

## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES B

Durée : 4 heures

### REMARQUES GÉNÉRALES

L'épreuve de mathématiques B portait cette année sur le programme de géométrie des classes préparatoires PTSI et PT. Les critères essentiels d'appréciation des candidats par le jury sont la solidité des connaissances et compétences mathématiques ainsi que la capacité à fournir des démonstrations pertinentes, complètes, bien structurées et claires.

Le problème était constitué de quatre parties totalement indépendantes sur des problèmes de géométrie, plane pour les 3 premières parties, géométrie dans l'espace pour la dernière. Les résultats ont été assez décevants en général, beaucoup de candidats se noyant dans des calculs souvent inutiles.

### REMARQUES PARTICULIÈRES

**La première partie consistait à étudier une conique (une hyperbole en l'occurrence) donnée par une équation cartésienne non réduite.**

- Dans un premier temps, nous demandions d'effectuer un changement d'origine (donné) du repère. Que d'erreurs de calculs ! La bonne équation (dans laquelle ne subsistait plus que la partie quadratique) a été obtenue dans moins de la moitié des copies. Signalons ici la plus belle perle du concours de cette année (même si ce n'est pas forcément l'objet de ce rapport) : l'équation cartésienne de la conique dans le nouveau repère est «  $2 = 0$  » !!

- Nous réduisons ensuite la forme quadratique pour obtenir la forme réduite de l'équation. La technique de diagonalisation est bien maîtrisée (et beaucoup de candidats savent qu'une matrice symétrique est diagonalisable dans une base orthonormée), normer les vecteurs ne pose pas de problème, mais la notion de base directe n'est pas du tout assimilée. Signalons que le produit vectoriel de 2 vecteurs n'a de sens qu'en dimension 3 et a pour résultat un autre vecteur et non un réel. Il faut également préciser que lorsqu'on demande de préciser la nature de l'isométrie (ici une rotation), il convient de préciser l'angle de la rotation et qu'en géométrie affine, le centre de cette rotation est également nécessaire.

- Il fallait ensuite déterminer les éléments caractéristiques de l'hyperbole (sommets, asymptotes). En général, ces éléments dans le cas de l'équation réduite sont obtenus mais repasser au repère initial est beaucoup plus difficile.

- Restait à dessiner l'hyperbole avec ses éléments caractéristiques. Ce dessin fait défaut dans une très grande majorité de copies.

**La seconde partie étudiait une courbe donnée par une équation en coordonnées polaires.**

- La détermination de l'ensemble de définition a déjà posé problème, certains oubliant la périodicité de la fonction, d'autres ajoutant un «  $2k\pi$  » artificiellement à leur résultat final (alors que la fonction était  $\pi$  périodique) plus par habitude que par réelle compréhension.

- Restreindre l'intervalle d'étude (donné) a également été difficile, la  $\pi$ -périodicité n'étant souvent pas suivie d'une symétrie par rapport à l'origine. Beaucoup de candidats étudient la parité de la fonction définie sur un intervalle non symétrique par rapport à 0.

- Le calcul des variations de la fonction n'a en revanche posé aucun problème.

- Pour ce qui est de la tangente, calculer un vecteur tangent est très bien connu, mais beaucoup de candidats se contentent de cela alors qu'il était demandé une équation cartésienne de la tangente.

- Le dessin de la courbe a été mieux réussi que pour celui de la première partie même s'il manquait souvent une partie de la courbe à cause des symétries non vues à la deuxième question. Regrettons quelques tangentes bizarres au point extrémal alors que la pente de la tangente avait été calculée à la question précédente.

### **La troisième partie étudiait l'inversion dans le plan et l'image de courbes simples (notamment de coniques) par cette transformation.**

- On demandait dans un premier temps de voir que l'application était bien définie, puis que l'application était bijective. La notion de bijection est très mal maîtrisée, l'existence d'un unique antécédent étant très souvent confondue avec l'existence d'une unique image. Précisons également que l'utilisation du noyau ne sert que pour les applications linéaires !

- On demandait ensuite les images de droites ou de cercles particuliers. Beaucoup de candidats ont bien vu ce qui se passait mais les réponses sont très souvent peu (voire pas du tout) justifiées, et seule une inclusion était démontrée, l'étude de l'inclusion inverse n'étant abordée que dans 3 ou 4 copies.

- Nous étudions ensuite l'image d'un autre cercle en travaillant dans le plan complexe, ce qui semble rédhitoire pour beaucoup de candidats. Il est à noter que certains candidats qui font miraculeusement apparaître dans leur résultat final un complexe conjugué (comme demandé dans l'énoncé) alors que celui-ci n'a jamais été présent dans leurs calculs. Précisons que le module d'un nombre complexe est nécessairement positif et qu'un signe moins dans l'expression correspond à un argument de  $\pi$ .

- Nous étudions finalement l'image d'une ellipse et d'une hyperbole en utilisant les équations polaires (on retrouvait d'ailleurs la courbe étudiée à la partie précédente). Excentricité, foyers, équation polaire d'une conique sont des notions connues de beaucoup de candidats.

La dernière partie étudiait le lieu des sommets d'un cône s'appuyant sur une ellipse fixée pour lesquels le cône est de révolution (ce lieu est une hyperbole dans un plan perpendiculaire au plan de l'ellipse). Cette partie, courte, a été en général traitée de façon raisonnable mais bien souvent de façon un peu rapide et désordonnée, probablement à cause d'un manque de temps en fin d'épreuve.

### **CONCLUSION**

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.

3. C'est l'ensemble du programme des deux années de classes préparatoires qu'il faut connaître.
4. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.
5. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
6. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
7. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
8. Le tracé des graphes doit être fait avec soin et propreté.
9. Il faut maîtriser les techniques fondamentales de calcul.
10. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
11. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

**Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.**

*Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.*