

◆

EPREUVE DE MATHEMATIQUES C

◆

I. REMARQUES GENERALES

Le sujet présentait, dans un premier temps, la méthode de variation des constantes pour une équation différentielle linéaire du second ordre.

Les techniques classiques de résolution d'équations différentielles linéaires du second ordre étaient ensuite passées en revue, pour une équation donnée.

L'étude d'une des fonctions mises en jeu donnait enfin lieu à deux parties portant sur les séries numériques, intégrales à paramètres, et intégrales impropres.

Dans l'ensemble, le sujet a été bien compris par les candidats.

Nous avons toutefois les remarques suivantes :

1. Les noms des théorèmes usuels ne sont pas toujours connus, et bien souvent confondus : Cauchy-Schwarz n'a rien à voir avec Cauchy-Lipschitz ... L'apostrophe de « D'Alembert » fait parfois défaut ... quand on ne trouve pas « Hadamard » ...
2. Certains candidats s'avèrent incapables d'effectuer correctement un produit matrice-vecteur.
3. Ce n'est pas parce que le terme général d'une série tend vers zéro que celle-ci converge ...
4. Les développements en série entière des fonctions usuelles ne sont pas toujours connus
($t \mapsto \frac{1}{1+t^2}$, $t \mapsto \cos t$, etc ...)
5. La notion de fonction affine n'est pas connue de tous les candidats. En outre, une fonction dont la dérivée vaut 1 n'est, en aucun cas, constante.
6. La formule de Taylor-Young ne semble être connue que par moins de 50 % des candidats ... On trouve, comme réponses, un peu de tout, même des formules avec des coefficients binomiaux.
7. Les notions de continuité, de limite, et croissance d'une fonction sont souvent confondues, mélangées et utilisées indépendamment de façon abusive dans des raisonnements complètement faux.
8. Parler de « fonction convergente » ne veut rien dire.
9. Beaucoup de candidats justifient de façon incorrecte le fait que la valeur absolue d'une intégrale soit inférieure à l'intégrale de la valeur absolue de l'intégrande. Nous rappelons également que l'on n'intègre pas à l'intérieur d'une valeur absolue.
10. Un certain nombre de candidats citent « le critère de l'ordre », inconnu à nos yeux.
11. Certains candidats nous donnent « des valeurs approchées de la réponse » ...

12. Certains candidats font un usage abusif, dans leurs copies, d'abréviations : « cv », « cpm », « c0m », etc ...
13. Et même s'il s'agit d'une épreuve de Mathématiques, nous insistons sur l'orthographe qui, elle aussi, fait parfois cruellement défaut (ce qui est encore plus choquant lorsque sont en jeu des termes mathématiques : « intervalle » notamment ...)
14. Enfin, tout calcul se doit d'être présenté de façon correcte et logique ; voici ce que nous avons trouvé, dans certaines copies :

$$\begin{aligned} calcul &= ***** \\ \times \times \times \times &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

et il fallait comprendre :

$$calcul = ***** \times \times \times \times = \dots\dots\dots$$

Une très grande importance a, comme les années précédentes, été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation.

II. REMARQUES PARTICULIERES

Préambule

Globalement, cette partie a été correctement traitée. On déplore toutefois la lourdeur de certains calculs pour la question 3. : certains candidats avaient parfois jusqu'à 3 pages de calculs, souvent compliqués à l'extrême, et pas toujours très clairs ni rigoureux.

Première partie

1. Cette question a, le plus souvent, été correctement traitée. Ceci dit, un nombre non négligeable de candidats obtiennent des rayons de convergence qui dépendent de t , ou sont négatifs, voire imaginaires égaux à i ...
2. Certains candidats ne savent pas résoudre cette équation différentielle ... D'autres proposent une méthode de résolution très compliquée. Quand ils ne veulent pas recourir à l'équation caractéristique !
3. La question 3. a. *i.*, en général, été correctement traitée. Par contre, ce n'est pas le cas du 3. a. *ii.* : peu de candidats pensent à vérifier l'indépendance des deux solutions, ou tout simplement, pensent à signaler que les fonctions de la base sont bien des solutions. ... Certains utilisent la réciproque du résultat du 3. a. *i.* sans la justifier. Enfin, on trouve parfois la notation très abusive « $f(t) = \text{Vect} \left(\frac{1}{1+t^2}, \frac{t}{1+t^2} \right)$ » SIC.

