

## EPREUVE DE MATHEMATIQUE C

Durée : 4 heures

### REMARQUES GENERALES

Le problème portait essentiellement sur les séries de Fourier, les intégrales généralisées et dépendant d'un paramètre. Le niveau des candidats en calcul intégral et sur les séries de Fourier est globalement honorable et leur a permis d'avancer significativement dans le problème.

En ce qui concerne la rédaction, elle gagnerait à être plus précise quand il s'agit d'énoncer et d'appliquer des définitions ou théorèmes explicitement dans le programme (théorème de Dirichlet, continuité des intégrales dépendant d'un paramètre, ...). Il est apparu évident que le cours d'analyse n'était souvent pas compris en profondeur. Par exemple, très peu de candidats savent définir proprement une fonction de classe  $C^1$  par morceaux. Même la notion de continuité paraît assez floue, dans la mesure où on trouve encore dans un nombre non négligeable de copies des arguments comme « la fonction est continue sur  $\mathbb{R}$  donc bornée » ou « la fonction a une limite finie en 0 et en  $\pi$  donc est continue sur  $[0, \pi]$  ». Enfin, la notion de continuité de fonction de deux variables est rarement bien comprise.

Il est également regrettable de constater que des candidats ont encore de grandes difficultés et commettent des erreurs comme multiplier une inégalité par  $-1$  sans en changer le sens, ou oublier des valeurs absolues. Certains candidats n'ont pas compris que lorsqu'on demande de montrer un encadrement, ce n'est pas une propriété asymptotique, et que la recherche d'un équivalent en l'infini ne peut être une réponse suffisante.

Un défaut plus original constaté sur quelques copies est celui de vouloir utiliser à tout prix des méthodes compliquées apprises durant l'année et d'en oublier les raisonnements élémentaires (invoquer Taylor-Young pour faire un calcul de somme partielle sans voir que le terme général est celui d'une suite géométrique, ...)

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Dans l'ensemble, et de façon regrettable, les copies sont moins bien présentées que l'an passé, alors que l'énoncé spécifie bien que cela sera pris en compte dans la notation. Les correcteurs en ont tenu compte. Les correcteurs déplorent aussi les candidats ouvertement malhonnêtes (dissimulant des erreurs de calcul ou de raisonnement pour laisser penser au correcteur qu'une question a été bien traitée, comme en I. 4. b.). Il est toujours préférable de reconnaître sur la copie qu'on n'a pas réussi à aller au bout d'une question plutôt que d'espérer faire illusion en semant la confusion et en encadrant le résultat final donné dans l'énoncé.

### REMARQUES PARTICULIERES

#### Première partie

1. Cette question a été traitée par la majorité des candidats. Toutefois, de nombreux graphes sont peu soignés, certains n'ont pas été tracés sur les feuilles de papier millimétré distribuées avec le sujet. Certains graphes sont complètement faux, les candidats ayant représenté des

fonctions affines par morceaux. Enfin, une quantité non négligeable de candidats n'a tracé les graphes que sur une demi-période, contrairement à ce qui était demandé dans l'énoncé.

2. La définition des coefficients est souvent très incomplète. La distinction entre  $a_0$  et  $a_n$  ( $n \geq 1$ ), conformément au programme, n'est pas toujours faite. Certains candidats ne connaissent pas du tout la définition de ces coefficients. D'autres donnent uniquement la définition des coefficients exponentiels, non demandés.

3. a. Un nombre non négligeable de candidats trouve zéro pour chacun des deux calculs ...

b. L'intégration par parties attendue a été correctement faite par la majorité des candidats. On trouve toutefois des démonstrations loufoques, par récurrence...

c, d. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats. Toutefois, un certain nombre de candidats ne finissent pas leur calcul, et donnent une expression avec une intégrale non calculée pour les  $a_n$ .

4. a. La définition correcte d'une fonction de classe  $C^1$  par morceaux est rarement donnée. Beaucoup confondent « dérivable » et « de classe  $C^1$  ».

b. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats, mais tous ne justifient pas l'égalité en citant le théorème de Dirichlet. Certains ne connaissent pas le nom correct (on trouve « Perichlet », et autres variantes). D'autre part, un certain nombre de candidats n'ayant pas obtenu les résultats corrects en 3. c, d. obtiennent, comme par magie, l'égalité demandée.

5. a. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

b. Curieusement, cette question a été moins bien traitée que la précédente. Beaucoup de candidats invoquent ici le théorème de Parseval ...

## **Deuxième partie**

1. a. Cette question a en général été correctement traitée. Toutefois, pour la continuité, beaucoup de candidats confondent « composition de fonctions » et « quotient » de fonctions. Enfin, certains candidats n'ont pas compris qu'une inégalité n'est pas une propriété asymptotique, et que la recherche d'un équivalent en l'infini ne peut être une réponse suffisante.

b. La moitié des candidats connaissent le théorème et l'appliquent correctement.

2. a. Cette question a souvent été traitée de façon très compliquée et floue, peu de candidats donnant la formule de la somme des termes d'une suite géométrique. Beaucoup de candidats font un développement en série entière, ou cherchent à appliquer une des formules de Taylor ... On trouve aussi un certain nombre de démonstrations par récurrence. Un petit nombre de candidats a pensé à la valeur  $-1$ .

Sinon, certains candidats se contentent d'admettre le résultat.

b, c. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats.

3. a. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

b. La limite est souvent trouvée, mais pas proprement, car beaucoup de candidats passent à la limite dans l'intégrale.

En outre, beaucoup de candidats utilisent des inégalités avec des valeurs absolues en sortant  $\leftarrow 1 \right\rangle$  ou autre ...

4, 5. Environ la moitié des candidats a traité ces questions. Il y a parfois une petite erreur de calcul dans l'expression de  $u_k \leftarrow$ .

### Troisième partie

1. Les calculs sont souvent fastidieux, et le résultat non obtenu.

2. a. Beaucoup de candidats prolongent la fonction par zéro.

b. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

c. Cette question n'a pas souvent été correctement traitée.

3. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats. Toutefois, un certain nombre de candidats écrit que, comme la fonction  $\tilde{S}_N$  est bornée, alors  $e^{-2at} \tilde{S}_N \leftarrow$  est équivalent, au voisinage de  $+\infty$ , à  $e^{-2at} \dots$

4. La première égalité a été traitée par la majorité des candidats. Pour la suite, peu justifient en citant Chasles, d'autres n'ont pas vu que l'on intégrait de  $2p\pi$  à  $2(p+1)\pi$  et non de  $p\pi$  à  $(p+1)\pi$ .

5. a. Cette question a été traitée par la majorité des candidats

b. Cette question a été très peu souvent été correctement traitée.

c. Cette question a été traitée par un grand nombre de candidats

6. Cette question a été très peu traitée.

### CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Pour le reste, les correcteurs ont eu le sentiment que les candidats savent « aller chercher » des points un peu partout dans le sujet, ce qui est plutôt positif. En revanche - et paradoxalement - ils ont déploré **leur manque de synthèse** par rapport au sujet, dans son ensemble. Il n'est en effet pas rare de trouver des copies dans lesquelles les candidats obtiennent une bonne réponse à une question en ne se rendant pas compte qu'elle est en contradiction avec un de leurs résultats antérieurs. De même, l'avancée dans le problème, ou les résultats intermédiaires ne font pas toujours réagir sur la compréhension de ce qui précède, comme cela devrait être le cas.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.

2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.

3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.

5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.

6. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.

7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.