

Banque PT
Rapport sur l'Oral II de Mathématiques
Année 2006

L'oral II de mathématiques s'est déroulé sur le campus de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, dans des locaux de l'annexe du lycée Eiffel. Il a duré 15 jours, répartis en 5 sessions de 3 jours, 6 jurys interrogeant les candidats en parallèle, à raison de 6 ou 7 par demi-journée. Environ 1300 candidats se sont présentés à l'oral cette année.

Déroulement de l'épreuve

Pour chaque candidat, l'épreuve dure une heure. Le candidat, convoqué à l'heure H-15min, est d'abord installé dans une salle avec les cinq autres convoqués en même temps que lui. A l'heure H, le candidat se voit remettre un sujet d'exercice dactylographié, qu'il prépare pendant 30mn à l'écrit, sans document d'aucune sorte ni calculatrice, et sous la surveillance constante de deux personnes.

A l'heure H+30min, le candidat est conduit dans une salle où, après avoir présenté sa convocation et une pièce d'identité, il expose son travail au tableau à l'un des jurys. Celui-ci évalue le candidat par tout moyen qu'il juge utile. En particulier, il peut arriver qu'un exercice supplémentaire (voire plusieurs) soit proposé au candidat, que celui-ci n'aura donc pas pu préparer.

L'oral se termine systématiquement par une ou plusieurs questions de cours. De manière générale, le jury essaye au cours de l'épreuve d'évaluer les connaissances du candidat sur la plus grande partie du programme possible. La question de cours porte donc souvent sur des points sans rapport avec l'exercice présenté. L'épreuve se termine à l'heure H+60min.

A propos des exercices

Les exercices proposés aux candidats sont élaborés collégialement par les membres du jury, plusieurs semaines avant les épreuves proprement dites. Il s'agit pour la plupart d'exercices originaux, qui couvrent l'ensemble des points au programme. La préparation est la suivante : un jury soumet les exercices qu'il a préparés à un autre jury (dit "cobayeur", et désigné par le coordinateur des oraux) ; le cobayeur teste l'exercice, vérifie scrupuleusement la conformité au programme, et rédige un corrigé. La règle est que tout jury n'ayant pas fait l'exercice en moins de 10 minutes doit rejeter l'exercice proposé.

Il y a bien entendu des exercices plus difficiles que d'autres, mais dans tous les cas l'exercice comporte une première question très facile (de façon à mettre le candidat à l'aise), la suite des questions étant de difficulté croissante. La notation est bien sûr adaptée à la difficulté de l'exercice : un candidat ayant traité entièrement un exercice facile durant l'épreuve, mais n'ayant pas abordé de deuxième exercice, n'aura pas forcément une note excellente. A l'inverse, un candidat n'ayant pas su traiter

un exercice plus difficile, mais ayant fait preuve de bonnes réactions sur l'exercice, pourra avoir une très bonne note.

Chaque exercice est donné aux 6 candidats convoqués simultanément, deux ou trois fois de suite, et n'est plus proposé pour le reste de l'oral (ni les années suivantes). Dans ces conditions, les candidats qui se suivent et qui se voient attribuer le même exercice ne peuvent pas communiquer entre eux. Les jurys disposent d'un panel de douze ou dix-huit candidats qui ont eu le même exercice, ce qui permet, à la fin de chaque demi-journée, d'harmoniser leurs notes dans de bonnes conditions, en ayant de nombreux points de comparaison. Ce système de notation a fait ses preuves depuis des années, et permet d'évaluer les candidats de la manière la plus juste et équitable possible.

L'ordre de passage des candidats et l'ordre de passage des exercices sont arrêtés indépendamment. Le jury de l'oral n'a pas connaissance des résultats du candidat à l'écrit.

