

EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

Le problème portait sur les polynômes de Tchebychev.

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Un grand nombre de candidats a fait un effort de présentation incontestable. On ne détecte que peu de tentatives d'escroqueries dans les calculs, elles ont été très sévèrement sanctionnées. Enfin, pour beaucoup de candidats, l'énoncé d'un résultat suffit, la démonstration étant pour eux superflue ; il est important de leur signaler que l'on attend des démonstrations, énoncées dans une langue claire et précise.

II. REMARQUES PARTICULIERES

PARTIE A

- 1° Peu d'erreurs dans le calcul de T_2 , T_3 , et T_4 .
- 2° à 5° De très nombreuses fautes dans la rédaction des raisonnements par récurrence. Enormément de candidats n'ont pas vu qu'il s'agissait de récurrences doubles. Par ailleurs, assez souvent, les résultats sont affirmés sans le moindre début de démonstration.
- 5° L'unicité demandée est rarement démontrée correctement.
- 6° Beaucoup de flou et d'imprécisions.
- 7° La dérivation d'une fonction composée pose bien des problèmes à nombre de candidats.

PARTIE B

- 1° Dans la plupart des copies, les passages aux sup et aux max se font des deux côtés, sans aucune explication. L'implication $L \ P = 0 \Rightarrow P = 0$ est très souvent affirmée, sans démonstration.
- 2° Même remarque concernant le sup et le max, avec en plus des oublis de valeurs absolues et par conséquent des problèmes de signes dans les inégalités écrites.
- 3° Peu de candidats ont compris le sens de la question. Les points ont été accordés facilement.
- 4° Résultat souvent exact, explications incomplètes.
- 5° Des imprécisions, mais la définition est en général connue.
- 6° Oubli très fréquent du cas particulier $\varphi \ T_0, T_0$.

7° Des réponses exactes pour l'unicité mais pour ceux qui utilisent l'orthogonalité de la famille, rappelons pour être précis qu'une famille orthogonale doit être formée de vecteurs non nuls pour être libre.

8° et 9° Ont parfois été traités rigoureusement, 10° beaucoup plus rarement.

PARTIE C

1° Ne pas oublier la linéarité de l'application.

2° Fréquent oubli des cas particuliers $k=0$ et $k=1$.

3° La plupart des candidats ne semblent pas avoir compris dans quel espace vectoriel ils devaient travailler, d'où un nombre très importants de réponses saugrenues.

4° Des erreurs de recopiations ...

5° et 6° Assez bien. La formule de la somme des premiers carrés n'est pas au programme ; les points ont donc été donnés dès lors que le candidat fournissait la réponse $\sum_{k=1}^n k^2$.
Les candidats ayant démontré la formule ont été récompensés.

7° Une infime partie des candidats traite correctement cette question ; un petit nombre d'entre eux pensent aux polynômes T_k , grâce surtout aux premières valeurs de k .

CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre satisfaisant de bonnes voire excellentes copies.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable.

2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci ainsi que la vérification de ses hypothèses.

3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée.

5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. Il s'agit là d'un point très important dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.

6. Il faut maîtriser les techniques de base du calcul.

7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être prêts le jour du concours.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES B

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

La totalité de cette épreuve portait sur le programme de géométrie des classes de mathématiques supérieures PTSI et spéciales PT.

Les 2 premières parties étudiaient des lieux de points dans l'espace (essentiellement des quadriques) définis par une même propriété géométrique. La dernière partie consistait en l'étude (géométrique et métrique) de la spirale logarithmique définie en coordonnées polaires.

Nous attirons enfin l'attention sur le fait qu'une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, à la propreté des copies ainsi qu'au soin apporté au tracé des courbes étudiées. Nous avons en particulier très sévèrement sanctionné les candidats dont les calculs se simplifient « miraculeusement » à la dernière ligne ; nous rappelons aux candidats que ces procédés ne manquent jamais de mettre de très mauvaise humeur un correcteur initialement bien disposé.

Enfin, nous ne répèterons jamais assez combien une bonne connaissance de son **cours** et une maîtrise des techniques classiques de **calcul** suffisaient à obtenir, cette année encore, une note tout à fait satisfaisante.

REMARQUES PARTICULIERES

Les résultats de cette épreuve ont été très variables, certaines copies traitant quasiment la totalité du sujet alors que beaucoup d'autres se contentent « d'effleurer » le sujet. D'une manière générale, nous regrettons souvent des réponses sans justification, et surtout l'incapacité de presque tous les candidats à mener à terme un calcul nécessitant plus de 5 lignes de rédaction. Ainsi, la dernière question de la partie I n'a été correctement traitée que par une petite dizaine de candidats !! Ajoutons qu'il est très irritant de trouver des figures minuscules et sales dans le corps du texte alors que des feuilles de papier millimétré étaient fournies, certains candidats poussant même le vice jusqu'à effectuer ces dessins sur le recto (blanc) des feuilles millimétrées.

