

◆

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES C

◆

I. REMARQUES GÉNÉRALES

Le sentiment général qui en ressort à la lecture des copies ressemble beaucoup à celui de l'année précédente, malgré les remarques qui avaient été faites. Nous sommes donc amenés à reprendre une grande partie des remarques de l'année passée :

L'épreuve permettait à tous les candidats de pouvoir s'exprimer suivant leurs niveaux de connaissances et les questions pouvaient, pour la plupart, être traitées individuellement, ce qui bien sûr est un avantage pour le candidat, mais ce qui aussi empêché certains d'entre eux d'avoir une vision globale et cohérente de l'épreuve. De façon générale, il ressort que le traitement de l'épreuve est souvent réalisé de façon beaucoup trop superficielle par rapport à ce que l'on attendait.

Les parties théoriques et pratiques (calculatoires) étaient bien équilibrées. Les questions plus théoriques ont souvent été traitées de façon trop superficielle, ou au contraire, résolues avec l'utilisation de (trop) nombreux arguments montrant que le candidat ne voit souvent pas clairement les critères importants permettant d'obtenir le résultat escompté. Dans trop de copies, on peut lire « d'après les théorèmes généraux » (!) alors même que les hypothèses des théorèmes en question ne sont pas citées et encore moins vérifiées ! Une fois encore, le raisonnement par récurrence a été utilisé de façon inutile, ou bien avec des hypothèses mal posées (voire pas du tout) ; c'est ainsi que l'on peut souvent lire « par récurrence immédiate on obtient le résultat ».... Les questions plus "calculatoires" ont souvent été traitées, mais on peut déplorer beaucoup de calculs non aboutis (ou mal).

Les candidats ne font pas l'effort de comprendre « l'esprit » de l'épreuve. En effet, et en particulier dans la première partie, on tente de leur faire retrouver des résultats connus et de les amener à les démontrer (fonction *Arcsinus*). Or, les candidats préfèrent donner le résultat quand ils le connaissent au lieu d'essayer de le redémontrer.... De même, au fur et à mesure de l'épreuve, on est amené à se rendre compte que l'on travaille avec des polynômes, ce qui ne paraît pas toujours clair pour certains candidats.

L'épreuve était aussi construite de sorte que chaque partie comprenait des questions très faciles. Les candidats ont su presque tout le temps tirer partie de ces questions et les ont quasi-systématiquement traitées, ne se focalisant donc pas sur une ou plusieurs parties de l'épreuve, ce qui est plutôt positif.

Enfin, comme l'année dernière, nous déplorons que plus d'un quart des copies soient difficilement lisibles, mal présentées, et comportant des fautes d'orthographe. Une copie sur dix est réellement bien présentée.

Première partie

1. *a.* Bien fait dans la majorité des cas
- b.* Environ un quart des candidats ne donnent pas comme argument que la fonction est strictement monotone.
- c. i.* Question très mal traitée : la plupart des candidats affirment que f^{-1} est dérivable car f est dérivable. Ou encore, que la fonction est « continue et donc dérivable » ...
Le théorème précis de dérivabilité de l'inverse d'une fonction est invoqué par moins d'un dixième des copies.

D'autre part, un nombre non négligeable de candidats confondent $\frac{1}{\sin x}$ et la fonction réciproque de $x \mapsto \sin x$.

ii. Bien traitée dans la majorité des cas. Un nombre faible cependant obtient $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$,

alors même qu'il leur a été clairement indiqué à la question précédente que $x \in]-1, 1[$.

iii. Bien traitée dans la majorité des cas, mais un certain nombre de candidats affirment sans justification aucune que « par des théorèmes généraux la fonction est C^1 », ce qui n'est pas faux, tous les résultats de mathématiques découlant de théorèmes généraux, mais encore faut-il préciser lesquels.

d. Faux dans près de la moitié des cas, sinon très approximatif, voire fantaisiste (boucles, ...). A noter qu'un certain nombre de candidats font apparaître sur le graphe « $\pi/2 < 1$ ».

Il est également dommage que le graphe ne soit pas tracé, sur bon nombre de copies, sur le papier millimétré fourni à cet effet.

2. a. Bien traitée en général, même si une bonne partie des candidats calculent g'_α et g''_α pour justifier que les dérivées existent.

b. Bien traitée dans la majorité des cas.

c. Bien traitée dans les deux tiers des cas, sinon erreur de signe ou utilisation d'un résultat faux de la question 1.

1. c. ii.

Il est quand même étonnant de voir que parfois l'écriture du résultat est fautive : manque de parenthèses ou deux signes d'opération se suivant.

d. Il est surprenant que des candidats arrivent à vérifier l'égalité souhaitée alors que les résultats précédents sont faux ! Cela montre bien le manque de précision dans la composition.

e. i. Bien traitée dans la plupart des cas, sinon erreurs de calcul. On trouve encore, dans quelques copies, des coefficients dépendant de x ...

ii. Même remarque, mais un certain nombre ne réalisent pas que $a_1 = 0$.

iii. Beaucoup d'erreurs de calcul et d'écriture.

iv. Le critère de d'Alembert est utilisé dans la grande majorité des cas, mais la conclusion est fautive dans la moitié des cas.

f. Question assez peu traitée, mais bien.