Ce qu'attend le jury

Le candidat doit présenter au tableau de vive voix la solution des questions posées. Les raisonnements doivent être aussi clairs que possible, et les résultats du cours utilisés doivent être énoncés avec précision. Il s'agit cependant d'un oral, que le candidat gère comme il l'entend ; il peut parfois accélérer en passant rapidement sur un calcul un peu fastidieux, à condition toutefois d'être sûr de lui : en cas de question du jury le candidat doit alors savoir répondre sans hésitation.

Il arrive souvent que le candidat n'ait pas traité entièrement une ou plusieurs questions de l'exercice pendant la demi-heure de préparation (c'est presque toujours le cas). Lors de l'oral, le jury guide alors le candidat et évalue ses réactions. Toutes les idées sont les bienvenues – rien n'est pire qu'un candidat qui reste longtemps muet au tableau –, mais le jury apprécie tout particulièrement les candidats qui travaillent avec rigueur et méthode.

Les 5 dernières minutes de la demi-heure d'oral sont consacrées à la question de cours. Le candidat peut y répondre là aussi comme il l'entend : partiellement à l'oral, partiellement au tableau. Le jury demande généralement l'énoncé précis d'un théorème. Du point de vue de la notation, un cours parfaitement su (plusieurs questions de cours éventuellement) donne un bonus qui peut être de 2 points. Si le cours n'est pas du tout su, le jury sanctionne le candidat en baissant la note attribuée sur l'exercice de un ou deux points.

Bilan de la session 2006

Ci-dessous, quelques remarques sur des erreurs commises fréquemment cette année :

- Pour démontrer la continuité ou la dérivabilité d'une intégrale à paramètre non généralisée, l'hypothèse de domination n'est pas nécessaire. Nous regrettons que cette version simple du théorème ne figure pas explicitement au programme (alors que la version difficile, pour des intégrales généralisées, y figure), et que la plupart des candidats soient incapables de dire que dans ce cas l'hypothèse

de domination est triviale : ils n'arrivent pas en général à déterminer une majoration simple car ils sont trop habitués à chercher un majorant, par exemple en $+\infty$, sous la forme d'une fonction de référence (alors que dans le cas d'une intégrale à paramètre non généralisée on peut bien entendu majorer par une constante !).

- Lorsqu'ils effectuent un changement de variable dans une intégrale (simple), la plupart des candidats omettent de vérifier l'hypothèse de bijectivité (cf programme de deuxième année, *intégration sur un intervalle quelconque*). Bien entendu, on peut se passer de cette hypothèse à condition de faire le changement de variable "dans le bon sens" (cf programme de première année, *intégration et dérivation* sur un intervalle fini), mais les candidats n'en sont visiblement pas conscients.
- Sur les exercices de géométrie, trop nombreux sont les candidats qui essaient d'aborder une question de manière purement analytique, sans réfléchir au sens de la question sur un dessin (alors que la question est parfois très simple si on prend le temps de l'interpréter sur une figure).

Beaucoup de candidats ne savent pas comment déterminer le vecteur normal à une surface, ni le plan tangent, et ne connaissent pas l'interprétation géométrique du gradient.

- De trop nombreux candidats ignorent qu'on ne peut pas appliquer la formule de d'Alembert du rayon de convergence d'une série entière, lorsque la série entière est lacunaire (par exemple, si elle ne comporte que des termes pairs). Il faut dans ce cas soit effectuer un changement de variable, soit calculer le rayon de convergence avec la règle de d'Alembert *pour les séries numériques*. Nous recommandons cette dernière méthode qui est plus systématique.
- Le théorème des accroissements finis et ses applications élémentaires ne semblent connus que par un petit nombre de candidats (ainsi que d'autres points du programme de première année).
- Enfin, certains candidats ne savent pas du tout répondre aux traditionnelles questions de cours posées en fin d'oral. Ces questions portent pourtant sur des points essentiels du programme (séries de Fourier, diagonalisation, intégration, etc). Le candidat doit savoir répondre immédiatement et sans hésitation à cette question de cours, et énoncer précisément le théorème demandé.