

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

Aucun document n'est autorisé.

Ce document se compose :

- d'une présentation du sujet : 5 pages numérotées de 1 à 5 ;
- du travail demandé (5 parties indépendantes A, B, C, D et E) : 17 pages numérotées de 6 à 22 ;
- des documents annexes : 8 pages ;
- un cahier réponse à rendre avec votre copie : 8 pages.

Il est demandé au candidat :

- de traiter chacune des parties sur des **copies séparées** en indiquant sur celles-ci la référence de la partie correspondante ;
- de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées ;
- de rédiger tous les calculs en **littéral** avant de faire, si elles sont demandées, les applications numériques ;
- d'**encadrer** les réponses finales.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Il ne sera remis qu'un seul cahier réponse au cours de l'épreuve.

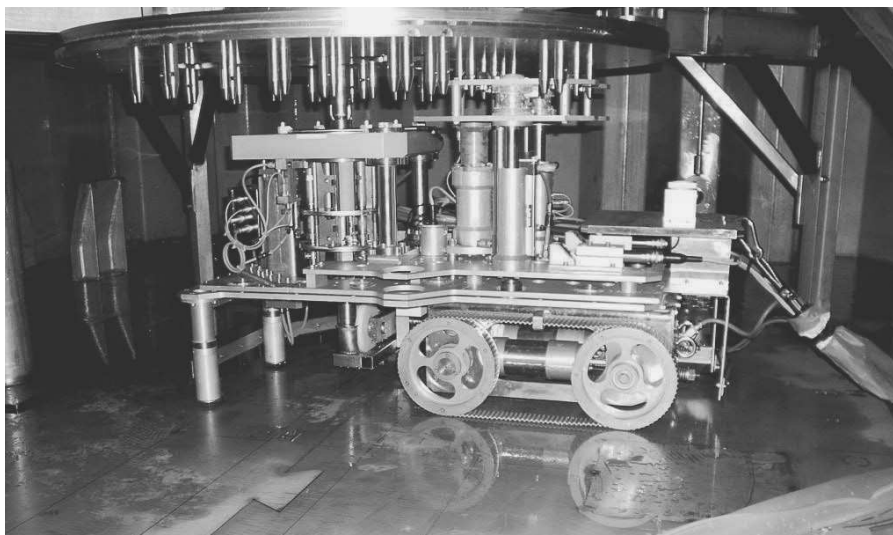
Protection

Ce sujet utilise comme support d'étude un système développé par le groupe **AREVA**. Les éléments d'information extraits de documents **AREVA** dans le présent sujet et utilisés avec leur permission, restent la propriété du groupe **AREVA**.

L'autorisation d'utilisation de ces informations n'est valable que pour ce sujet de concours.

PRÉSENTATION

SYSTÈME D'INSPECTION POUR TUBES DE GUIDAGE ou SYSTÈME ÉCLIPSE



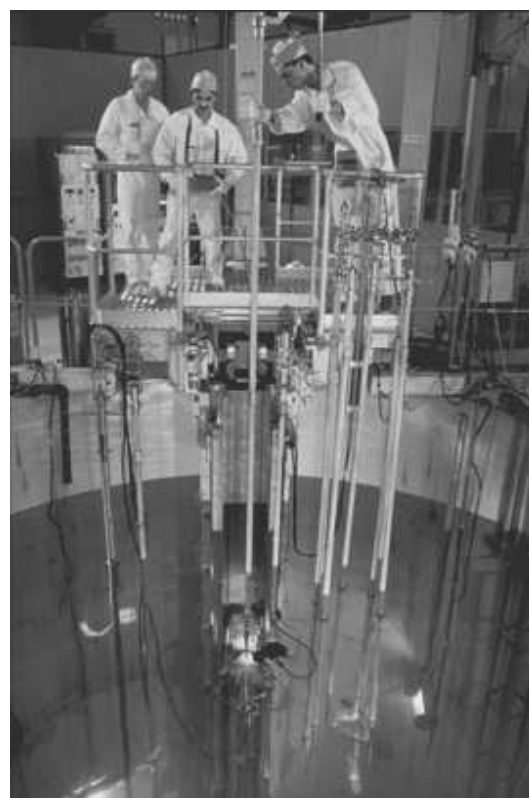
La maintenance des installations nucléaires civiles est un enjeu essentiel de la sûreté de ces installations. Les centrales nucléaires font ainsi l'objet d'inspections régulières avec des matériels adaptés au contexte particulier de ce secteur d'activité.

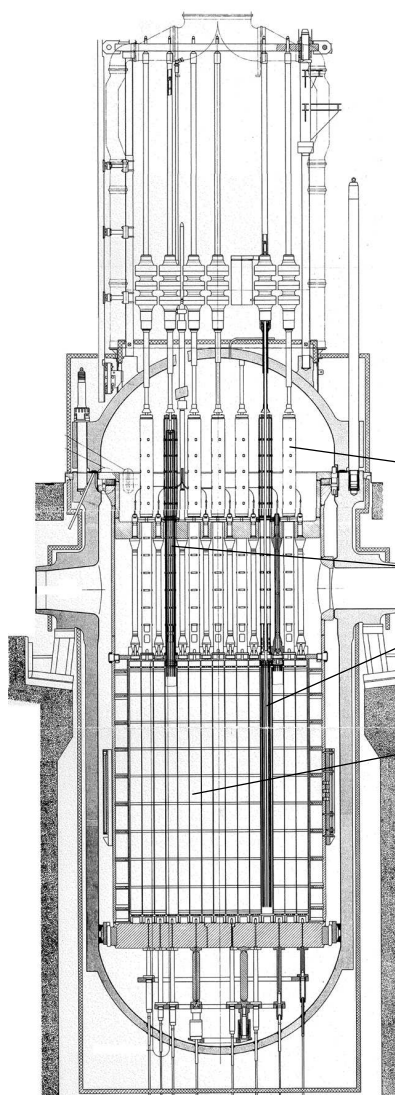
Le groupe **AREVA**, numéro un mondial dans son secteur d'activité, propose une offre complète sur l'ensemble du cycle de l'énergie nucléaire civile.

Le pôle **RÉACTEUR ET SERVICES** conçoit et construit les réacteurs nucléaires mais apporte également les prestations de services et les produits nécessaires à leur fonctionnement et leur maintenance. Ainsi **AREVA NP** située à Chalon sur Saône a récemment développé, au sein du **DÉPARTEMENT DES PROCÉDÉS OUTILLAGES SERVICES NUCLÉAIRES**, un procédé et son système de mise en œuvre, nommé **ÉCLIPSE**, permettant d'inspecter les tubes de guidage des grappes de contrôle.

LES GRAPPES DE CONTRÔLE

Pour maîtriser la réaction en chaîne au cœur du réacteur, on plonge à l'intérieur, des "grappes de contrôle" qui, suivant leur profondeur de descente, régulent la réaction. Elles ont ainsi un rôle de pilotage du réacteur en fonctionnement normal mais permettent également de stopper la réaction en cas d'incident de fonctionnement. Dans ce cas, les grappes chutent complètement par gravité au sein du combustible et stoppent très rapidement la réaction en chaîne.





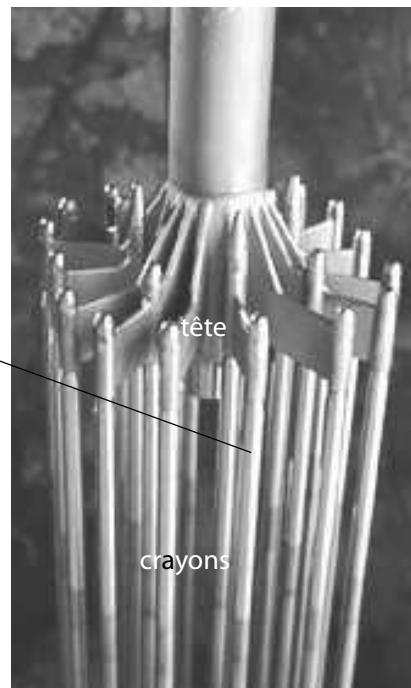
tube de guidage

grappe de contrôle

cœur du réacteur

Les grappes de contrôle sont constituées de plusieurs tiges, appelées "crayons", d'environ quatre mètres de longueur pour un diamètre de dix millimètres. Les crayons sont fixés à une tête à laquelle on impose les mouvements de montée ou descente. Chaque grappe de contrôle (voir photo ci-dessous) est guidée dans un tube.

En effet les crayons d'une grappe de contrôle sont très flexibles et ont besoin d'être maintenus et guidés dans leur mouvement vertical.



tête

crayons

LES TUBES DE GUIDAGE

Les tubes de guidage sont des colonnes verticales d'un peu plus de trois mètres de hauteur à profil extérieur rectangulaire. Au nombre de 70, elles sont maintenues entre elles par deux plaques support et forment ainsi un ensemble rigide que l'on peut démonter et déplacer.

Le guidage des grappes de contrôle, constituées des crayons et de la tête, nécessite une forme interne du tube de guidage adaptée. De plus, le concepteur a prévu un guidage continu dans la partie basse du tube et un guidage discontinu dans la partie haute. La figure de la page suivante précise ces formes d'un tube de guidage.