La première partie du problème étudiait des cônes dans l'espace. Tout d'abord, un bon tiers des candidats ne reconnaît pas l'équation cartésienne d'un cône. Et une toute petite minorité est capable d'obtenir l'équation cartésienne d'un cône défini par ses éléments caractéristiques. Ensuite, il y a clairement une confusion entre la forme quadratique qui apparaît dans l'équation cartésienne d'une quadrique et la transformation orthogonale (changement de base) qui permet de réduire cette forme quadratique. A ce sujet, ajoutons que la notion de transformation orthogonale est très mal maîtrisée par les candidats. L'étude de la quadrique de la question 3 a été très instructive et montre une approche purement algorithmique des mathématiques de la part de beaucoup de candidats : ceux-ci appliquent sans chercher à trop réfléchir leur algorithme d'étude d'une quadrique et, pour les meilleurs d'entre eux, obtiennent après quelques pages de calcul l'équation réduite mais qui apparaissait déjà à la question précédente.

La seconde partie traitait de paraboloides elliptiques et étudiait des courbes tracées sur ces paraboloides. Le début de cette partie a été assez largement traitée (même si là encore la reconnaissance de l'équation cartésienne est difficile et que de nouvelles surfaces sont créées à cette occasion). En revanche, la notion d'équation paramétrique d'une surface est mal maîtrisée et celle d'équation paramétrique d'une droite dans l'espace est totalement ignorée.

La dernière partie étudiait la spirale logarithmique, définie par son équation en coordonnées polaires. Cette partie était relativement facile et a permis à beaucoup de candidats d'obtenir des points. Les définitions de l'abscisse curviligne, du repère de Frenet, du rayon de courbure, de la développée d'une courbe sont connues par beaucoup de candidats. La formule donnant l'aire délimitée par une courbe donnée par son équation polaire est en revanche beaucoup moins bien maîtrisée.

CONCLUSION

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. C'est l'ensemble du programme des deux années de classes préparatoires qu'il faut connaître.
4. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.
Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
5. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
6. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
7. Le tracé des graphes doit être fait avec soin et propreté.
8. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
9. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

10. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.

EPREUVE DE MATHEMATIQUE C

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

Le problème portait essentiellement sur les séries de Fourier, les intégrales généralisées et dépendant d'un paramètre. Le niveau des candidats en calcul intégral et sur les séries de Fourier est globalement honorable et leur a permis d'avancer significativement dans le problème.

En ce qui concerne la rédaction, elle gagnerait à être plus précise quand il s'agit d'énoncer et d'appliquer des définitions ou théorèmes explicitement dans le programme (théorème de Dirichlet, continuité des intégrales dépendant d'un paramètre, ...). Il est apparu évident que le cours d'analyse n'était souvent pas compris en profondeur. Par exemple, très peu de candidats savent définir proprement une fonction de classe C^1 par morceaux. Même la notion de continuité paraît assez floue, dans la mesure où on trouve encore dans un nombre non négligeable de copies des arguments comme « la fonction est continue sur \mathbb{R} donc bornée » ou « la fonction a une limite finie en 0 et en π donc est continue sur $[0, \pi]$ ». Enfin, la notion de continuité de fonction de deux variables est rarement bien comprise.

Il est également regrettable de constater que des candidats ont encore de grandes difficultés et commettent des erreurs comme multiplier une inégalité par -1 sans en changer le sens, ou oublier des valeurs absolues. Certains candidats n'ont pas compris que lorsqu'on demande de montrer un encadrement, ce n'est pas une propriété asymptotique, et que la recherche d'un équivalent en l'infini ne peut être une réponse suffisante.

Un défaut plus original constaté sur quelques copies est celui de vouloir utiliser à tout prix des méthodes compliquées apprises durant l'année et d'en oublier les raisonnements élémentaires (invoquer Taylor-Young pour faire un calcul de somme partielle sans voir que le terme général est celui d'une suite géométrique, ...)

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Dans l'ensemble, et de façon regrettable, les copies sont moins bien présentées que l'an passé, alors que l'énoncé spécifie bien que cela sera pris en compte dans la notation. Les correcteurs en ont tenu compte. Les correcteurs déplorent aussi les candidats ouvertement malhonnêtes (dissimulant des erreurs de calcul ou de raisonnement pour laisser penser au correcteur qu'une question a été bien traitée, comme en I. 4. b.). Il est toujours préférable de reconnaître sur la copie qu'on n'a pas réussi à aller au bout d'une question plutôt que d'espérer faire illusion en semant la confusion et en encadrant le résultat final donné dans l'énoncé.

