et les faire apprécier.

*Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.*