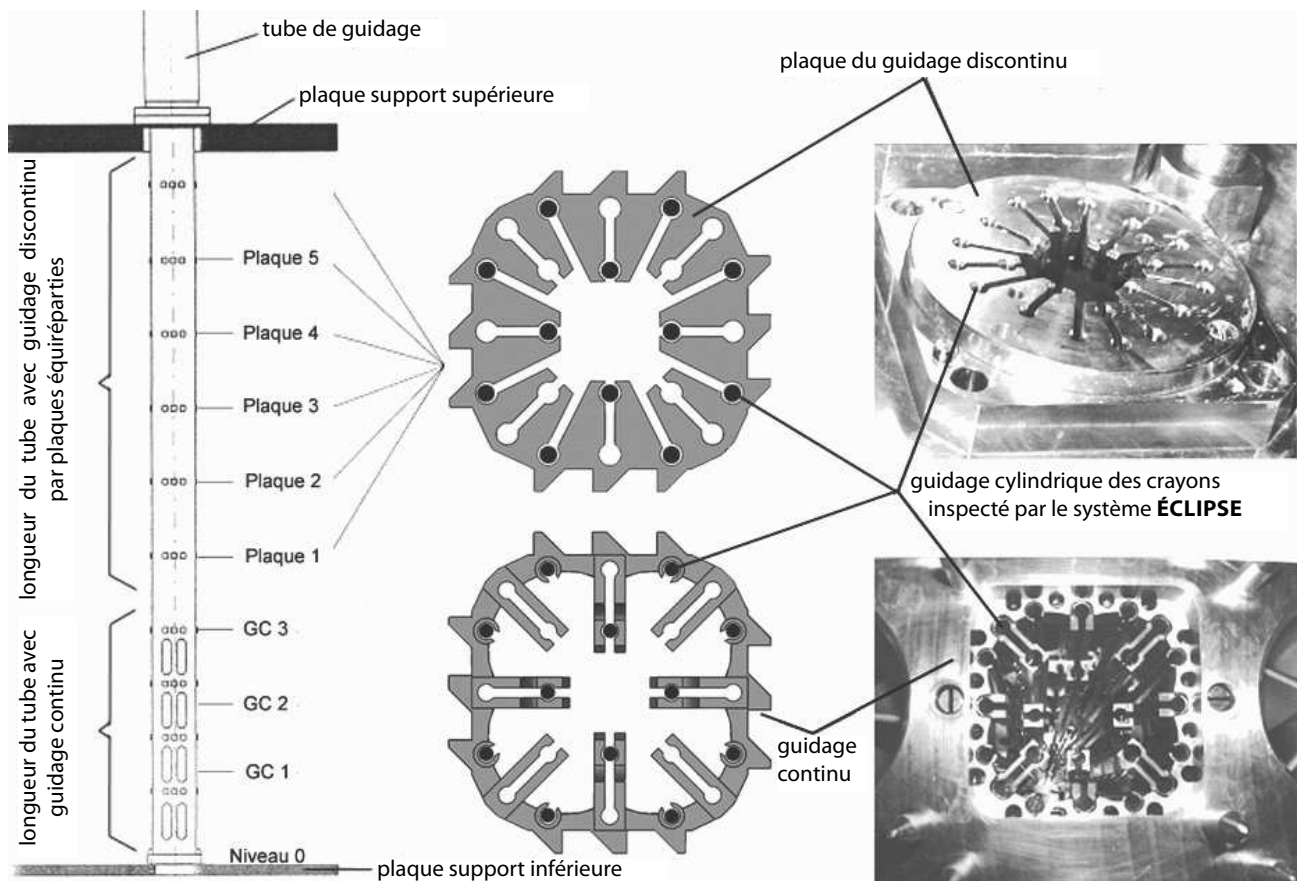
L'INSPECTION

Les grappes de contrôle jouent un rôle essentiel dans le fonctionnement du réacteur et notamment en cas d'incident où elles doivent descendre en chute libre entièrement dans le cœur. Tout blocage de leur mouvement dans les tubes de guidage pourrait provoquer un incident important. La décision de leur remplacement constituent donc un enjeu important pour la sûreté des installations.

Cette décision s'appuie sur l'estimation du degré d'usure des tubes de guidage qui permet d'apprécier leur capacité à remplir leur fonction.



Vue de l'ensemble des tubes de guidage et de leurs supports

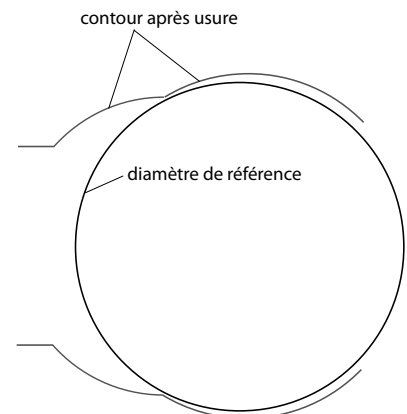


Position	Altitude en mm
GC 1	500
GC 2	700
GC 3	1000
Plaque 1	1350
Plaque 2	1600
Plaque 3	1950
Plaque 4	2250
Plaque 5	2600

On procède en altitude, à des mesures dans 8 plans situés à des niveaux successifs en commençant par le bas où on définit le niveau zéro de référence. Les huit plans de mesures se répartissent en 3 plans dans le guidage continu (**GC**) et 5 plans pour le guidage discontinu situés au niveau des plaques de guidage. La figure et le tableau donnés ci-contre, donnent précisément la position des 8 plans de mesure.

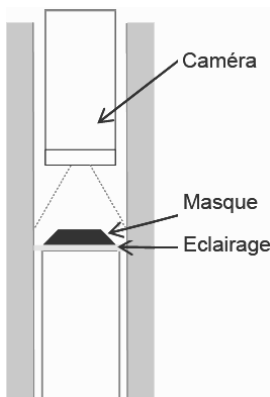
L'inspection porte sur 12 guidages cylindriques répartis en 4 alésages centraux et 8 alésages périphériques aussi bien dans la partie du guidage continu que dans celle du guidage discontinu (voir disques noirs placés sur la figure ci-dessus).

Les mesures effectuées permettent de contrôler l'état d'usure de chacun des 12 alésages. La figure ci-contre à droite donne un exemple de contour avant et après usure.



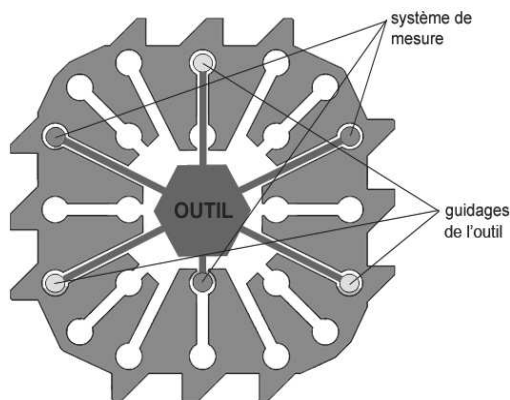
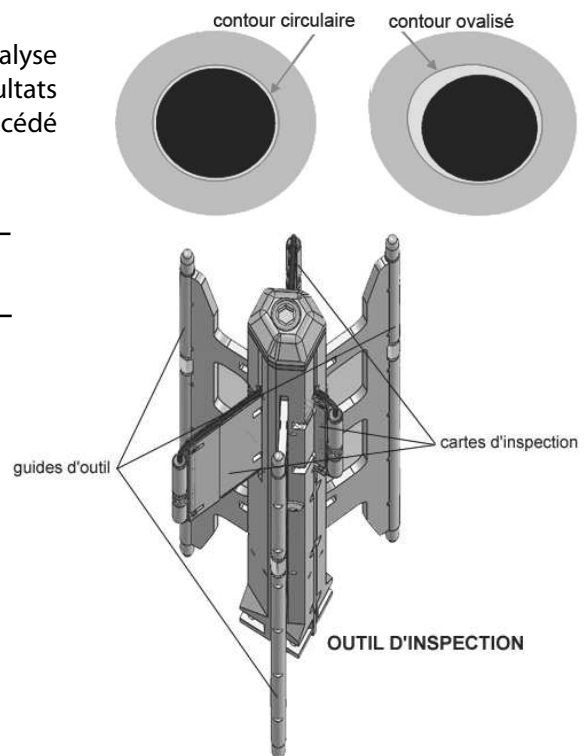
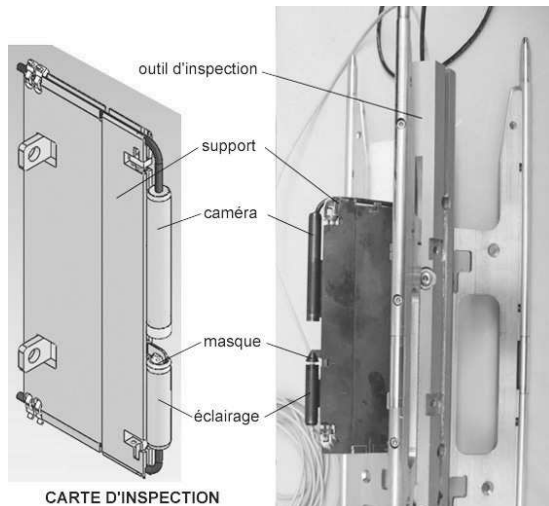
LE PRINCIPE DE MESURE : ÉCLIPSE

Le caractère innovant de la solution proposée par **AREVA** tient pour beaucoup au principe de mesure. Ce principe s'appuie sur un phénomène optique semblable à celui d'une éclipse solaire. On place un masque circulaire d'un diamètre légèrement inférieur au diamètre d'alésage à contrôler. On l'éclaire d'un coté et on observe de l'autre, avec une caméra, la lumière qui passe entre le masque et le contour de l'alésage (voir schéma ci-contre). On observe alors une image comme celle qui suit.



L'image obtenue par la caméra fait l'objet d'une analyse numérique associée à une reconnaissance de forme. Les résultats sont enregistrés sur DVD. La précision de la mesure par ce procédé est de $\pm 0,15$ mm.

LE PRINCIPE ET LES CONDITIONS D'INSPECTION



Pour mettre en œuvre ce principe et inspecter les tubes de guidage, le bureau d'étude a conçu l'outil d'inspection ci-dessus. Il est constitué de 3 cartes d'inspection et de 3 guides cylindriques couissant dans les alésages de guidage des grappes de contrôle dans le tube de guidage. Chaque carte d'inspection comprend un système de mesure constitué d'une caméra, d'un masque et d'un éclairage, et un support liant le système de mesure au corps central de l'outil.

Cet outil permet d'inspecter 3 alésages par passage de l'outil sur la hauteur à inspecter dans un tube guide. On répète donc l'opération plusieurs fois pour inspecter tous les alésages à contrôler, en faisant une rotation de l'outil entre chaque passage.

