

## EPREUVE DE MATHEMATIQUE C

Durée : 4 heures

### PRESENTATION DU SUJET

L'objet de cette épreuve était l'étude de certaines propriétés des nombres et polynômes de Bernoulli. Elle se composait d'un préambule et de deux parties.

### ANALYSE DE L'EPREUVE

#### Préambule

1.,2. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats.

#### Partie I

1. a. Une grande partie des candidats n'a pas pris garde au fait que les fonctions  $f$  et  $g$  étaient des fonctions de la variable complexe, et ont donc donné un domaine de définition réel.  
b. La plupart des candidats ont traité cette question, mais parfois de façon très compliquée.  
c. Une grande partie des candidats a traité correctement cette question, mais beaucoup se sont contentés de donner une réponse sans aucune justification ; d'autres ont donné un rayon de convergence égal à 1.
2. a, b. La plupart des candidats ont traité ces questions, mais il est regrettable que les réponses ne soient pas toujours justifiées.  
c, d. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats.
3. a, b. Ces questions ont été traitées par la majorité des candidats.  
Pour la comparaison entre  $B_n(0)$  et  $B_n(1)$ , la distinction  $n = 1$  ou  $n > 1$  n'est pas toujours faite.
4. a. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.  
b. Cette question, délicate en raison du passage en réels, a été traitée par la majorité des candidats en se plaçant directement sur  $\mathbb{C}$ . Certaines copies ont bien vu la subtilité.  
Un certain nombre de copies utilisent le même indice  $n$  que celui de l'égalité à démontrer pour la somme des séries intervenant, et ne peuvent donc aboutir au résultat.  
c. Cette question a été traitée par la majorité des candidats, mais parfois de façon très, très compliquée.  
d. La dérivabilité des deux membres de l'égalité du 4.b. est rarement bien justifiée. On attendait ici que les candidats rappellent le théorème de cours concerné, mais bien peu le font, ce qui est très regrettable. En outre, on trouve ici beaucoup de raisonnements confus, alambiqués, d'une longueur phénoménale, qui ne veulent absolument rien dire.
5. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

6. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats. Certains l'avaient déjà démontré au 3.
7. a. La première partie de cette question a été traitée par la majorité des candidats. La suite a rarement été faite correctement. Une partie des candidats ayant traité cette question l'a très bien fait.  
b, c. Ces questions ont été traitées par environ un tiers des candidats. Certains se contentent pour toute réponse de recopier les valeurs données dans l'énoncé, et ne donnent aucune justification.

## Partie II

1. a. Très peu de candidats sont capables de donner la définition d'une fonction  $C^1$  par morceaux, alors que c'est une question de cours, qui a été posée plusieurs fois à l'écrit. On trouve ici encore des explications longues et confuses.  
b. Une grande partie des candidats se révèle encore incapable de tracer correctement le graphe d'une fonction simple.
2. a. La plupart des copies se contentent ici de répondre : ou, et ce sans aucune justification, alors qu'on attendait le théorème de Dirichlet. D'autre part, beaucoup de copies ne donnent pas la bonne expression des coefficients de Fourier, et d'autres donnent des expressions faisant intervenir une variable  $\omega$  qu'ils ne prennent pas le soin d'explicitier.  
b, c. Ces questions ont été traitées correctement par les candidats ayant donné les bonnes expressions des coefficients de Fourier en  $a$ .  
d, e, f. Ces questions ont été traitées par peu de candidats, mais qui l'ont très bien fait.  
g. Un grand nombre de candidats a traité cette question, en utilisant les résultats donnés dans l'énoncé.
3. a. Une grande partie des candidats a traité correctement cette question, mais beaucoup confondent les rôles de  $x$  et  $k$ .  
b. Une petite partie des candidats a traité cette question.  
c. La plupart des candidats se sont contentés de donner le résultat, qu'ils connaissent.

## COMMENTAIRE GENERAL SUR L'EPREUVE ET CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Globalement les correcteurs ont noté une amélioration de la présentation des copies, dont il a été tenu compte. Les candidats ont, cette année, montré dans l'ensemble une bonne compréhension du sujet. Il est toutefois à regretter que beaucoup de réponses ne soient pas justifiées : si l'énoncé donne la réponse, c'est pour permettre aux candidats de ne pas rester bloqués sur une question, il ne sert à rien de recopier celui-ci en espérant avoir les points correspondants. En outre, il serait souhaitable que les questions de cours ne donnent pas lieu à des développements longs et confus qui ne répondent en aucun cas à ce qui est demandé. Enfin, il semble indispensable que les tracés graphiques soient améliorés.