

Rapport sur l'oral de Mathématiques I

Remarques générales

Dans ce qui suit, le mot *candidat* sera utilisé pour désigner une candidate ou un candidat, et de même *interrogateur* désignera une interrogatrice ou un interrogateur.

L'oral, qui dure 30 minutes (y compris la phase de vérification d'identité) est séparé en deux parties : 25 minutes sont consacrées à la résolution d'un exercice sans préparation, et le temps restant est consacré à une question de cours, sur un sujet différent de celui de l'exercice.

Cet oral est **une épreuve individuelle**, qui se déroule **sans documents, sans matériel électronique** (ordinateur, tablette, téléphone, montre connectée, lunettes connectées, etc ...) et **sans assistance extérieure, quelle qu'en soit la forme** (notamment, en recourant à des outils d'intelligence artificielle). Tout manquement à ces règles est susceptible d'entraîner les sanctions prévues par la réglementation en vigueur.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse, probabilités et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables. Les exercices sont répartis de façon équilibrée entre algèbre, analyse, probabilités, géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé, il porte sur une autre partie du programme.

Les exercices font l'objet d'une concertation entre les membres du jury, qui veillent à ce que leurs difficultés soient comparables. Ces exercices présentent en général au moins trois ou quatre questions, la première, voire les deux premières, étant systématiquement faciles, leur solution n'excédant pas deux ou trois lignes. Donnons quelques exemples déjà cités dans les rapports précédents :

↪ Tracer rapidement la courbe d'équation $y = x^3 - x$.

↪ Déterminer selon la valeur du réel a le rang de la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ a & 0 & 1 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

↪ Montrer que si la fonction réelle $x \mapsto x^2 f^2(x)$ est intégrable sur $\mathbb{R}^+$, il en est de même de la fonction $x \mapsto f^2(x)$.

↪ Déterminer une représentation paramétrique de la courbe d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

↪ Si X suit une loi géométrique de paramètre p et si $n \in \mathbb{N}^*$, calculer

$$\mathbb{P}([X \geq n])$$

Les exercices sont conçus de manière à mettre en confiance le candidat.

Le jury souhaite cette année insister sur les points suivants :

↪ L'attitude globale des candidats est très satisfaisante. Notons cependant quelques erreurs assez fréquentes :

↪ Certains candidats n'écoutent pas les indications fournies par l'examineur et persistent parfois dans leurs erreurs sans réellement prendre en considération la remarque qui leur a été faite.

↪ Il faut bien prendre le temps de lire le sujet, en particulier en probabilités.

↪ Rappelons qu'il n'est pas correct de couper la parole à un examinateur, surtout lorsqu'il donne une indication.

↪ Les candidats sont invités à attendre que les interrogateurs viennent les chercher avant d'entrer, et à demander l'autorisation avant d'effacer le tableau.

↪ Le programme de PTSI/PT n'est pas toujours connu. Les candidats semblent parfois découvrir certains éléments du programme quand on les interroge.

↪ Les interrogateurs donnent souvent l'occasion aux candidats de revenir sur leurs propos à travers leurs questions. Cela permet au candidat de préciser des hypothèses oubliées, de remarquer une erreur de calcul, de se rendre compte d'un problème de logique...

- ↪ La question de cours est un élément important de l'évaluation. Lorsque l'examineur demande un théorème, une inégalité, une égalité, ou une formule, il attend des candidats un énoncé complet, comportant en particulier les hypothèses d'application. Certains candidats demandent à traiter la question de cours à l'oral, ce qui semble parfois traduire une difficulté à formuler une réponse précise
- ↪ Les candidats éprouvent très souvent des difficultés à distinguer une définition d'une caractérisation (ou d'un critère). Ainsi, lorsqu'il leur est demandé de rappeler une définition, ils répondent fréquemment par une propriété équivalente ou par un critère. Par exemple, à la question « Qu'est-ce qu'une matrice inversible ? », ils répondent souvent : « A est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$ » ; de même, à la question « Qu'est-ce qu'une racine d'un polynôme ? », ils répondent : « a est une racine de P si et seulement si $X - a$ divise P ».
- ↪ Certains candidats préfèrent ne pas répondre du tout à une question de l'examineur, de peur de donner une réponse incorrecte. L'absence de réponse n'est pas préférable à une réponse fausse.
- ↪ Les exercices sont de longueurs variables. Les candidats ne doivent pas nécessairement s'inquiéter de ne pas parvenir au bout de l'exercice proposé.
- ↪ De bons et très bons candidats ont cette année encore excellemment réussi cet oral.
- ↪ **Les remarques faites dans le rapport de l'année dernière restent d'actualité pour la session 2026.** En particulier, **la définition de l'injectivité** continue de poser problème à une proportion importante des candidats.