REMARQUES PARTICULIERES

Première partie

1. Cette question a été traitée par la majorité des candidats. Toutefois, de nombreux graphes sont peu soignés, certains n'ont pas été tracés sur les feuilles de papier millimétré distribuées avec le sujet. Certains graphes sont complètement faux, les candidats ayant représenté des

fonctions affines par morceaux. Enfin, une quantité non négligeable de candidats n'a tracé les graphes que sur une demi-période, contrairement à ce qui était demandé dans l'énoncé.

2. La définition des coefficients est souvent très incomplète. La distinction entre a_0 et a_n ($n \geq 1$), conformément au programme, n'est pas toujours faite. Certains candidats ne connaissent pas du tout la définition de ces coefficients. D'autres donnent uniquement la définition des coefficients exponentiels, non demandés.

3. *a.* Un nombre non négligeable de candidats trouve zéro pour chacun des deux calculs ...

b. L'intégration par parties attendue a été correctement faite par la majorité des candidats. On trouve toutefois des démonstrations loufoques, par récurrence...

c, d. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats. Toutefois, un certain nombre de candidats ne finissent pas leur calcul, et donnent une expression avec une intégrale non calculée pour les a_n .

4. *a.* La définition correcte d'une fonction de classe C^1 par morceaux est rarement donnée. Beaucoup confondent « dérivable » et « de classe C^1 ».

b. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats, mais tous ne justifient pas l'égalité en citant le théorème de Dirichlet. Certains ne connaissent pas le nom correct (on trouve « Perichlet », et autres variantes). D'autre part, un certain nombre de candidats n'ayant pas obtenu les résultats corrects en 3. *c, d.* obtiennent, comme par magie, l'égalité demandée.

5. *a.* Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

b. Curieusement, cette question a été moins bien traitée que la précédente. Beaucoup de candidats invoquent ici le théorème de Parseval ...

Deuxième partie

1. *a.* Cette question a en général été correctement traitée. Toutefois, pour la continuité, beaucoup de candidats confondent « composition de fonctions » et « quotient » de fonctions. Enfin, certains candidats n'ont pas compris qu'une inégalité n'est pas une propriété asymptotique, et que la recherche d'un équivalent en l'infini ne peut être une réponse suffisante.

b. La moitié des candidats connaissent le théorème et l'appliquent correctement.

2. *a.* Cette question a souvent été traitée de façon très compliquée et floue, peu de candidats donnant la formule de la somme des termes d'une suite géométrique. Beaucoup de candidats font un développement en série entière, ou cherchent à appliquer une des formules de Taylor ... On trouve aussi un certain nombre de démonstrations par récurrence. Un petit nombre de candidats a pensé à la valeur -1 .

Sinon, certains candidats se contentent d'admettre le résultat.

b, c. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats.

3. *a.* Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

b. La limite est souvent trouvée, mais pas proprement, car beaucoup de candidats passent à la limite dans l'intégrale.

En outre, beaucoup de candidats utilisent des inégalités avec des valeurs absolues en sortant $\leftarrow 1 \right\rangle$ ou autre ...

4, 5. Environ la moitié des candidats a traité ces questions. Il y a parfois une petite erreur de calcul dans l'expression de $u_k \leftarrow$.

Troisième partie

1. Les calculs sont souvent fastidieux, et le résultat non obtenu.

2. a. Beaucoup de candidats prolongent la fonction par zéro.

b. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

c. Cette question n'a pas souvent été correctement traitée.

3. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats. Toutefois, un certain nombre de candidats écrit que, comme la fonction \tilde{S}_N est bornée, alors $e^{-2at} \tilde{S}_N \leftarrow$ est équivalent, au voisinage de $+\infty$, à $e^{-2at} \dots$

4. La première égalité a été traitée par la majorité des candidats. Pour la suite, peu justifient en citant Chasles, d'autres n'ont pas vu que l'on intégrait de $2p\pi$ à $2(p+1)\pi$ et non de $p\pi$ à $(p+1)\pi$.

5. a. Cette question a été traitée par la majorité des candidats

b. Cette question a été très peu souvent été correctement traitée.

c. Cette question a été traitée par un grand nombre de candidats

6. Cette question a été très peu traitée.

CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Pour le reste, les correcteurs ont eu le sentiment que les candidats savent « aller chercher » des points un peu partout dans le sujet, ce qui est plutôt positif. En revanche - et paradoxalement - ils ont déploré **leur manque de synthèse** par rapport au sujet, dans son ensemble. Il n'est en effet pas rare de trouver des copies dans lesquelles les candidats obtiennent une bonne réponse à une question en ne se rendant pas compte qu'elle est en contradiction avec un de leurs résultats antérieurs. De même, l'avancée dans le problème, ou les résultats intermédiaires ne font pas toujours réagir sur la compréhension de ce qui précède, comme cela devrait être le cas.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.

2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.

3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.

5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.

6. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.

7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.