3. Bien pour les trois quarts des candidats. Pour les autres : ils compliquent en essayant de reprendre le développement en série entière, et à partir de cette question on voit clairement si le candidat a compris ou non l'objectif de l'épreuve.

4. a. Même remarque que précédemment.

b. Très peu de candidats ont su dire que la fonction était déjà sous forme polynômiale.

5. a. Question en général traitée très superficiellement : quelques calculs sont réalisés et « on voit clairement qu'il s'agit d'une fonction polynômiale » (parfois en x d'ailleurs). Moins de la moitié a su poser proprement la récurrence en ayant remarqué que $P_k^2(x) = 2P_{k-1}^2(x) - 1$.

b. Seulement ceux qui avaient remarqué $P_k^2(x) = 2P_{k-1}^2(x) - 1$ ont su répondre correctement à la question.

c. i. Bien traitée dans la majorité des cas.

ii. Question bien traitée dans la moitié des cas. Pour les autres, soit les calculs sont très compliqués, soit une lourde récurrence est utilisée et, dans ce cas, les candidats ne réalisent pas à la fin de leur calcul que l'hypothèse de récurrence n'a pas été utilisée.

iii. Réponse très mal rédigée et souvent superficielle.

iv. Très peu de candidats ont trouvé le bon résultat.

Deuxième partie

a

1. *a.* Bien traitée dans l'ensemble, même pour ceux qui n'avaient pas su répondre à la question I. 4.
b. Question souvent mal traitée : « la fonction est polynomiale et donc continue », « il est évident que la fonction est continue », mais les candidats ne précisent pas sur quoi ! Un tiers des candidats cependant pensent à vérifier la continuité en -1 et en $1 \dots$ et d'autres en 0 !
2. Les coefficients de Fourier sinusoïdaux, nuls, ont souvent été bien déterminés (parité de la fonction) ; en revanche, pour a_0 et a_n , seulement un tiers des candidats a su trouver un résultat juste. Il est aussi à noter que quelques candidats obtiennent des coefficients de Fourier dépendant de x ! Enfin, certains candidats n'utilisent pas, pour a_0 , la formule au programme, où il n'y a pas de coefficient $\frac{1}{2}$ dans les sommes partielles de Fourier.
3. A peu près les deux tiers des candidats pensent à utiliser le théorème de Dirichlet, mais pour plus de la moitié d'entre eux les hypothèses ne sont pas correctes (de plus, certains affirment que la fonction \tilde{g} est de classe C^1). On trouve toutefois une grande proportion de copies fantaisistes confondant Dirichlet, Parseval, ou faisant encore appel à des résultats sur les séries entières.
4. *a.* Seulement un quart des candidats a su répondre correctement à cette question en prenant $x = 1$. Pour les autres, soit ils font le calcul en $x = 0$ (et donnent quand même le bon résultat), soit tentent d'utiliser le théorème de Parseval, soit donnent directement le résultat qu'ils connaissent déjà sans faire l'effort de le retrouver ... Certains trouvent un résultat négatif, mais cela ne les gêne pas.
b. Mêmes remarques que pour la question précédente. Cependant plus de la moitié des candidats a su décomposer la somme, même quand le calcul n'a pas abouti.

Troisième partie

1. Un nombre non négligeable de candidats écrivent que la fonction à intégrer est équivalente à $\frac{1}{x^\beta}$ en l'infini, ce qui est grossièrement faux (à cause du terme en cosinus), pour ensuite se servir du critère de Riemann. D'autres **majorent** l'intégrale par une intégrale divergente et concluent !
2. *a.* Beaucoup se contentent de ne donner que la relation de Chasles ou bien disent que c'est un théorème du cours.
b. Question bien traitée dans la majorité des cas.
c. Changement de variables très rarement justifié. Le calcul n'est abouti que dans moins d'un quart des cas.
d. Question assez peu traitée ; quand elle l'est, il s'agit très souvent d'une reprise de la première question de cette partie et le candidat affirme alors que $\beta > 1$.

III. CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Pour le reste, les correcteurs ont eu le sentiment que les candidats savent « aller chercher » des points un peu partout dans le sujet, ce qui est plutôt positif. En revanche, et paradoxalement, ils ont déploré **leur manque de synthèse** par rapport au sujet, dans son ensemble. Il n'est en effet pas rare de trouver des copies dans lesquelles les candidats obtiennent une bonne réponse à une question en ne se rendant pas compte qu'elle est en contradiction avec un de leurs résultats antérieurs. De même, l'avancée dans le problème, ou les résultats intermédiaires ne font pas toujours réagir sur la compréhension de ce qui précède, comme cela devrait être le cas.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.
4. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
5. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
6. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
7. Il faut maîtriser les techniques fondamentales de calcul.
8. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
9. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.