

## Rapport sur l'épreuve de Mathématiques B

### Présentation générale :

Le sujet de cette année se composait de trois parties largement indépendantes. Il permettait de parcourir une large partie du programme de PTSI-PT : distance d'un point à une droite, enveloppe d'une famille de droite et développée, calcul matriciel, surfaces de  $\mathbb{R}^3$  et plans tangents. En contrepartie, le sujet était sans doute un peu long, cette impression dépendant également de l'aisance des candidats en calculs.

Comme l'an dernier, les questions de cours n'avaient pas été regroupées en début de sujet mais réparties à l'intérieur de celui-ci, là où elles avaient leur utilité. Globalement, la réussite à ces questions est très décevante.

Les résultats sont aussi contrastés que l'an dernier. On trouve toujours un nombre important (10% environ) de copies ayant obtenu moins de points que le total de points accordé aux questions de cours. On trouve également d'excellentes copies ayant traité avec succès 80% du sujet.

Nous rappelons aux candidats qu'il s'agit principalement d'un sujet de géométrie, et que par conséquent, ils ne doivent pas hésiter à illustrer leurs réponses par un schéma.

Les candidats qui le font à bon escient sont récompensés.

### Présentation des copies :

Il est rappelé aux candidats que leurs copies sont destinées à être lues et que des points sont prévus dans le barème pour la présentation des copies. Pour les obtenir, il est nécessaire de respecter les consignes suivantes :

- L'écriture doit être soignée : on a constaté une amélioration sur ce point,
- Les résultats doivent être encadrés à la règle : dans nombre de copies, trouver quel est le résultat et où il est, s'apparente à un jeu de piste,
- Les candidats doivent éviter les ratures et autres « blanco » et pour cela apprendre à utiliser une feuille de brouillon (ce qui sera encore plus vrai lorsque les copies seront numérisées),
- L'orthographe des mots doit être respectée, en particulier lorsqu'ils figurent dans l'énoncé : cette année, celle-ci est particulièrement désastreuse
- La grammaire ne doit pas être maltraitée : accords genre et nombre, temps de conjugaison (en particulier : participe passé et infinitif), confusion entre les natures des mots (« calcul » et « calcule », « sont » et « son », « et » et « est »...).

## Rédaction :

Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent respecter les notations de l'énoncé. S'ils ont besoin de notations qui ne figurent pas dans l'énoncé, ils doivent les définir et utiliser dans la mesure du possible des notations qui ne prêtent pas à confusion.

D'autres remarques concernant la rédaction figurent aussi dans le détail question par question.

Avant de passer à ce détail, on rappelle aux candidats qu'ils doivent se munir pour cette épreuve de leur matériel de géométrie : règle, compas, équerre.

## Première Partie.

1. Toutes les méthodes sont acceptées, pourvu qu'elles soient compréhensibles par le correcteur et... terminées. Il n'est pas rare de voir des candidats s'arrêter au milieu de leurs calculs. Rappelons que les correcteurs ne les finissent pas à leur place. Par ailleurs, il n'est pas possible d'utiliser la formule du cours pour démontrer la formule du cours...  
Les valeurs absolues sont souvent absentes dans la formule de la distance : on trouve bien souvent que  $\sqrt{a^2} = a$  sans discussion sur le signe de  $a$ .  
Quelques candidats donnent pour réponse un vecteur !
2. Les candidats ont souvent eu du mal à mener au bout leurs calculs. Certains s'en sont « sortis » grâce à une illustration graphique.  
Comme il y avait deux points en (a), il s'agissait de vérifier que l'un convenait et que l'autre ne convenait pas.  
Aux candidats qui n'ont trouvé qu'un point en (a), dire que « je n'ai trouvé qu'un point, donc il n'y en a qu'un » ne convient pas.
3. (a) Quelques confusions entre vecteur directeur et normal. Souvent des réponses avec un dénominateur non nul sans disjonction de cas. Il est fréquent de voir  $t$  utilisé comme paramètre de la droite  $D_t$   
(b) Globalement bien fait. Certains expliquent la méthode, d'autres l'appliquent directement (d'où la question de cours posée juste après).  
On voit également que sans la réponse, certains candidats n'auraient pas su trouver l'enveloppe.  
Enfin, le résultat étant donné, il est obtenu même par certains de ceux qui n'ont pas réussi la question précédente. On rappelle aux (futurs) candidats que le bluff ne fonctionne pas et qu'en plus il indispose le correcteur...
4. (a) Globalement réussie même si certains ont besoin d'une étude poussée pour voir qu'il s'agit d'un cercle...

