

## INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES II - ORAL COMMUN

Durée 1 heure, préparation incluse

### INTITULÉ

Cet oral II de mathématiques dure 1 heure, préparation incluse.

Il porte sur l'ensemble du programme de mathématiques. L'utilisation d'un logiciel de calcul formel peut être demandée dans le cadre du programme d'informatique des classes préparatoires.

### OBJECTIFS

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des notions au programme de mathématiques de la filière (première et deuxième années).

C'est aussi d'examiner :

- la capacité d'initiative du candidat,
- sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances pour résoudre un problème et à maîtriser les calculs nécessaires,
- sa faculté à critiquer éventuellement les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

Pour la composante « calcul formel », le candidat n'est pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à utiliser cet outil de manière intelligente en utilisant des fonctions de base.

### ORGANISATION

Cet oral s'est déroulé dans des conditions identiques aux sessions précédentes. Comme d'habitude, il a eu lieu au centre de Paris de Arts et Métiers ParisTech, Boulevard de l'Hôpital à Paris (13<sup>e</sup>).

Les candidats ont deux exercices à résoudre.

Comme les autres années, ces deux exercices se sont répartis de la manière suivante :

- Un exercice « classique » portant sur le programme de mathématiques,
- Un exercice « calcul formel », portant sur le même programme mais exigeant l'usage d'un logiciel de calcul formel (Maple ou Mathematica) dans le cadre du programme d'informatique. Pour cet exercice, les candidats disposent d'un ordinateur, du logiciel adéquat, et d'une liste de fonctions et de mots-clé (voir en annexe du rapport 2008). Ils ont accès à l'aide en ligne du logiciel.

Comme annoncé, lors de cette session 2009, les candidats avaient à leur disposition les logiciels suivants :

- Maple V version 5,
- Maple 11,
- Mathematica version 6.

L'année prochaine, ces deux versions de Maple seront, bien sûr, disponibles pour les candidats. Les examinateurs conseillent à ceux utilisant Maple 11 de choisir la version « Classic Worksheet ». Pour Mathematica, ce sera la version 7 qui sera disponible, peu différente de la version 6 en ce qui concerne les fonctionnalités utilisées lors de l'oral.

Les exercices posés aux candidats sont classiques et ne font appel à aucune astuce particulière. Sans être l'application d'une formule, ils ne demandent que l'application raisonnée – et souvent directe – de théorèmes du programme. Lorsque un théorème clairement hors-programme est utilisé par un candidat, des explications complémentaires, voire une démonstration, peuvent lui être demandées : le jury déconseille donc aux candidats l'utilisation de tels théorèmes.

Il n'y a, bien sûr, aucun rapport entre l'écrit et l'oral : les examinateurs n'ont pas en leur possession les notes d'écrits des candidats et un exercice posé lors de l'oral peut très bien concerner une partie du programme qui avait déjà été sollicitée lors d'une épreuve d'écrit.

## COMMENTAIRES

Les remarques, d'année en année, ne changent pas beaucoup.

Les connaissances d'un grand nombre de candidats restent souvent fragiles. Beaucoup trop d'entre eux ignorent les hypothèses précises des théorèmes utilisés. La connaissance du cours se limite souvent à l'apprentissage de formules.

Certains candidats semblent avoir oublié qu'ils sont à un oral d'un concours recrutant de futurs ingénieurs, c'est-à-dire de futurs cadres supérieurs : on attend d'eux rigueur, expression (écrite et orale) claire, autonomie, réactivité et combativité.

Une attitude passive et sans réactions aux sollicitations et aux indications de l'examineur a toujours une conséquence négative importante au niveau de la note finale.

D'autres – ou les mêmes – donnent l'impression de « jouer la montre » en passant un temps important sur la (ou les) première(s) question(s), en général simple(s), et n'ont donc pas le temps nécessaire pour aborder les questions suivantes, plus intéressantes pour tester leurs connaissances. Cette attitude est évidemment sanctionnée.

Les candidats semblent souvent déconcertés face à un exercice demandant une démonstration, situation qui se rencontre par exemple en algèbre. Ils semblent moins déroutés face à un exercice qui est l'application directe du cours et ne demandant que des calculs... même si le résultat est difficile à atteindre.

Les lacunes rencontrées sont toujours les mêmes. On peut citer, parmi ce qui devrait faire partie des « savoir-faire » de base après deux années de classes préparatoires :

- démontrer qu'une application est bijective,
- utiliser la formule du binôme,
- calculer dans ou à l'aide des nombres complexes,
- calculer un produit matriciel,
- faire un changement de bases,
- réduire une matrice,

- étudier la convergence d'une série numérique ou d'une intégrale impropre,
- effectuer un changement de variables dans un calcul de dérivées partielles,
- résoudre une équation différentielle linéaire,
- écrire l'équation d'une droite, d'un cercle dans le plan,
- écrire l'équation d'une droite, d'un plan dans l'espace...