Nous rappelons les caractéristiques d'une bonne prestation :

- ↪ un vocabulaire conforme au programme ;
- ↪ des phrases bien construites qui montrent une maîtrise des résultats du programme (vérification des hypothèses des théorèmes sans que l'examineur ait à le demander, par exemple) ;
- ↪ une bonne logique ;
- ↪ une bonne réactivité aux éventuelles indications données par l'examineur.

Certains candidats doublent cela d'une très bonne gestion du tableau. Il est souvent bénéfique, après les quelques premières questions, d'expliquer à voix haute les pistes de recherche, ce qui permet à l'examineur de mieux guider le candidat.

En regard, les candidats qui marmonnent, se lancent dans des calculs puis abandonnent sans raison particulière, qui ne connaissent pas les énoncés – voire les noms – des théorèmes,

qui utilisent un vocabulaire trop familier, et dont les notes au tableau sont illisibles, ne peuvent s'attendre à une bonne note.

Remarques particulières

Analyse

- ↪ Les candidats sont invités à ne pas confondre les séries de Riemann et les sommes de Riemann.
- ↪ Il reste une confusion fréquente entre le critère de d'Alembert pour les séries et celui pour les séries entières.
- ↪ Les questions qui demandent d'engager un calcul assez long ont été beaucoup mieux réussies que l'an dernier. Les candidats interrogés sur des questions techniques ont paru bien à l'aise avec le fait de faire efficacement une intégration par parties, ou deux intégrations par parties enchaînées, ou encore, de calculer, pour tout entier naturel non nul n , la somme $\sum_{k=1}^n \cos(k t)$.

Algèbre

- ↪ Les projections sont des applications linéaires. La fonction partie entière n'est pas un projecteur, bien qu'elle vérifie $p \circ p = p$.
- ↪ Les candidats sont souvent démunis face à une application linéaire qui n'est pas un endomorphisme.
- ↪ Le théorème du rang s'applique aussi aux applications linéaires qui ne sont pas des endomorphismes.
- ↪ Les candidats ne sont pas clairs sur les critères (suffisants ou nécessaires et suffisants) qui rendent une matrice diagonalisable. On a ainsi entendu qu'une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $n \in \mathbb{N}^*$, était diagonalisable si et seulement si elle admettait n valeurs propres distinctes ou même si et seulement si elle était symétrique. Rappelons encore une fois que c'est avec un vocabulaire précis et un langage adapté qu'on fait les meilleures performances orales.

- ↪ Bien que les espaces de dimension infinie ne fassent pas l'objet d'une étude approfondie dans le programme, il en existe quelques uns que les candidats sont censés connaître. Il faut être capable de définir ce qu'est un espace de dimension finie, ce qui permet par la suite de montrer si un espace est de dimension finie ou non.

Géométrie

- ↪ Les interrogateurs invitent les candidats à faire le lien entre la tangente à la courbe représentative d'une fonction en un point et le développement limité de cette fonction au voisinage de ce point.
- ↪ L'obtention d'une équation cartésienne d'une tangente ou d'une normale à une courbe prend souvent beaucoup trop de temps.
- ↪ Les questions de cours où on demande au candidat de donner la définition d'une surface réglée, d'une surface de révolution ou d'une surface paramétrée n'ont pas donné lieu à des réponses satisfaisantes. Le cours sur les courbes, y compris dans leurs aspects métriques, semble avoir été bien travaillé, mais le cours sur les surfaces n'a pas été beaucoup investi.
- ↪ Les interrogateurs ont apprécié les candidats qui proposaient naturellement des illustrations pertinentes aux exercices de géométrie. La plupart des candidats qui ont dû tracer des courbes ont bien pensé à faire apparaître le repère avec ses vecteurs de manière explicite.

Probabilités

- ↪ Un vocabulaire précis doit être utilisé.
- ↪ La formule des probabilités totales s'utilise avec un système complet d'événements.
- ↪ Une variable aléatoire n'est pas un événement.
- ↪ Pour transformer la probabilité d'une union en une somme, il faut préciser l'incompatibilité des événements entre eux. D'autre part, il ne faut pas confondre incompatibilité et indépendance.
- ↪ La question de cours « Énoncer l'inégalité de Markov » donne souvent lieu à des confusions et l'hypothèse selon laquelle la variable aléatoire doit être positive est très régulièrement oubliée. Seuls les tout meilleurs candidats en connaissent une idée de preuve.

↪ Peu de candidats prennent l'initiative de donner des noms aux événements qu'ils sont amenés à manipuler. Par exemple, lorsque l'expérience aléatoire consiste en une succession de « pile » ou « face », il est recommandé d'introduire, pour tout entier naturel non nul n , l'événement P_n : « le $n^{\text{ième}}$ lancer donne pile », ainsi que l'événement contraire $F_n = \overline{P_n}$, même si l'énoncé ne le précise pas.