Le matériel à inspecter étant fortement irradié, son inspection est effectuée dans l'eau. À cet effet l'ensemble des tubes et des plaques support est déposé et reste dans la "piscine", à une profondeur de 11 m. Cette piscine, située dans l'enceinte de confinement, contient le réacteur, quand il fonctionne, mais peut également recevoir les éléments irradiés que l'on démonte pour les opérations de maintenance.

L'inspection est donc réalisée sous l'eau et à une pression supérieure à la pression atmosphérique.



Vue de la piscine vide avec un élément du réacteur en cours de montage

LE SYSTÈME ÉCLIPSE

Le système **ÉCLIPSE** réalise donc l'inspection de l'état d'usure des surfaces de guidage des tubes de guidage (voir expression fonctionnelle *figure 1* de l'Annexe 1). **AREVA NP** fournit au client une prestation complète d'inspection et met lui-même en œuvre le système **ÉCLIPSE** qu'il a développé. À charge pour le client, après l'arrêt du réacteur, de la dépose et la mise en place de l'ensemble "tubes de guidage" au fond de la piscine sur une rehausse (voir *figure 2* de l'Annexe 1).

Le processus de réalisation de l'inspection est globalement le suivant (voir *figure 2* et *photos* de l'Annexe 1) :

L'ensemble constitué d'un robot chenillé supportant l'unité de stockage et de rotation de l'outil d'inspection, est plongé et déposé au fond de la piscine par le matériel de manutention propre à la centrale. Le robot est relié à une console spécifique, déportée à proximité de la piscine, par un faisceau de câbles assurant l'alimentation en énergie et la transmission des informations. L'opérateur téléguide alors à vue, via la console lui donnant une image fournie par une caméra embarquée, le robot chenillé jusque sous un tube. Une plaque de repérage, positionnée au préalable au fond de la piscine sous les tubes, permet à l'opérateur de guider le robot chenillé jusqu'au tube souhaité. Après cette mise en position visuelle approximative sous un tube, une unité de translation verticale vient, en prenant appui sur des doigts de positionnement liés aux tubes, mettre l'unité de stockage et de rotation de l'outil en position précise par rapport au tube à inspecter, et verrouiller cette position. On descend alors une perche, commandée en montée et descente par un palan spécifique dédié au système **ÉCLIPSE** et suspendu au dessus de la piscine (voir *figure 2* de l'Annexe 1). La perche pénètre à l'intérieur du tube à inspecter et descend jusqu'à l'outil d'inspection auquel on accroche la perche par un système d'accrochage. Les mouvements de la perche permettent ensuite de déplacer à volonté l'outil dans le tube de guidage. Une gaine flexible fixée sous l'outil d'inspection et le reliant au robot chenillé, contient les câbles assurant l'alimentation des caméras, la gestion de la prise d'images et leur transmission vers le système d'acquisition, située sur la console de l'opérateur, et qui permet de visualiser et d'enregistrer les images.



Vue du système éclipse au cours d'essais de validation. On distingue le support de rehausse des tubes posé au fond de la piscine

TRAVAIL DEMANDÉ :

Après une lecture attentive de la présentation du système et de son contexte (environ 15 min), l'étude proposée s'articule en cinq parties indépendantes :

- A - Analyse fonctionnelle et structurelle (30 min)
- B - Analyse de la commande séquentielle du processus d'inspection (45 min)
- C - Validation du système d'accrochage de la perche sur l'outil d'inspection (1h 15 min)
- D - Validation du système de maintien en tension de la gaine flexible (1h)
- E - Réglage et validation du correcteur de la commande asservie du déplacement de l'outil par le palan (1h 15 min)

Partie A

ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

Cette partie vise à donner une description fonctionnelle interne de la fonction de service (FS) :

"Réaliser l'inspection de l'état d'usure des tubes de guidage",

issue d'une analyse fonctionnelle externe préalable.

Cette description fonctionnelle interne permet d'organiser l'analyse structurelle du système et de préciser les performances attendues qui feront l'objet des études de validation proposées dans la suite du sujet.

Après lecture de la présentation et la consultation du diagramme SADT de niveau A-0 de la *figure 1* de l'Annexe 1, on demande :

QUESTION 1

Compléter le diagramme de niveau A0 ébauché sur le Document réponse 1 du cahier réponse.

Après lecture du diagramme FAST de description associé à la fonction de service étudiée et donné sur le Document réponse 2 du cahier réponse, on demande :

QUESTION 2

Indiquer à droite de ce diagramme les éléments de la structure réalisant les différentes fonctions du niveau le plus bas de la description.

La prestation fournie par le système **ÉCLIPSE** peut globalement se scinder en deux parties :

- Déplacer et placer l'outil d'inspection aux points de mesure (FT.1 et FT.2)
- Générer l'imagerie de l'état d'usure mesuré par l'outil d'inspection sur le principe "**Éclipse**" (FT.4)

L'étude proposée dans ce sujet porte sur la première partie de la prestation et plus particulièrement sur la réalisation de la fonction FT.2.

Partie B

ANALYSE DE LA COMMANDE SÉQUENTIELLE DU PROCESSUS D'INSPECTION

La commande séquentielle du processus d'inspection est spécifiée par un modèle de commande décrit en langage GRAFCET. L'Annexe 2 définit partiellement ce modèle de commande. En effet, seul le mode de marche automatique est décrit et seule la tâche "déplacement outil" est détaillée. L'opérateur peut accéder à un mode de marche manuel lui permettant principalement de refaire une mesure qu'il jugerait délicate à interpréter, et un mode de secours lui permettant d'accéder directement aux commandes des actionneurs sans les sécurités logicielles des autres modes. La manœuvre d'accostage et de verrouillage sous un tube est, quant à elle, entièrement manuelle.

Les variables traitées par le modèle de commande sont les suivantes :

Variables d'entrée binaires :

aru	: arrêt d'urgence
cdf	: conditions de fonctionnement
sec	: mode secours
manu	: mode manuel
auto	: mode automatique
mdp	: mot de passe validé
ost	: outil verrouillé sous le tube
dcy	: départ cycle automatique
deft	: présence défaut
acq_deft	: acquittement défaut
stop	: arrêt temporaire du cycle automatique
reprise	: reprise du cycle automatique
fap	: fin de la tâche : accrochage perche
fpo	: fin de la tâche : prise origine outil
frot	: fin de la tâche : rotation outil
fmes	: fin de la tâche : opération de mesure
fdes	: fin de la tâche : descente outil
fin secours	: fin du mode secours
fin manu	: fin du mode manuel
fin auto	: fin du mode automatique

Variable d'entrée numérique :

h	: contient la valeur courante de la hauteur de l'outil dans le tube, mesurée à partir de l'origine définie par la prise d'origine outil
----------	---

Variables de sortie binaires de la tâche "déplacement outil" :

Vitesse lente	: envoie l'ordre de mise en mouvement de translation ascendante de l'outil par le palan à une valeur de 10 mm/s
Vitesse rapide	: envoie l'ordre de mise en mouvement de translation ascendante de l'outil par le palan à une valeur de 50 mm/s

Variables internes numériques :

H₀	: contient la valeur de la hauteur du plan de la mesure qui vient d'être effectuée. Cette valeur change à chaque plan de mesure
H₁	: contient la valeur de la hauteur du plan de mesure vers lequel se dirige l'outil d'inspection. Cette valeur change à chaque plan de mesure

Objectifs de l'analyse proposée

On se propose d'estimer la durée d'inspection d'un tube en mode automatique avec le modèle donné dans des conditions de fonctionnement sans aléa, puis de valider la description du modèle quand l'opérateur utilise la fonction stop-reprise du mode automatique.

On précise les durées des tâches suivantes :

opération de mesure	: 15 s
descente outil	: 55 s
rotation outil	: 5s

B1 - ESTIMATION DE LA DURÉE D'INSPECTION D'UN TUBE EN MODE AUTOMATIQUE

QUESTION 3

On souhaite connaître la durée d'inspection entre le niveau 0 mm et le niveau 500 mm. Pour cela, on cherche le graphe d'évolution du modèle de commande entre les situations (1, 13, 100, 200, 300) et (1, 13, 100, 200, 301). Compléter le graphe d'évolution du document réponse 3, dont on donne les premières situations depuis la situation initiale jusqu'à la situation de début du graphe demandé. On précisera :

- les événements provoquant l'évolution,
- les éventuelles situations instables en les encadrant (situation instable = situation suivie d'une évolution fugace),
- la durée de chaque situation. On supposera que la durée d'une situation instable est négligeable pour l'échelle de temps de la partie opérative.

En déduire la durée d'inspection du niveau 0 au niveau 500 mm.

QUESTION 4

Même question pour l'inspection du niveau 1000 au niveau 1350 mm. On complètera à cet effet le document réponse 3 où on donnera le graphe d'évolution depuis la situation (1, 13, 100, 200, 303) jusqu'à la situation (1, 13, 100, 200, 304).

QUESTION 5

Même question pour la durée du processus d'inspection dans la phase de changement de position de l'outil d'inspection pour un nouveau passage dans le même tube. On complètera à cet effet le document réponse 4 où on donnera le graphe d'évolution depuis la situation (1, 13, 130, 307) jusqu'à la situation (1, 13, 100, 200, 300, 403).

QUESTION 6

Déduire des questions précédentes et d'une analyse complète du modèle, la durée totale, sans incident, du mode automatique. On pourra remplir un tableau du type de celui proposé sur le document réponse 4.

B2 - VALIDATION DE LA DESCRIPTION DU MODÈLE DE COMMANDE

L'opérateur a la possibilité d'interrompre à tout moment le déplacement de l'outil en mode automatique, et de reprendre le fonctionnement au point d'interruption. Le comportement attendu du système est le suivant :

- appui sur le bouton **stop** : l'outil arrête son déplacement, puis,
- appui sur le bouton **reprise** : l'outil reprend son déplacement là où il s'était arrêté.