Pour la question b., elle a, en général, été correctement traitée jusqu'en ii., mais beaucoup moins de candidats obtiennent l'expression simplifiée attendue en iii.

Toutefois, un certain nombre de candidats donnent une expression de a_{n+2} non simplifiée, ce qui ne leur permet donc pas d'obtenir les réponses de ii. et iii.

Enfin, certains candidats veulent utiliser à tout prix une équation caractéristique de degré 2, alors même que les coefficients de l'équation différentielle ne sont pas constants.

4. Cette question a, en général, été correctement traitée.

Deuxième partie

1. Cette question a, en général, été correctement traitée.

2. Cette question a été relativement peu traitée correctement ! Il s'agit pourtant d'une question de cours, avec des points facilement gagnables ...

Bien souvent le « $o((x-x_0)^p)$ » est oublié, ou on trouve à la place « $o(x^p)$ », quand ce n'est pas « $o(f^p)$ ».

A cet effet, nous rappelons aux candidats que la notation, pour une dérivée d'ordre p , est « $f^{(p)}$ », et non « f^p ».

Plusieurs candidats, qui se souviennent un peu mieux de leur cours, confondent Taylor-Young et Taylor avec reste intégral

3. Cette question a été un peu plus traitée que la précédente, et traduit le fait que certains candidats ont du mal à retenir des formules sous l'aspect « formel ». Toutefois, un nombre non négligeable de candidats donne, comme réponse, un polynôme sans les « o », traduisant ainsi une incompréhension totale de la notion de développement limité : on approxime une fonction par un polynôme, mais la fonction n'est pas égale à ce polynôme !!!!

Enfin, un nombre non négligeable de candidats n'a pas prêté attention au fait que le premier développement limité demandé était à l'ordre « $2p$ » et non « n » ni « p » ...

4. Cette question a, en général, été correctement traitée.

5. Cette question a été beaucoup moins bien traitée que la précédente.

6. Cette question a, en général, été correctement traitée.

Elle met en évidence une certaine confusion entre la notion de limite et celle d'équivalent. Certains candidats écrivent que « $\cos(\varphi(n) + \psi(n) + 2 \ln n) \rightarrow \frac{\alpha}{n^2}$ » **SIC** et que, donc, « la série converge » !!!! **SIC**

Par ailleurs l'inégalité triangulaire est trop souvent mal assimilée. On trouve, ainsi, par exemple

$$\left\langle \left| \cos(\varphi(n) + \psi(n) + 2 \ln n) \right| \leq \frac{\beta}{n^4} - \frac{|\alpha|}{n^2} \right\rangle \text{ SIC}$$

ou encore

$$\left\langle \cos(\varphi(n) + \psi(n) + 2 \ln n) \leq \frac{\beta}{n^4} + \frac{\alpha}{n^2} \right\rangle \text{ SIC}$$

que, donc, « la série converge » !!!! **SIC**

7. Peu de candidats ont traité cette question.

Troisième partie

1. Curieusement, cette question n'a pas toujours été correctement traitée. La notion de continuité ne semble pas bien assimilée.

Très peu de candidats rappellent que pour une fonction continue f , $x \mapsto \int_0^x f(t) dt$ est une primitive de f , et

est donc dérivable et continue. En revanche, de nombreux candidats établissent la convergence de $\int_0^{+\infty} f(t) dt$

et en concluent que la fonction est bien définie et continue.

2. Cette question a, en général, été correctement traitée.

3. On déplore, pour cette question, des calculs effroyablement compliqués et peu clairs.

D'autre part, il y a des confusions pour intégrer la fonction Φ , qui était elle-même définie via une intégrale. Cela amène par exemple

$$\ll \int_X^Y \Phi(t) dt \mapsto \int_X^Y \frac{dt}{1+t^2} \gg \text{SIC}$$

4, 5. La question 4 est, en général, correctement traitée, mais ce n'est pas du tout le cas de la question 5 : un certain nombre de candidats intègrent à l'intérieur de la valeur absolue ...

6. Cette question a, en général, été correctement traitée.

7. Cette question a été traitée correctement par peu de candidats.

Certains candidats n'hésitent pas à décomposer l'intégrale impropre d'une somme comme somme d'intégrales impropres ...

8. a. b. sont, en général, correctement traitées, mais ce n'est pas le cas de c. et d.

9., 10. Ces questions n'ont été traitées correctement que par peu de candidats.

III. CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
6. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.

