## Rapport sur l'épreuve de Mathématiques A

L'épreuve était cette année divisée en un problème d'algèbre linéaire et un exercice de probabilités totalement indépendants. Ce format devrait perdurer dans les années à venir.

### Problème d'algèbre linéaire

La première partie de ce problème étudiait un cas particulier dans $\mathbb{R}^4$ où l'on trouvait un polynôme annulateur d'un endomorphisme (défini par sa matrice dans la base canonique) en étudiant les itérées des deux premiers vecteurs de la base. Si l'on omet les (très nombreux, presque un tiers) candidats qui élèvent des vecteurs au carré ou calculent des déterminants rectangulaires, le début de cette partie a plutôt été bien réussi : calcul de l'image d'un vecteur, relation linéaire entre vecteurs, base ... L'écriture de la matrice de l'application linéaire dans une base autre que la base canonique a en revanche déjà posé beaucoup de problèmes à la majorité des candidats.

Insistons sur le fait qu'une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base et qu'un corollaire de cette propriété est que, si une relation linéaire est vérifiée par les vecteurs de la base, elle l'est pour tous les vecteurs de l'espace. Cette propriété importante devait être utilisée plusieurs fois dans ce problème et semble totalement ignorée par la plupart des candidats.

Les seconde et troisième parties du problème étudiaient dans un cadre abstrait l'espace vectoriel engendré par un vecteur **fixé** et ses itérés successifs par un endomorphisme. Nous ne détaillerons pas ici les différentes questions, car nous arrivons, pour la très grande majorité des candidats dans le non-sens le plus total, art qui peut être très drôle lorsqu'il est pratiqué par un anglais mais qui ici est plutôt désolant. Ainsi, le raisonnement mathématique se résume pour beaucoup à prendre un argument au hasard parmi une liste prédéfinie, mettre "donc", et conclure que la propriété demandée est vraie. Il n'est pas rare de voir certains candidats traiter l'intégralité de la partie II sans que le correcteur puisse trouver quelques points à donner. De grâce, privilégiez la qualité à la quantité !

Pour être plus constructif, voici quelques erreurs qui sont revenues très régulièrement et qui pourraient être facilement gommées par un étudiant qui prendrait un peu de temps pour la réflexion :

- Faites attention aux objets que vous manipulez ! Mettre des ensembles égaux à des vecteurs ou des fonctions incluses dans des ensembles dès les premières questions ne met pas le correcteur dans des dispositions particulièrement tolérantes.

- Il y a eu énormément de confusion entre les raisonnements à $x$ fixé ou pour tout $x$.

- Dans le même ordre d'idée, lorsqu'un vecteur peut s'exprimer comme combinaison linéaire d'une famille de vecteurs, on ne peut pas choisir cette combinaison linéaire (elle est imposée par le vecteur lui-même). En particulier, ces coefficients ne sont pas miraculeusement ceux que l'on a obtenu dans un autre contexte à la question précédente, un argument supplémentaire est nécessaire pour une telle conclusion.

- La notion d'espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs n'est pas maîtrisée. Bien souvent, on voit $y \in Vect(x_n)_{n\geq 0} \iff y = \alpha x_n$.

Fort heureusement, ce problème se terminait par un exercice de diagonalisation d'une matrice $3 \times 3$, ce que pratiquement tous les candidats maîtrisent. Cela semble être la seule compétence acquise en algèbre linéaire pour beaucoup d'entre eux.

## Exercice de probabilités

Cet exercice consistait à prendre un couple de variables aléatoires discrètes dont la loi était donnée et à en déduire les lois marginales, la loi de la différence, des lois conditionnelles et des questions d'indépendance de variables. L'exercice se terminait par une question de "modélisation" d'un problème réel (en lien avec les questions précédentes). Il s'agit d'un exercice très standard qui devrait être maîtrisé par tout candidat qui a fait un minimum de probabilités dans son cursus. Il s'avère que cet exercice a classé les candidats en trois catégories bien distinctes et équilibrées en nombre : ceux qui ont compris les bases du calcul des probabilités et ont réussi plutôt bien l'exercice, ceux pour qui le langage des probabilités s'apparente à on ne sait quel langage extra-terrestre, et qui écrivent n'importe quoi dès la première question (ainsi a-t-on très souvent vu $\mathbb{P}(X - Y = n) = \mathbb{P}(X = n) - \mathbb{P}(Y = n)$, ce qui permet au passage d'obtenir des probabilités négatives, certains justifiant cette formule par l'indépendance des variables $X$ et $Y$ pour faire plus sérieux, bien que les variables $X$ et $Y$ ne soient pas indépendantes) et enfin ceux qui ont l'honnêteté de ne même pas aborder l'exercice.

Les probabilités viennent de faire leur apparition dans le programme et on peut donc faire preuve d'indulgence cette année concernant ce chapitre. Cependant, elles font désormais partie à part entière du programme de mathématiques et comme précisé en préambule, un exercice de probabilités sera systématiquement présent dans les années à venir. Il convient donc de faire un gros effort de compréhension sur ce thème si l'on ne veut pas partir avec une note de base inférieure à 20 sur cette épreuve.