QUESTION 7

On se place à l'instant où $h = 1500$ mm correspondant à la situation (1, 13, 100, 200, 304) de la description du modèle de commande. On suppose ensuite qu'à l'instant où $h = 1595$ mm, l'opérateur appuie sur le bouton **stop**. Après avoir fait les vérifications qu'il souhaitait, il appuie sur le bouton **reprise**.

Donner, en complétant le document réponse 4, le graphe d'évolution depuis la situation (1, 13, 100, 200, 304), jusqu'à la situation atteinte quand $h = 1600$ mm.

QUESTION 8

Peut-on valider, à partir du graphe d'évolution précédent, la conformité de la description du modèle de commande, au comportement attendu?

VALIDATION DU SYSTÈME D'ACCROCHAGE DE LA PERCHE SUR L'OUTIL

Ce système réalise la fonction FT.2.1.1 caractérisée par les critères d'appréciation donnés dans l'extrait du cahier des charges suivant :

Fonction technique	Critères d'appréciation	Niveau
FT.2.1.1 Accrocher l'outil d'inspection au système de déplacement vertical.	<ul style="list-style-type: none"> démontabilité de la liaison montage quelle que soit la position angulaire de l'outil autour de son axe vertical type d'énergie de commande : <ul style="list-style-type: none"> en fonctionnement normal : pneumatique en cas de blocage de l'outil : manuelle commande par obstacle dans les deux sens maintien de la liaison en cas de perte d'énergie durée de l'accrochage effort de commande résistance à l'effort d'entraînement : <ul style="list-style-type: none"> en fonctionnement normal en cas de blocage de l'outil encombrement 	<p>–</p> <p>–</p> <p>–</p> <p>–</p> <p>–</p> <p>< 1s</p> <p>< 50N</p> <p>700N</p> <p>1200N</p> <p>adapté aux dimensions du corps de l'outil</p>

Les figures de l'Annexe 3 donnent quelques éléments de la solution adoptée par le bureau d'étude. On y trouve notamment l'extrémité de la perche sur laquelle est fixée la tête d'accrochage. La liaison démontable est réalisée par trois griffes pivotantes qui viennent se loger dans une gorge de la pièce insérée dans le corps de l'outil d'inspection. Le pivotement des griffes est commandé par une tige couissant dans la perche sur toute sa longueur puisque la commande pneumatique ou manuelle est effectuée en haut de la perche, hors d'eau.

On souhaite valider deux des critères d'appréciation :

- **critère 1** : la commande par obstacle dans les deux sens (accrochage et décrochage)
- **critère 2** : la durée de l'accrochage

Les **notations** adoptées sont les suivantes :

La base orthonormée directe liée au solide **i** : $B_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$

Le torseur cinématique du mouvement d'un solide **j** par rapport à un solide **i** (ou par rapport au référentiel R_i lié à celui-ci), réduit en A, sera noté : $\mathcal{V}_{(j/i)} \equiv \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{(j/i)} \\ \vec{V}_{(A, j/i)} \end{array} \right\}_A$ où les éléments de réduction exprimés dans une base orthonormée quelconque $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sont notés : $\vec{\Omega}_{(j/i)} = p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z}$ et $\vec{V}_{(A, j/i)} = u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z}$.

Le torseur des actions mécaniques exercées par un solide **i** sur le solide **j**, réduit en A, sera noté :

$\mathcal{F}_{(i \rightarrow j)} \equiv \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{(i \rightarrow j)} \\ \vec{M}_{(A, i \rightarrow j)} \end{array} \right\}_A$ où les éléments de réduction exprimés dans une base orthonormée quelconque $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sont notés : $\vec{R}_{(i \rightarrow j)} = X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z}$ et $\vec{M}_{(A, i \rightarrow j)} = L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z}$.

C1 - VALIDATION DU PREMIER CRITÈRE

C1.1 - Validation de la transmission du mouvement de commande

C1.1.1 - Étude préliminaire d'un modèle simplifié

On adopte dans un premier temps, un modèle simplifié, pour une seule griffe, défini par le schéma cinématique donné *figure 5* de l'Annexe 4.

QUESTION 9

En considérant que le **modèle** est **spatial**, donner le graphe de structure (graphe des liaisons) associé au schéma cinématique proposé en précisant les éléments géométriques caractéristiques de chaque liaison puis la forme de leur torseur cinématique $\mathcal{V}_{(j/i)}$, c'est-à-dire l'expression des éléments de réduction en fonction des paramètres p_{ij} , q_{ij} , r_{ij} , u_{ij} , v_{ij} et w_{ij} dans la base locale de la liaison.

QUESTION 10

Établir le système de six équations, en projection dans la base B_3 liée au solide **3**, traduisant la fermeture cinématique du mécanisme, en fonction des paramètres cinématiques introduits à la question 9 et des paramètres géométriques définis sur la *figure 5* de l'Annexe 4.

QUESTION 11

Évaluer le rang du système d'équations obtenu et en déduire le degré de mobilité du mécanisme. On supposera que le paramètre cinématique d'entrée v_{21} est connu et que l'angle β est différent de zéro. Si on fait l'hypothèse que les liaisons sont parfaites, ce modèle est-il hyperstatique ?

C1.1.2 - Étude du modèle associé à la commande d'une griffe

Afin d'obtenir une commande par obstacle dans les deux sens de commande, le modèle est complété par une seconde liaison sphère-plan, telle que le schéma cinématique devienne celui de la *figure 6* de l'Annexe 4.

Objectif de l'étude proposée

On cherche ici à montrer qu'il est impossible d'obtenir ce double contact avec la géométrie actuelle.

QUESTION 12

En vous appuyant sur les résultats précédents et en supposant que les angles β et β' sont différents de zéro, donner la valeur du degré de mobilité de ce modèle puis son degré d'hyperstatisme. Que concluez-vous de ces résultats ? On notera $\mathcal{V}'_{(3/2)}$ le torseur cinématique de la liaison sphère-plan de centre J dont on précisera la normale.

QUESTION 13

En supposant que les normales, à préciser, aux liaisons sphère-plan, de centres I et J, sont concourantes au point que l'on notera I_{32} , déterminer, en utilisant l'équivalence statique, la liaison équivalente entre les solides **3** et **2** au point I_{32} .

QUESTION 14

Compléter, sur le document réponse 5, le schéma cinématique avec la liaison équivalente.

QUESTION 15

Calculer le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé et comparer cette valeur à celle trouvée à la question 12, en supposant les valeurs de **a** et **b** quelconques, définies par $\overrightarrow{AI_{32}} = a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$.

QUESTION 16

Indiquer à quelle condition sur **a** et/ou **b**, le degré de mobilité serait égal à 1. Commentez ce résultat en regard de l'objectif énoncé plus haut.

Les valeurs de a et b étant des fonctions du temps, on constate que la condition trouvée ne peut être réalisée à chaque instant du mouvement d'accrochage, en conservant, sur la pièce **3**, deux rampes rectilignes pour les contacts ponctuels en I et J.

Une simulation informatique du mécanisme montre que si on décide de conserver la rampe rectiligne uniquement au contact en I, il est nécessaire d'avoir un profil bombé, donné sur le document réponse 5, pour le contact en J.

QUESTION 17

Expliquer et effectuer, sur le document réponse 5, le tracé permettant de trouver exactement la position du point de contact J, entre la surface sphérique de la tige de commande et le profil bombé de la griffe, obtenu dans la position représentée.

QUESTION 18

Le bureau d'étude a finalement décidé de conserver les deux rampes rectilignes repérées ΔI et ΔJ sur le document réponse 5. Quelle conséquence a ce choix sur le fonctionnement du mécanisme d'accrochage ? Peut-on valider le critère étudié de la FT 2.1.1 ?

C1.2 - Validation de la transmission de l'effort de commande

On souhaite vérifier que le mouvement de commande de la griffe est toujours possible. Pour cela, on se place dans la configuration du modèle simplifié donné figure 5 de l'Annexe 4. On suppose que seule la liaison sphère-plan de centre I n'est pas parfaite avec un coefficient de frottement au contact f de 0,2. On suppose négligeable le poids de la griffe **3** devant les actions mécaniques transmises. On précise que $d = 10$ mm et que y varie entre 20 et 32 mm.

QUESTION 19

Préciser, en justifiant votre réponse, si un phénomène d'arc-boutement peut se produire au cours du mouvement de la griffe ? Peut-on valider la solution proposée ?

C2 - VALIDATION DU DEUXIÈME CRITÈRE

La commande du pivotement des griffes réalisant l'accrochage est effectuée par le ressort de commande (voir figure 3 en Annexe 3) qui provoque le déplacement λ (voir figure 7 Annexe 4) de la tige de commande **2**. Ce ressort travaille en compression et est caractérisé par sa raideur k et sa longueur libre L_0 . Sa longueur après le pivotement de l'angle α (voir figure 7 Annexe 4) des griffes réalisant l'accrochage est notée L_1 . On donne la loi de comportement du système sur l'amplitude du déplacement (voir figures 7 et 8 Annexe 4).

On suppose que toutes les liaisons du mécanisme sont parfaites et qu'aucune action extérieure au solide **3** ne s'oppose à son basculement pendant l'accrochage.

On néglige la masse du solide **3** par rapport à la masse totale de la tige de commande **2** notée m .

On note G le centre d'inertie de la tige de commande **2**.

L'action du ressort est supposée constante sur la course d'accrochage et égale à sa valeur en fin de course.

L'accrochage s'effectuant la perche à l'arrêt, on considère que le repère $(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est galiléen.