- (b) Pour certains candidats  $\Gamma' \subset \Gamma$  signifie que  $[0; 2\pi] \subset \mathbb{R}$ .  
 Certaines justifications prouvent simplement que la courbe  $\Gamma$  est incluse dans le cercle bien que les candidats estiment avoir raisonné par équivalence.  
 Signalons que si une simple série d'équivalences était suffisante pour démontrer l'égalité des deux courbes, alors la question n'aurait pas été coupée en deux.  
 La preuve de l'inclusion est parfois étonnante ( $x - 1$  et  $y - 1$  sont entre  $-1$  et  $1$  donc il existe  $\theta$  tel que..., sans voir que les angles n'ont pas de raison d'être identiques). Certaines copies justifient en passant par  $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$  mais sont persuadées d'avoir prouvé l'égalité des courbes.  
 On se rend bien compte que à de rares exceptions près, les candidats ne voient pas la différence entre les courbes  $\Gamma$  et  $\Gamma'$ .
- (c) La majorité des copies répondent « Oui (Non) elles (ne) sont (pas) parcourues dans le même sens » sans autre forme de procès.
5. Ces questions sont insuffisamment traitées avec succès. Sans la maîtrise du cours, il est quasiment impossible de traiter des questions qui ne relèvent pas de l'exercice cent fois réalisés en classe et comme un concours n'est pas un exercice de bachotage, les (futurs) candidats sont invités à un meilleur apprentissage de leur cours.
6. (a) Cette question est une application directe du cours pourtant elle est rarement traitée complètement et avec succès : la base de Frenet est indirecte, l'abscisse curviligne est l'intégrale sur  $[0; 2\pi]$ , le centre du repère est farfelu...  
 (b) Bien traitée par ceux ayant fait la question précédente.  
 (c) Bien traitée par ceux ayant fait les questions précédentes.  
 (d) Rarement traitée.
7. (a) Très peu traitée et souvent la base n'est pas directe ou on a des vecteurs tangents sans courbe... Décevant mais sans surprise vu le manque de maîtrise du cours.  
 (b) La justification se réduit souvent à affirmer (et non justifier) que les deux vecteurs sont proportionnels.  
 De très nombreuses copies ont justifié l'existence de  $\lambda$  en disant que, dans la question 6, on avait  $\lambda(\theta) = k - s(\theta)$  ce qui relève donc d'un manque de compréhension de l'énoncé.  
 (c) Question correctement traitée, mais la formule de Frenet n'est pas souvent citée.  
 (d) Très mal traitée. Il manque presque toujours la constante d'intégration.  
 (e) Très rarement traitée.

## Deuxième partie.

1. Les méthodes sont connues mais pas toujours maîtrisées, en particulier les opérations élémentaires sur les matrices. De plus, selon certains candidats, un produit matrice/vecteur est égal à une matrice. On a aussi trouvé, dans de nombreuses copies,

l'affirmation « puisque  $M$  est égale à sa transposée, on a  $M^{-1} = M$  ».

Nous invitons les candidats lors d'un calcul d'inverse comme celui-ci à effectuer rapidement le calcul  $M M^{-1}$  afin de s'assurer qu'ils n'ont pas fait d'erreur de calcul.

2. (a) Bien réussie.
- (b) De nombreux candidats multiplient l'égalité de la question (a) par  $N^{-1}$  sans avoir justifié l'existence de l'inverse.  
Quelques candidats parlent de polynôme annulateur (pas au programme) scindé : ce qui ne correspond pas à l'inversibilité.

Certains candidats affirment que «  $\det(N)^2 - 3 \det N + 2 = 0$  ».

3. (a) i. Plutôt bien réussie peut-être grâce à la question suivante...  
ii. Le lien entre  $B_{i,j}$  et  $A_{i,j}$  est rarement justifié.  
Les sommes donnant les coefficients ou les déterminants partent dans plusieurs copies de l'indice 0.
- (b) i. On a vu de nombreuses sommes indexées par  $i, j$  ou même les deux. Par exemple :  $c_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{ji}$ , ce qui n'a aucun sens.  
Certains candidats ont pu être troublés par le produit  $BA$  plutôt que  $AB$ .

Comme dans la question précédente, les sommes donnant les coefficients ou les déterminants partent parfois de l'indice 0.

- ii. Dans certaines copies, le produit  $BA$  est un nombre... On trouve de nombreuses tentatives d'arnaque dans cette question.
- iii. On attendait des candidats qu'ils justifient la division par  $\det(A)$ , ce que l'on ne trouve malheureusement pas dans de nombreuses copies.
4. (a) Le calcul du déterminant est bien souvent faux. Il est extrêmement gênant que de nombreux candidats ne fassent rien de ce calcul.  
Les rares représentations graphiques échouent à tracer la droite d'équation  $u = 0$  (est-ce parce que c'est  $u$  et pas  $x$ ?). Quand à la parabole, elle est bien souvent « à l'envers » ou ressemble au graphe de  $x \mapsto \sqrt{x}$ .
- (b) La transposée a souvent été oubliée et nombre de candidats ne finissent pas leurs calculs.  
La matrice obtenue pour l'inverse de  $A$  contient parfois deux colonnes identiques, ce qui n'est pas cohérent.

### Troisième partie.

1. (a) La notion de point régulier n'est pas maîtrisée. Certains candidats veulent annuler toutes les dérivées partielles de chaque composante.

- (b) Là aussi, des confusions : on trouve souvent la notion de gradient, ce qui n'a pas de sens pour une fonction de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^3$ .  
On trouve aussi un mélange de notations :  $(x_0, y_0, z_0)$ ,  $u$  et  $v$  sans que le lien entre les deux soit établi.  
La question est cependant mieux réussie que la précédente... mais avec de nombreuses erreurs de calcul.
2. (a) Beaucoup d'affirmations. Encore des confusions avec le gradient. Peu de candidats semblent savoir que le vecteur de coordonnées  $(a, b, c)$  est normal au plan d'équation  $ax + by + cz = d$ .
- (b) Les candidats doivent mettre en évidence les opérations effectuées pour passer de  $(S_1)$  à  $(S_2)$  et pour bien avoir équivalence (puisqu'on ne faisait pas que des opérations élémentaires) celles qui permettraient de passer de  $(S_2)$  à  $(S_1)$
3. (a) Question peu traitée.
- (b) Un peu moins confidentielle que la précédente.
- (c) Des confusion avec les points stationnaires.
4. Question très peu traitée.