Plus généralement, aborder un exercice de géométrie devient de plus en plus difficile pour un très grand nombre de candidats ; le programme de la filière PT contient pourtant une partie non négligeable de géométrie. Par exemple, il est absolument anormal que des candidats ne sachent pas écrire l'équation d'une tangente ou d'une normale à une courbe plane, voire les confondent. De même, les exercices comportant l'utilisation des nombres complexes semblent redoutables pour beaucoup... Cela est le cas aussi maintenant sur les exercices d'algèbre linéaire quand il ne s'agit pas d'un simple exercice de calcul...

Les examinateurs apprécient que les candidats utilisent un vocabulaire précis pour nommer leurs actions.

D'ailleurs, on remarque souvent que la pauvreté du vocabulaire handicape le candidat pour trouver la fonction adéquate du logiciel dans l'exercice « calcul formel ». Les « fonctions » pour résoudre les équations, algébriques ou différentielles, sont ainsi souvent confondues.

Manifestement, certains candidats découvrent le jour de l'oral la liste de fonctions et de mots-clé. Elle est pourtant diffusée de manière publique (par exemple, annexée au rapport 2008) dans le but que les candidats se l'approprient et s'y retrouvent facilement. Découvrir une fonction de base, pour résoudre une équation par exemple, le jour de l'oral ne permet pas à un candidat d'être efficace...

Les maladresses et les erreurs les plus fréquentes du point de vue « calcul formel » résultent d'une méconnaissance plus ou moins grande :

- de la notion de règle de substitution,
- de la distinction entre expression et fonction,
- de la définition des fonctions,
- de la définition et de la manipulation des vecteurs et des matrices,
- de la récupération des solutions d'une équation...

Il est fortement conseillé aux candidats de nommer les résultats intermédiaires pour pouvoir les réutiliser : trop de candidats utilisent des « copier/coller » des réponses, pire les retapent « à la main » pour pouvoir les réutiliser. Une telle attitude est évidemment sanctionnée.

Certains ont tendance à « empiler » tous les calculs en une seule instruction ; cette habitude leur est souvent dommageable en cas d'erreurs car ils sont alors incapables de les trouver et donc de les rectifier : il est plus efficace de procéder par étapes.

Il reste que ce sont aussi souvent les méconnaissances en mathématiques qui pénalisent certains candidats dans l'exercice « calcul formel ». Globalement, à quelques exceptions près dues à un manque de pratique en classes préparatoires, le niveau dans le maniement du logiciel « calcul formel » semble satisfaisant.

## ANALYSE DES RÉSULTATS

1372 candidats présents, répartis en 9 jurys, ont passé cet oral.

Les résultats sont :

Moyenne	10,70
Écart-type	3,91
Note minimale	1
Note maximale	20

La répartition des notes est la suivante :

$1 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$	$10 < n \leq 12$	$12 < n \leq 14$	$14 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$
100	119	168	238	267	251	147	82

Visiblement, malgré le filtre de l'écrit, certains candidats n'ont pas assimilé tous les concepts et les techniques mathématiques indispensables pour un futur ingénieur.

Comme les autres années, les meilleurs candidats (avec une note  $\geq 14$  pour situer le niveau, soit environ 350 candidats cette année) ont donné l'impression d'avoir assimilé le programme – tout au moins sur les parties sur lesquelles ils ont été interrogés – et d'être à l'aise avec les concepts mathématiques, les techniques de calcul et l'utilisation du logiciel de calcul formel tout en étant dynamiques et réactifs.

## CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants. Ce sont, bien sûr, toujours les mêmes :

- Travailler de manière régulière tout au long de l'année, y compris dans l'utilisation du logiciel de calcul formel : il doit être utilisé pour illustrer les différentes parties du cours et la compétence attendue ne s'acquiert pas en quelques jours, entre l'écrit et l'oral.
- Étudier soigneusement son cours, connaître les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice.
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques, comme l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.
- Ne pas faire d'impasse dans le programme... Toute partie peut faire l'objet d'un exercice à l'oral.
- Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
- Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur.
- S'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale, et cela sans « jouer la montre ». c'est-à-dire en évitant de passer un temps important sur des questions très simples.
- S'entraîner au calcul : utiliser les nombres complexes, réduire une matrice  $3 \times 3$ , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants, donner l'équation d'un plan passant par 3 points...

- S'habituer à utiliser l'aide du logiciel de calcul formel à bon escient, par exemple pour chercher la syntaxe d'une option particulière. L'utilisation de l'aide ne doit pas servir à masquer une ignorance des connaissances de base.
- Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter s'il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.