QUESTION 20

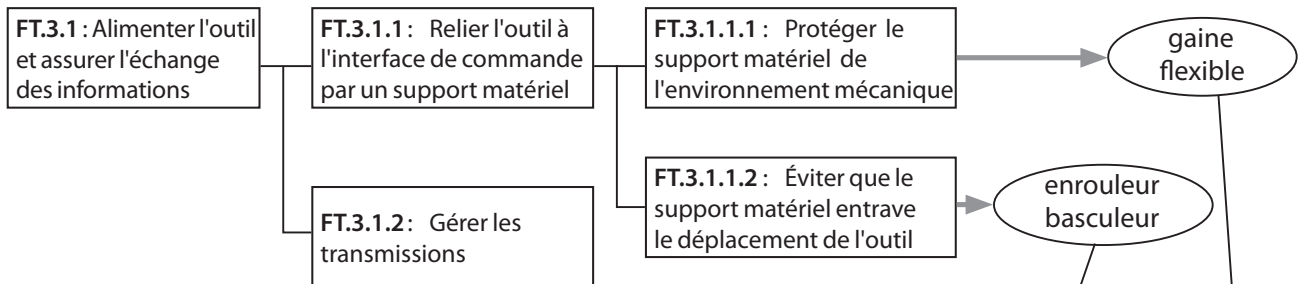
Déterminer la durée t_a d'accrochage de la tête sur l'outil d'inspection en fonction des données.

Faire l'application numérique pour $L_0 = 105$ mm, $L_1 = 70$ mm, $k = 8$ N/mm et $m = 20$ kg.

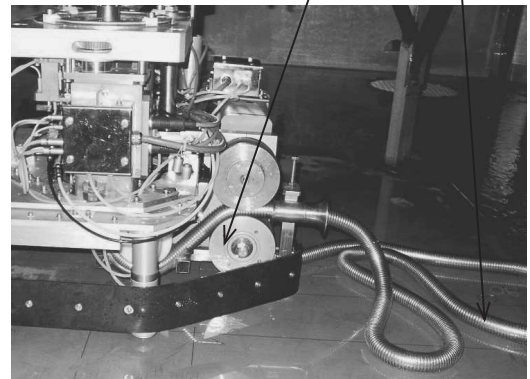
Peut-on valider le critère étudié de la FT 2.1.1 ?

VALIDATION DU SYSTÈME DE MAINTIEN EN TENSION DE LA GAINÉ FLEXIBLE

Quand on poursuit l'analyse fonctionnelle interne de la fonction FT 3.1 avec l'outil de description FAST, on obtient :



Fonctions techniques	Critères d'appréciation	Niveau
FT.3.1.1.1 Protéger le support matériel de l'environnement mécanique	<ul style="list-style-type: none"> contact avec les parois du tube de guidage 	0
FT.3.1.1.2 Éviter que le support matériel entrave le déplacement de l'outil d'inspection	<ul style="list-style-type: none"> contact avec les parois du tube de guidage 	0



Les **solutions adoptées** (voir figure 9 de l'Annexe 5) pour satisfaire ces critères sont :

- **Regrouper** dans une **gaine flexible** mais radialement rigide, tous les câbles assurant l'alimentation en énergie électrique et les transmissions de l'information. Ainsi l'outil d'inspection est relié au robot chenillé par un faisceau de câbles contenus dans la gaine flexible. Quand l'outil est au niveau le plus bas, la gaine flexible est sur le sol de la piscine dans sa presque totalité. Sa longueur est légèrement supérieure à la course de l'outil d'inspection, soit 3000 mm.
- **Adapter** le diamètre de la gaine flexible **aux dimensions** du passage dans le tube de guidage. Ce diamètre est fixé à 40 mm.
- **Assurer** une **tension** toujours **positive** de la gaine afin d'éviter le contact de celle-ci avec le tube de guidage pendant les déplacements de l'outil. Ainsi un système motorisé à galets, dit "**enrouleur**", accompagne le mouvement de la gaine quand elle suit la montée ou la descente de l'outil. Le moteur de l'enrouleur entraîne la gaine, par adhérence avec le galet d'entraînement ou galet moteur, à une vitesse légèrement inférieure à la vitesse de l'outil, imposée par le palan, dans la phase de montée et légèrement supérieure dans la phase de descente afin de maintenir la gaine continuellement en tension.
- **Éviter** une **surtension mécanique** de la gaine pouvant endommager sa fixation à l'outil d'inspection. Ainsi un système commandé par ressort, dit "**basculeur**" et composé du balancier avec les galets presseur et de renvoi, permet de limiter la tension à une valeur maximale acceptable, fixée à 100 N, en autorisant un glissement au contact entre le galet moteur et la gaine.

Le **principe** de la solution est donc :

- une mise en tension de la gaine progressive et continue grâce à une légère différence de vitesses entre l'avant et l'arrière de la gaine. Cette différence étant imposée par la différence des vitesses d'entraînement du palan et de l'enrouleur ;
- un relâchement brusque de la tension à sa valeur minimale quand elle atteint un seuil maximal fixé au préalable. Ceci étant réalisé par le basculeur.

Objectif de l'étude proposée

On se propose dans cette partie de valider le système de maintien en tension de la gaine par la **validation du critère de tension maximale** supportée par la gaine.

Les **notations** adoptées, **en complément de la partie C**, sont les suivantes :

Les torseurs cinétique et dynamique du mouvement d'un solide **j** par rapport à un solide **i** (ou par rapport au référentiel R_i lié à celui-ci), réduits en A, seront notés respectivement :

$$C_{(j/i)} \equiv \left\{ \begin{array}{c} \overline{R}_C(j/i) \\ \vec{\sigma}_{(A, j/i)} \end{array} \right\}_A \quad \mathcal{D}_{(j/i)} \equiv \left\{ \begin{array}{c} \overline{R}_D(j/i) \\ \vec{\delta}_{(A, j/i)} \end{array} \right\}_A$$

Les dérivées première et seconde d'une quantité $x(t)$ par rapport au temps seront notées :

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \text{et} \quad \ddot{x}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}.$$

L'opérateur d'inertie du solide **i** en un point Q du solide sera noté $I(Q,i)$ et la matrice d'inertie associée dans une base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sera notée :

$$\begin{bmatrix} A_i & -F_i & -E_i \\ -F_i & B_i & -D_i \\ -E_i & -D_i & C_i \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

D1 - PRÉSENTATION DU SYSTÈME DE MAINTIEN EN TENSION DE LA GAINE FLEXIBLE

L'**architecture générale** du système de maintien en tension est illustrée sur l'Annexe 5.

Lors de la phase de montée, la gaine accrochée à l'outil d'inspection est tractée avec celui-ci par le palan à une vitesse **v**. Afin de garantir une tension minimale dans la gaine introduite dans le tube et d'éviter son coincement entre le stockage au sol et son entrée dans le tube, un galet moteur entraîne celle-ci, dans la partie basse, à une vitesse **v-Δv**. La quantité **Δv** représente le léger écart de vitesse entre les deux extrémités de la portion de gaine entraînée.

L'entraînement de la gaine par le galet moteur est assuré par un contact avec frottement. L'effort normal au contact, ou effort presseur, est exercé grâce un ressort de traction agissant sur un ensemble basculeur composé :

- d'un balancier en liaison pivot avec le corps du robot ;
- d'un galet presseur en contact avec la gaine au droit du galet moteur ;
- d'un galet de renvoi ;

Les surfaces de contact des galets moteur et presseur sont réalisées en *Courbhane*, matériau souple garantissant notamment un coefficient de frottement important de la gaine sur le galet moteur.

La partie de la gaine se trouvant au sol n'est soumise à aucune tension. Elle est simplement tirée, au fur et à mesure des besoins lors de la montée de l'outil dans le tube, par le galet moteur du système de maintien en tension.

C'est le basculement progressif du balancier qui permet de relâcher la tension dans la gaine. En effet, il y a adhérence durant toute la phase de mise en tension, et c'est son basculement qui provoque, au moment où la tension devient trop importante, un brusque glissement au contact de la gaine avec le galet moteur. Suite à ce

brusque relâchement, le basculeur reprend sa position initiale et le cycle se poursuit.

C'est l'étude de la phase d'augmentation de la tension de la gaine provoquant la rotation du balancier jusqu'au brusque relâchement de la tension de celle-ci, qui fait l'objet de cette partie afin de vérifier que la tension dans la gaine ne dépasse pas un seuil maximal.

D2 - MODÉLISATION DU SYSTÈME DE MAINTIEN EN TENSION DE LA GAINÉ FLEXIBLE

D2.1 - Modèle structurel

D2.1.1 - Description géométrique et cinématique

On adopte un modèle du basculeur défini par le schéma cinématique de la *figure 11* de l'Annexe 6. On suppose plans, les mouvements des différents solides. Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère orthonormé, direct, lié au socle **0**. Les mouvements s'effectuent dans le plan (\vec{x}_0, \vec{y}_0) , et \vec{y}_0 est vertical descendant. Le repère R_0 est supposé galiléen.

L'ensemble est constitué :

- d'un socle **0**;
- d'un galet moteur **4** en liaison pivot d'axe (E, \vec{z}_0) avec le socle **0**;
- d'un balancier **1** en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le socle **0**;
- d'un galet de renvoi **2** et d'un galet presseur **3** respectivement en liaisons pivot d'axe (G_2, \vec{z}_0) et (G_3, \vec{z}_0) avec le balancier **1**;
- d'un ressort de traction **R** fixé au socle **0** et accroché au balancier **1** au point **H**;
- de la gaine représentée partiellement.

La *figure 12* de l'Annexe 6 représente la position du basculeur (hors galet moteur) à un instant t quelconque, définie par le paramètre géométrique $\theta(t)$, associé à la liaison pivot entre le balancier **1** et le socle **0**, tel que l'angle $\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$. Sur cette figure, la gaine est limitée à une portion comprise entre les points **I** et **J** tels que **I** est à l'horizontale du point **G₂** et **J** à la verticale du point **G₃**.

L'ensemble basculeur est représenté, sur le schéma de la *figure 11* de l'Annexe 6, dans sa position initiale dite position d'équilibre, pour laquelle l'angle $\theta(t=0)$ vaut zéro.

L'angle $\theta(t)$ restant faible et on pourra linéariser le comportement, autour de la position d'équilibre, en adoptant les approximations suivantes : $\sin \theta(t) \approx \theta(t)$ et $\cos \theta(t) \approx 1$.

