

Rapport sur l'oral de Mathématiques I

Remarques générales

Dans ce qui suit, le mot *candidat* sera utilisé pour désigner une candidate ou un candidat, et de même *interrogateur* désignera une interrogatrice ou un interrogateur.

L'oral, qui dure 30 minutes (y compris la phase de vérification d'identité) est séparé en deux parties : 25 minutes sont consacrées à la résolution d'un exercice sans préparation, et le temps restant est consacré à une question de cours, sur un sujet différent de celui de l'exercice.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse, probabilités et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables. Les exercices sont répartis de façon équilibrée entre algèbre, analyse, probabilités, géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé, il porte sur une autre partie du programme.

Les exercices font l'objet d'une concertation entre les membres du jury, qui veillent à ce que leurs difficultés soient comparables. Ces exercices présentent en général au moins trois ou quatre questions, la première, voire les deux premières, étant systématiquement faciles, leur solution n'excédant pas deux ou trois lignes. Donnons quelques exemples déjà cités dans les rapports précédents :

↪ Tracer rapidement la courbe d'équation $y = x^3 - x$.

↪ Déterminer selon la valeur du réel a le rang de la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ a & 0 & 1 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

↪ Montrer que si la fonction réelle $x \mapsto x^2 f^2(x)$ est intégrable sur $\mathbb{R}^+$, il en est de

même de la fonction $x \mapsto f^2(x)$.

↪ Déterminer une représentation paramétrique de la courbe d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

↪ Si X suit une loi géométrique de paramètre p et si $n \in \mathbb{N}^*$, calculer

$$\mathbb{P}([X \geq n])$$

Les exercices sont conçus pour mettre en confiance le candidat.

Les candidats sont en grande partie bien préparés. Les interrogateurs ont noté, pour une part importante des candidats, un effort de présentation, de clarté. Les candidats qui ont utilisé le bon vocabulaire, et montraient, par la vérification des hypothèses leur connaissance des théorèmes du cours, ont été valorisés.

Quelques conseils du jury pour les candidats :

↪ Faire preuve d'initiative dans la résolution.

↪ Ne pas chuchoter. Une présentation dynamique est préférable. Essayer d'écrire clairement.

↪ Ne pas faire preuve de précipitation. Lorsqu'un résultat du cours est utilisé, penser à le nommer, à vérifier ses hypothèses.

↪ Les interrogateurs évaluent aussi la connaissance des définitions des notions au programme. Voici quelques exemples d'erreurs qui montrent une incompréhension : une égalité entre un vecteur et une droite, une égalité entre une fonction et un nombre, un polynôme caractéristique dont le degré ne correspond pas à la taille de la matrice...

↪ Certains candidats sont très lents, ce qui a une influence sur la note finale.

↪ Il est préférable de tenir compte des remarques ou conseils du jury.

↪ Lors de la question de cours, il est possible (et conseillé) d'écrire au tableau.

- ↪ Nous conseillons aux candidats de lire attentivement les programmes officiels de mathématiques de PTSI et PT. Les exigences des interrogateurs se basent sur ces documents.
- ↪ Le tableau peut être à craie ou à feutre. Il serait bon que les candidats ne soient pas déstabilisés par l'usage de l'un ou l'autre.
- ↪ Les candidats doivent attendre qu'on les invite à entrer dans la salle.
- ↪ Ne pas négliger le programme de première année. Il arrive que les candidats soient bloqués par une suite arithmético-géométrique par exemple.
- ↪ Il ne faut pas perdre ses moyens si l'interrogateur pose des questions, demande de relire un calcul, ou donne des indications. Il ne faut pas non plus penser qu'un silence de la part de l'interrogateur est forcément négatif.

Remarques particulières

Fondamentaux

- ↪ Les définitions de base sont parfois inconnues. Nous invitons les candidats à apprendre la définition de ce qu'est une application injective, une application surjective, une application bijective. C'est une question de cours qui est régulièrement posée.

Analyse

- ↪ Les hypothèses des théorèmes de continuité et dérivabilité des intégrales à paramètre ne sont pas toujours connues.
- ↪ Le critère des séries alternées ne s'applique pas à un équivalent du terme général de la série. L'encadrement de la somme d'une série alternée convergente est peu connu.
- ↪ Les techniques de calcul de primitives d'une fonction de la forme $t \mapsto \frac{1}{P(t)}$, où P est polynôme de degré 2, ne sont pas souvent maîtrisées.

Algèbre

- ↪ Certains candidats ont connaissance de la notion de forme linéaire. Cette notion n'étant pas au programme officiel, il faut qu'ils soient capables de démontrer tout résultat les concernant.
- ↪ Plusieurs candidats ont été dans l'incapacité de décrire les applications linéaires de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
- ↪ Pour montrer qu'une application f est linéaire, il n'est pas nécessaire de vérifier que $f(0) = 0$.
- ↪ Une application linéaire est définie de E dans F avec E et F des espaces vectoriels (et pas seulement des ensembles).
- ↪ Lorsqu'on note $f : E_1 \mapsto E_2$, E_2 n'est pas toujours l'image de f . En particulier, lorsque $E_2 = F \oplus G$ et p est une projection (linéaire) sur F parallèlement à G , p est définie de E_1 dans E_2 , et pas de E_1 dans F .
- ↪ Le théorème du rang n'est pas seulement valable pour les endomorphismes.

Géométrie

- ↪ La formule donnant $\cos^2(a) - \sin^2(a)$, pour $a \in \mathbb{R}$, est peu connue. Les relations trigonométriques entre angles complémentaires, supplémentaires, sont fragiles.
- ↪ La formule donnant la distance entre un point et une droite n'est parfois pas connue.
- ↪ La géométrie en lien avec les affixes n'est que très rarement connue.

Probabilités

- ↪ Les lois au programme officiel ne sont pas toujours connues des candidats.
- ↪ À la question "décrire la loi de X ", l'interrogateur attend une description de l'univers image, et une formule permettant de calculer la probabilité de $(X = x_k)$ pour tout x_k dans $X(\Omega)$.
- ↪ Pour justifier qu'une variable suit une loi binomiale ou géométrique, on attend des candidats qu'ils identifient clairement l'expérience de Bernoulli qui est répétée, qu'ils évoquent l'indépendance de ces expériences, et que le vocabulaire employé soit précis.

↪ La formule des probabilités totales n'est pas bien connue. Lorsqu'elle est connue, le système complet d'évènements n'est pas toujours précisé. Les interrogateurs ont souvent vu des formules de la forme $p(A) = p_B(A) + p_{\overline{B}}(A)$ (qui est fausse).