D2.1.2 - Caractéristiques d'inertie

Les galets **2** et **3** sont de masses identiques m_2 et de centres d'inertie respectifs **G₂** et **G₃**. Le balancier **1** est de masse m_1 et de centre d'inertie **O** (la tige de **G₃H** étant de masse négligeable). La géométrie simplifiée, adoptée pour la détermination préalable des caractéristiques d'inertie, est décrite sur la *figure 13* de l'Annexe 7. Les solides **1**, **2** et **3** sont supposés homogènes.

QUESTION 21

Donner la forme de la matrice d'inertie du solide **1** au point **O** dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$. On justifiera la réponse.

QUESTION 22

Exprimer littéralement le moment d'inertie **C₁** du solide **1** par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) , en fonction de la masse m_1 et de ses dimensions.

QUESTION 23

Donner la forme de la matrice d'inertie du solide **2** au point **G₂** dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$. On justifiera la réponse.

QUESTION 24

Exprimer littéralement le moment d'inertie **C'₂** du solide **2** par rapport à l'axe (G_2, \vec{z}_0) , en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.

QUESTION 25

Exprimer littéralement le moment d'inertie \mathbf{C}_2 du solide **2** par rapport à l'axe (O, \bar{z}_0) , en fonction de la masse m_2 et de ses dimensions.

D2.2 - Modèle comportemental

D2.2.1 - Actions mécaniques

La gaine étant flexible, on adopte une modélisation globale des actions mécaniques exercées sur la portion **IJ** de la gaine définie sur la *figure 12* de l'annexe 6. On modélise :

- l'action de la partie verticale de la gaine sur la portion **IJ**, par un glisseur réduit en **I**, dont la résultante est $\vec{R}_I = -T_I \vec{y}_0$ en phase de montée, avec $T_I \geq 0$;
- l'action du galet moteur **4** sur la portion **IJ**, par un glisseur réduit en **J**, dont la résultante est $\vec{R}_J = T_J \vec{x}_0 + N_J \vec{y}_0$:
 - la composante T_J est dite "tangentielle" et $T_J \geq 0$;
 - la composante N_J est dite "normale" et $N_J \geq 0$;
- l'action du ressort **R** sur le balancier **1**, par un glisseur réduit en **H** dont la résultante est $\vec{R}_H = -F_H \vec{y}_0$, avec $F_H \geq 0$.

La tension de la gaine est supposée uniforme entre **I** et **J**, et en conséquence, on aura à tout instant : $T_I = T_J$.
On note :

- $\mathbf{T}(t) = T_I = T_J$, la tension de la gaine à l'instant t (on rappelle qu'à droite du point **J** la tension est nulle);
- $\mathbf{N}(t) = N_J$, l'effort normal sur la gaine à l'instant t ;
- $\mathbf{F}_r(t) = F_H$, l'effort dans le ressort à l'instant t .

Les actions de la pesanteur sur la gaine et le ressort seront négligées devant les autres actions.

Les liaisons sont supposées parfaites.

Les surfaces de contact des galets moteur et presseur, réalisées en *Courbhane*, garantissent un coefficient de frottement gaine/galet $f = 0,9$.

D2.2.2 - Loi de comportement du ressort

Afin de conduire l'étude dynamique, il est préférable d'établir la loi de comportement, en effort, du ressort en fonction de l'angle d'inclinaison $\theta(t)$ du basculeur.

QUESTION 26

Établir la loi de comportement du ressort sous la forme : $F_r(t) = F_{r0} + k_r \theta(t)$. Exprimer k_r en fonction de la raideur k du ressort et des dimensions utiles. Faire l'application numérique.

D2.2.3 - Loi de comportement de la gaine

La géométrie, les notations et les caractéristiques associées à la gaine, sont définies sur la *figure 14* de l'Annexe 6. Dans sa portion verticale (partie **IJ** non comprise), la gaine est assimilable à une poutre droite de longueur **L**. Les hypothèses de la théorie des poutres sont supposées vérifiées (Barré de St-Venant, Navier/Bernoulli).

On note ΔL l'allongement de la gaine consécutif à la différence de vitesse Δv constante imposée entre le galet moteur et le palan, et **S** l'aire de la section de la gaine.

QUESTION 27

Nommer la sollicitation subie par la gaine dans sa portion verticale au dessus du point **I**.

QUESTION 28

Établir la relation donnant la tension de gaine $\mathbf{T}(t)$ en fonction de T_0 , **E**, ΔL , **L** et **S**.

QUESTION 29

En déduire la relation donnant la tension $\mathbf{T}(t)$ sous la forme : $\mathbf{T}(t) = T_0 + k_T t$. Exprimer k_T en fonction de **E**, Δv , **L** et **S**. Faire l'application numérique pour **L** = 3000 mm et $\Delta v = 2$ mm/s.

D2.2.4 - Loi de comportement du revêtement des galets

Le comportement du revêtement des galets est élastique. Il induit une déformation locale ainsi qu'une variation de l'effort normal $N(t)$ en fonction de la position du basculeur.

Un essai pratiqué sur le système a permis d'établir la relation suivante : $N(t) = N_0 - k_N \theta(t)$ avec $k_N = 300 \text{ N/rad}$.

D3 - RECHERCHE DE LA TENSION MAXIMALE

On se propose dans cette partie de mettre en équation le comportement dynamique du basculeur **lors de la mise en tension de la gaine**.

Pour cela, on considérera l'ensemble constitué du balancier **1**, du galet de renvoi **2**, du galet moteur **3** et de la portion de gaine comprise entre les points **I** et **J**.

Sous l'effet de l'augmentation de la tension de gaine, consécutif à la différence de vitesse de ses deux extrémités (celle liée au palan et celle entraînée par le galet moteur) et au non glissement en **J**, le basculeur va se mettre en mouvement. Ce basculement induit une diminution de l'effort presseur jusqu'à provoquer le glissement en **J**.

Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié au basculeur et on rappelle que $\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$, avec $\theta(t=0) = 0$.

On note $\vec{\Omega}_{(2/1)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0$ le vecteur vitesse de rotation du galet **2** par rapport au balancier **1**, et $\vec{\Omega}_{(3/1)} = \dot{\theta}_3 \vec{z}_0$ le vecteur vitesse de rotation du galet **3** par rapport au balancier **1**. On suppose que les galets **2** et **3** roulent sans glisser sur la gaine dont la vitesse varie peu. Ce qui conduit à faire l'hypothèse que $\dot{\theta}_2$ et $\dot{\theta}_3$ sont constants.

D3.1 - Analyse du point d'équilibre du basculeur

À l'instant $t=0$, le système est horizontal et à l'équilibre : le palan et le galet moteur sont stoppés. On note :

$$T_0 = T(t=0); N_0 = N(t=0); F_{r0} = F_r(t=0)$$

Il subsiste à cet instant une tension résiduelle dans la gaine évaluée à $T_0 = 10 \text{ N}$ (Newton).

QUESTION 30

Établir une relation entre T_0 , N_0 , F_{r0} et les dimensions utiles.

QUESTION 31

En déduire l'expression puis la valeur numérique de N_0 .

QUESTION 32

Vérifier le non glissement en **J** entre le galet moteur et la gaine à l'instant initial.

D3.2 - Recherche du comportement dynamique du basculeur

Indépendamment des parties D2.2.2 à D2.2.4, on admettra les expressions suivantes :

$$F_r(t) = F_{r0} + k_r \theta(t); \quad T(t) = T_0 + k_T t \quad \text{avec } k_T = 360 \text{ N.s}^{-1}; \quad N(t) = N_0 - k_N \theta(t)$$

Les conditions initiales du mouvement sont toutes nulles.

En reprenant les notations introduites précédemment, soient : C_1 le moment d'inertie du solide **1** par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) , C_2 le moment d'inertie du solide **2** par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) et C_3 le moment d'inertie du solide **3** par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) , on posera : $J_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3$.

QUESTION 33

Établir, par l'application du principe fondamental de la dynamique, l'équation différentielle régissant les variations de $\theta(t)$. On rappelle que $\theta(t)$ est supposé petit. On demande de préciser clairement la stratégie et la démarche de calcul proposées.

QUESTION 34

Simplifier cette équation en utilisant le résultat de la question 30 et mettre l'équation obtenue sous la forme $\ddot{\theta}(t) + \omega_0^2 \cdot \theta(t) = K \cdot t$. Exprimer ω_0 et K en fonction de a, d, r, k_N, k_T, k_r et J_{eq} .

QUESTION 35

Établir la solution de cette équation en fonction de t, ω_0 et K . Le choix de la méthode de résolution est laissé libre au candidat. On rappelle, si nécessaire, que la transformée de Laplace de la fonction $\sin(\omega t) \cdot u(t)$ est $\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$ où $u(t)$ est l'échelon unité et p la variable de Laplace.

QUESTION 36

En déduire l'expression de $N(t)$ en fonction de t, N_0, k_N, ω_0 et K .

D3.3 - Validation du critère de tension maximale

Les expressions établies dans la partie précédente ont permis de tracer les graphes donnés sur le document réponse 6. On y distingue les évolutions de $N(t)$ et de $\theta(t)$.

QUESTION 37

Tracer sur le graphe de $N(t)$ l'évolution de $T(t)$.

QUESTION 38

En déduire la valeur de l'instant t_g de début de glissement entre le galet moteur et la gaine.

QUESTION 39

Relever sur les graphes la valeur de l'angle θ_g et celle de la tension T_{max} à cet instant. Conclure sur la validation du critère définissant la tension maximale à ne pas dépasser.

Partie E

RÉGLAGE ET VALIDATION DU CORRECTEUR DE LA COMMANDE ASSERVIE DU DÉPLACEMENT DE L'OUTIL PAR LE PALAN

Cette partie nécessite la lecture de la présentation du système de la partie D.

Le maintien en tension de la gaine flexible contenant les câbles reliant l'outil d'inspection au robot chenillé est assuré par deux systèmes complémentaires. Le basculeur qui a fait l'objet de la partie D, et le système de mise en tension progressive et continue de la gaine. On s'intéresse plus particulièrement à la commande des actionneurs électriques assurant la différence des vitesses de rotation du galet moteur et du tambour d'enroulement.

La différence des vitesses de rotation doit rester constante quelles que soient :

- les circonstances : phases de montée ou descente, d'accélération ou ralentissement, vitesse rapide ou lente;
- les perturbations : tension variable de la gaine, frottements secs ou visqueux.

Les actionneurs utilisés sont deux moteurs "brushless" identiques qui, grâce à leur résolveur intégré, permettent de connaître à tout instant la position et la vitesse des arbres moteurs. Chacun est piloté par un variateur de vitesse constitué d'un onduleur MLI permettant de contrôler les courants et le flux dans la machine par une commande généralement appelée "commande vectorielle de flux".

La solution adoptée consiste à asservir la commande en vitesse des deux moteurs actionnant les deux chaînes d'énergie, c'est-à-dire, celle constituée du palan et de la perche et celle de l'enrouleur.

L'étude porte sur la première chaîne d'énergie (palan + perche) et la chaîne d'information permettant par l'asservissement de la commande en vitesse de l'actionneur d'atteindre les performance souhaitées.

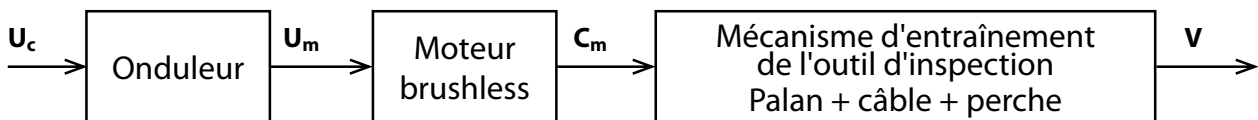
Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la **précision** : en régime permanent à vitesse constante, soit $\epsilon_s = 0$ et à accélération constante, soit $\epsilon_T = 0$;
 ϵ_s désigne l'erreur statique de position et ϵ_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage
- la **rapidité** : le temps de réponse à 5% tel que : $t_{R5\%} \leq 1$ s;
- la **stabilité** : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain ≥ 10 dB.

E1 - MODÉLISATION DU SYSTÈME DE DÉPLACEMENT DE L'OUTIL

La chaîne d'énergie est donc constituée d'un moto-variateur synchrone autopiloté (moteur brushless) entraînant un palan associé à un réducteur qui donne son mouvement vertical à l'outil d'inspection par l'intermédiaire du câble du palan et de la perche de commande accrochée à l'outil (voir figure 15 en Annexe 7).

Le schéma bloc précisant l'architecture de la chaîne d'énergie peut alors se mettre sous la forme suivante :



Notations :

U_c : tension de commande

U_m : tension d'alimentation du moteur

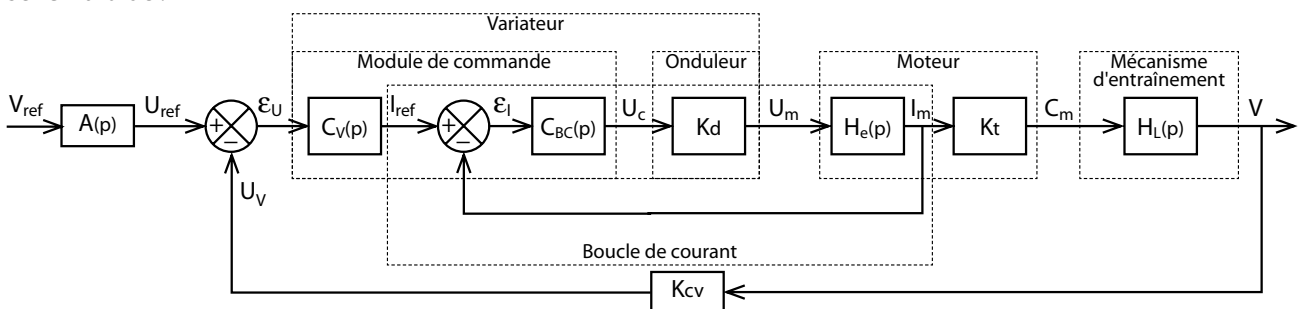
C_m : couple moteur exercé par le stator sur l'arbre moteur

V : vitesse linéaire de déplacement de l'outil d'inspection

Un modèle simple de commande du moteur en courant, donc en couple, est adopté. Cette modélisation permet de poser $C_m(t) = K_t \cdot i(t)$ avec $K_t = C^{ste}$ comme pour le modèle d'un moteur à courant continu.

On admet que l'hypothèse de linéarité sur le modèle aux variations est vérifiée et que l'on peut appliquer à la modélisation du système la théorie des systèmes linéaires, continus et invariants avec des conditions initiales nulles.

Dans ce cadre, on donne ci-après une représentation de la modélisation du système sous la forme d'un schéma bloc :



Notations complémentaires :

On note p la variable de Laplace et $F(p)$ la transformée de la fonction $f(t)$.

Grandeurs physiques :

V_{ref} : référence de la vitesse de l'outil donnée par le programme de commande

U_{ref} : tension de référence image de la vitesse de référence

U_v : tension image de la mesure de vitesse

I_{ref} : courant de référence élaboré par le module de commande

I_m : courant moteur

Fonctions de transfert (FT) :

- $C_V(p)$: FT du correcteur de la boucle de vitesse
- $C_{BC}(p)$: FT du correcteur de la boucle de courant
- $H_e(p)$: FT du comportement électrique du moteur
- $H_L(p)$: FT du comportement mécanique du mécanisme d'entraînement
- $A(p)$: FT de l'adaptateur de la référence de vitesse
- K_d : gain statique de l'onduleur
- K_t : constante de couple moteur
- K_{cv} : gain statique du capteur de vitesse (résolveur)

E1.1 - Recherche de la fonction de transfert de la boucle de courant et du moteur

On prend pour $H_e(p)$ un modèle du premier ordre tel que : $H_e(p) = \frac{K_e}{1 + \tau_e \cdot p}$.

Le correcteur de la boucle de courant est un correcteur proportionnel intégral (PI), soit : $C_{BC}(p) = k \frac{1 + \tau_i \cdot p}{\tau_i \cdot p}$

QUESTION 40

Déterminer $H_{BC}(p)$ tel que $I_m(p) = H_{BC}(p) I_{ref}(p)$ la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF), sous forme canonique, de la boucle de courant en fonction de τ_e , k , K_d et K_e , si on choisit $\tau_i = \tau_e$.

QUESTION 41

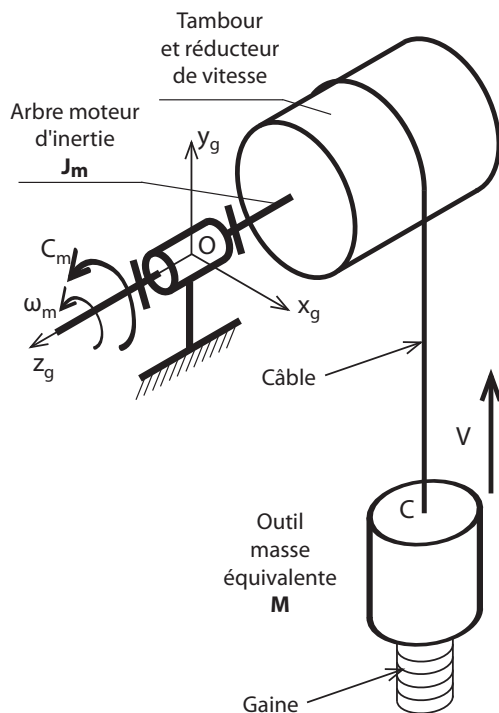
On pose $H_m(p) = H_{BC}(p) \cdot K_t$, soit $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$. Exprimer K_m et τ_m , en fonction de τ_e , k , K_d , K_e et K_t .

Faire l'application numérique pour $\tau_e = 1$ ms, $k = 10$ V/A, $K_d = 50$, $K_e = 0,16$ A/V et $K_t = 0,51$ Nm/A.

E1.2 - Recherche de la fonction de transfert du mécanisme d'entraînement

La figure 15 en Annexe 7 montre que le palan est constitué de deux tambours solidaires sur lesquels le câble s'enroule simultanément. Cette solution évite que le point d'ancrage de la perche avec le câble ne se déplace latéralement pendant la montée et permet de tirer ainsi sur l'outil d'inspection toujours dans son axe.

On cherche à établir le schéma bloc décrivant le comportement du mécanisme d'entraînement de l'outil d'inspection. Pour cette recherche on utilisera la modélisation simplifiée proposée ci-contre.



On se place dans la phase de montée de l'outil d'inspection et on suppose galiléen le repère $R_g (O, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$. On note :

- **M** la masse équivalente à l'ensemble en translation attribuée à l'outil ;
- **V** la vitesse de translation de l'outil par rapport à R_g , telle que $\vec{V}(\text{outil} / R_g) = V \vec{y}_g$;
- **T** l'action du câble, supposé inextensible et sans masse, sur l'outil au point C, telle que $\vec{T}(\text{câble} \rightarrow \text{outil}) = T \vec{y}_g$;
- **T_G** l'action regroupant celle de la gaine et celle de la pesanteur sur l'outil, toutes deux d'axe (C, \vec{y}_g) , telles que $\vec{T}(\text{gaine} + \text{pes} \rightarrow \text{outil}) = -T_G \vec{y}_g$;
- **f_v** le coefficient de frottement visqueux entre l'outil et le tube de guidage, les frottements secs sont négligés ;
- **J_m** l'inertie de l'arbre moteur ;
- **ω_m** la vitesse de rotation de l'arbre moteur Am par rapport au stator, telle que $\vec{\Omega}(\text{Am} / R_g) = \omega_m \vec{z}_g$;
- **C_m** le couple moteur exercé par le stator sur l'arbre moteur, tel que $\vec{C}(\text{stator} \rightarrow \text{Am}) = C_m \vec{z}_g$;
- **C_T** le couple exercé par le réducteur sur l'arbre moteur, tel que $\vec{C}(\text{réducteur} \rightarrow \text{Am}) = -C_T \vec{z}_g$;

- μ le coefficient de frottement visqueux entre l'arbre moteur et le stator, les frottements secs sont négligés ;
- ω_T la vitesse de rotation du tambour Tb par rapport au stator, telle que $\vec{\Omega}(Tb / Rg) = \omega_T \vec{z}_g$, et R son rayon, c'est-à-dire le rayon d'enroulement du câble, supposé constant, sur le tambour ;
- r le rapport des vitesses ω_m / ω_T ;
- η le rendement du réducteur.

Vous préciserez clairement les éventuelles hypothèses et/ou notations complémentaires que vous jugerez utiles pour traiter les questions de cette partie.

QUESTION 42

Exprimer T en fonction de T_G , f_v , M , V et sa dérivée \dot{V} , en appliquant le théorème de la résultante dynamique à l'outil de masse M en projection sur \vec{y}_g .

QUESTION 43

Exprimer C_T en fonction de T , B et η , en appliquant le théorème de l'énergie-puissance à l'ensemble $E = \{\text{tambour} + \text{réducteur} + \text{câble}\}$ dont on négligera l'inertie et en posant $B = \frac{r}{R}$.

QUESTION 44

Écrire le théorème du moment dynamique au point O, appliqué à l'arbre moteur en projection sur \vec{z}_g .

QUESTION 45

Mettre le mécanisme d'entraînement sous la forme du schéma bloc proposé sur le document réponse 7, en utilisant les résultats précédents. On exprimera les fonctions de transfert en fonction de f_v , J_m , M , B , η et μ .

QUESTION 46

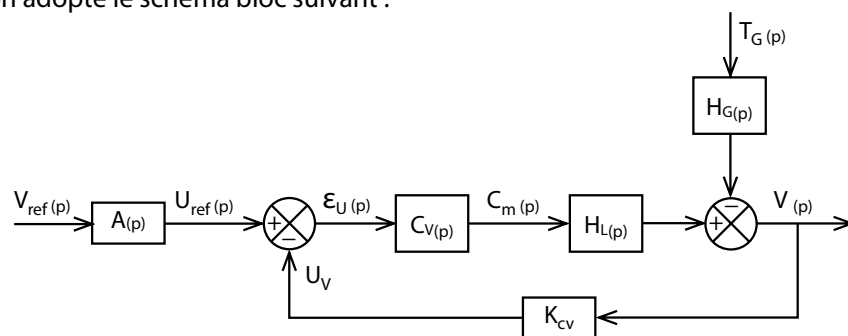
En déduire l'expression de $V(p)$ sous la forme : $V(p) = H_L(p) \cdot C_m(p) - H_G(p) \cdot T_G(p)$. On donnera l'expression littérale des fonctions de transfert $H_L(p)$ et $H_G(p)$ sous leur forme canonique.

Faire l'application numérique pour : $M = 20 \text{ kg}$, $J_m = 0,2 \text{ kg.cm}^2$, $\mu = 0,001 \text{ Nm.rad}^{-1}.s$, $f_v = 0,22 \text{ N.m}^{-1}.s$, $r = 900$, $\eta = 0,6$ et $R = 90 \text{ mm}$.

E2 - RÉGLAGE ET VALIDATION DU CORRECTEUR DE VITESSE

E2.1 - Modélisation

On néglige la constante de temps τ_m du moteur devant la constante de temps du système mécanique et pour la suite de l'étude on adopte le schéma bloc suivant :



Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on adoptera les expressions suivantes pour les fonctions de transfert $H_L(p)$ et $H_G(p)$:

$$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L \cdot p} \quad \text{et} \quad H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G \cdot p} \quad \text{avec :} \quad \tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms} ; \quad K_L = 10^{-3} \text{ N}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{et} \quad K_G = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} .$$

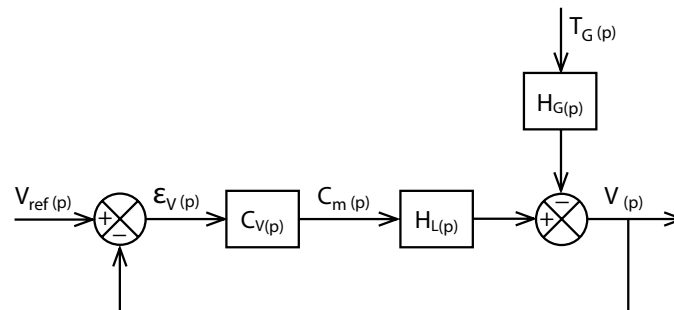
Le bloc $C_v(p)$ correspond au correcteur de vitesse. Le gain du capteur de vitesse est K_{cv} .

QUESTION 47

Donner l'expression de $A(p)$ et justifier rapidement pourquoi la fonction de transfert du capteur de vitesse est assimilée à un simple gain statique.

E2.2 - Recherche des performances du système

On choisit finalement de mettre le schéma bloc sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



On choisit tout d'abord une **correction proportionnelle** telle que $C_{V(p)} = K_p$.

QUESTION 48

Le cahier des charges est-il respecté en termes de précision, rapidité et stabilité ? Peut-on choisir une valeur de K_p qui puisse assurer le respect complet du cahier des charges ? Le système est-il robuste à une perturbation en échelon ?

E2.3 - Recherche et validation d'un correcteur

Pour la suite de l'étude, on considère que le système n'est pas perturbé et que $T_G(p) = 0$

On décide de corriger le comportement du système avec une **correction intégrale**, tel que $C_{V(p)} = \frac{K_i}{p}$.

QUESTION 49

Le cahier des charges est-il respecté en terme de précision ? Discuter. Calculer numériquement le temps de réponse à 5% optimal obtenu avec cette correction. Préciser la valeur de K_i permettant d'obtenir ce temps de réponse. A-t-on augmenté ou diminué la rapidité du système par rapport à la correction proportionnelle ?

QUESTION 50

Tracer sur le document réponse 7 l'allure des diagrammes de Black des fonctions $H_{L(p)}$ et $C_{V(p)}$. Tracer alors l'allure du diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) du système. Indiquer sur ce tracé où est mesurée la marge de phase.

QUESTION 51

Calculer la valeur de K_i limite assurant le cahier des charges en terme de marge de phase. Vérifier cette valeur en vous aidant du diagramme de Black partiel de la fonction $C_{V(p)} \cdot H_{L(p)}$, donné *figure 16* de l'Annexe 7, pour la valeur particulière : $K_i = 7000$. Que pensez vous de cette valeur, vis-à-vis du comportement du système, comparée à celle trouvée à la question 49 ?

QUESTION 52

Un correcteur de type $C_{V(p)} = \frac{K_i}{p^2}$, permettrait-il d'obtenir les performances attendues en terme de précision et pourquoi ? Permet-il d'assurer la stabilité du système et pourquoi ?

On adopte finalement une correction telle que : $C_{V(p)} = C_{V1(p)} \cdot C_{V2(p)}$, avec $C_{V1(p)} = \frac{K_V}{p^2}$ et $C_{V2(p)} = \frac{1 + k_f \cdot \tau_v \cdot p}{1 + \tau_v \cdot p}$, où k_f est appelé le coefficient de filtrage et dont la valeur est généralement comprise entre $5 \leq k_f \leq 10$.

QUESTION 53

Comment se nomme la correction apportée par $C_{V2(p)}$? Expliquer brièvement comment ce type de correction permet de stabiliser un système instable. Pour cela, tracer l'allure du diagramme de Bode correspondant à ce terme.

La figure 17 de l'Annexe 8 fournit les diagrammes de Bode du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1(p)}$ avec $K_V = 1$, c'est-à-dire la fonction de transfert $W(p) = \frac{1}{p^2} \cdot H_{L(p)}$.

QUESTION 54

Lire sur les diagrammes de Bode du système de fonction de transfert $W(p)$, donnés en Annexe 8, la valeur de la pulsation de coupure ω_{0dB} où le rapport d'amplitude A_{dB} s'annule. Quelle est, à cette pulsation, la valeur de la phase ? Justifier alors la présence de la correction $\frac{1 + k_f \cdot \tau_v \cdot p}{1 + \tau_v \cdot p}$.

QUESTION 55

Exprimer en fonction de τ_v et de k_f la pulsation ω_m pour laquelle la phase maximale est atteinte. On rappelle pour cela que $\frac{d(\arctan x)}{dx} = \frac{1}{1 + x^2}$.

On montre que pour un coefficient de filtrage $k_f = 8$, la valeur maximale de la phase, ajoutée par la correction, est de 51° .

On choisit de prendre pour ω_m la valeur de la pulsation pour laquelle le système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1(p)}$, possède une phase de -185° .

QUESTION 56

Lire sur les diagrammes de Bode de l'Annexe 8 la valeur de ω pour laquelle la phase du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1(p)}$, est de -185° . En déduire la valeur de τ_v correspondante.

QUESTION 57

Pour la valeur de τ_v trouvée précédemment, on donne, sur le document réponse 8, le diagramme de Black de la FTBO du système corrigé entièrement, obtenu pour $K_V = 75$. Donner la valeur de K_V qui maximise la marge de phase en expliquant comment vous l'obtenez à la lecture de ce diagramme.

Valider alors les performances attendues en terme de stabilité.

QUESTION 58

On donne sur le document réponse 8 le tracé de la réponse temporelle à un échelon de vitesse de 10 mm.s^{-1} du système corrigé pour trois valeurs de K_V . Quelle valeur de K_V permet de valider les performances attendues en terme de rapidité ? Donnez une valeur optimale de K_V qui permette de satisfaire au mieux le cahier des charges ? On donne les valeurs numériques suivantes : $\log_{10} 3 = 0,477$ et $\log_{10} 4 = 0,602$.

QUESTION 59

Le système ainsi corrigé est-il robuste aux perturbations en échelon mais également en rampe comme celles provoquées par le système de maintien en tension ?

FIN DE L'ÉNONCÉ
