

✱ Banque filière PT ✱

## Epreuve de Sciences Industrielles I

Durée 5 h

---

**Aucun document n'est autorisé**

*Moyen de calcul autorisé :*

*Calculatrice de poche - y compris calculatrice programmable et alphanumérique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-018 du 1<sup>er</sup> février 1999.*

*En aucune façon la calculatrice ne pourra posséder de données scientifiques et techniques propres au génie mécanique et à l'automatique.*

*Ce document comporte trois parties :*

- *une présentation du sujet : 7 pages,*
- *le travail demandé (parties A, B et C) : 19 pages,*
- *un dossier comprenant les 2 documents réponses et les 6 annexes : 10 pages.*

*Le candidat traitera chacune des parties (partie A, partie B et partie C) sur des copies séparées en indiquant sur chacune d'entre elles le numéro de la partie traitée.*

*Les candidats sont invités à formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.*

*Tous les calculs seront systématiquement rédigés en littéral puis, s'il y a lieu, en numérique. Les résultats seront encadrés sur la copie.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons de son initiative.*

**Tournez la page S.V.P.**

# EMPILAGE ET BROSSAGE DE PLAQUES NEGATIVES DE BATTERIE

## PRESENTATION GENERALE DE L'ETUDE

### 1. Le produit

Une batterie électrique au plomb est composée de deux électrodes, une anode et une cathode réalisées par des plaques de plomb. Les plaques négatives se présentent sous la forme de grilles alvéolées (figure 1) recouvertes d'une pâte permettant d'améliorer les capacités électriques des batteries.

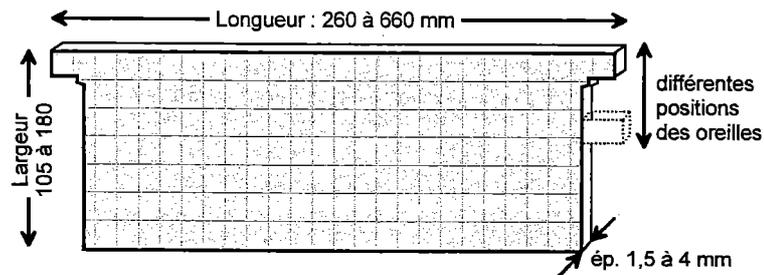


FIG. 1 : Schéma d'une plaque négative de batterie

#### Caractéristiques principales des plaques

- 8 formats de plaques différents (voir annexe 1)
- la masse d'une plaque varie, selon son format, de 0,5 à 3kg
- la position des oreilles varie selon le format de plaque (voir annexe 1).

### 2. Processus de fabrication (figure 2)

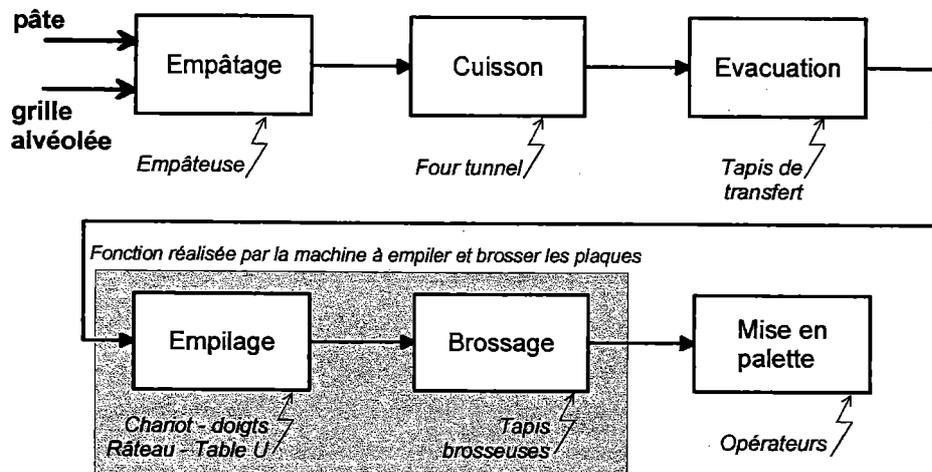


FIG. 2 : Ligne de fabrication du produit

### 3. Analyse fonctionnelle

#### Diagramme des interactions fonctionnelles

La machine d'empilage et de broyage permet de constituer des piles de 2 à 5 plaques puis de broser les tranches de celles-ci pour éliminer l'excédent de pâte. La société qui réalise ces produits est spécialisée dans la production de batteries sur mesure (véhicules électriques, hybrides, onduleurs, ...). Le nombre de plaques par pile dépend de la forme géométrique et de la puissance désirées pour la batterie en cours de production.

Une étude fonctionnelle (figure 3) a permis de dégager les fonctions principales (tableau 1) de la Machine A Grouper Et Brosser.

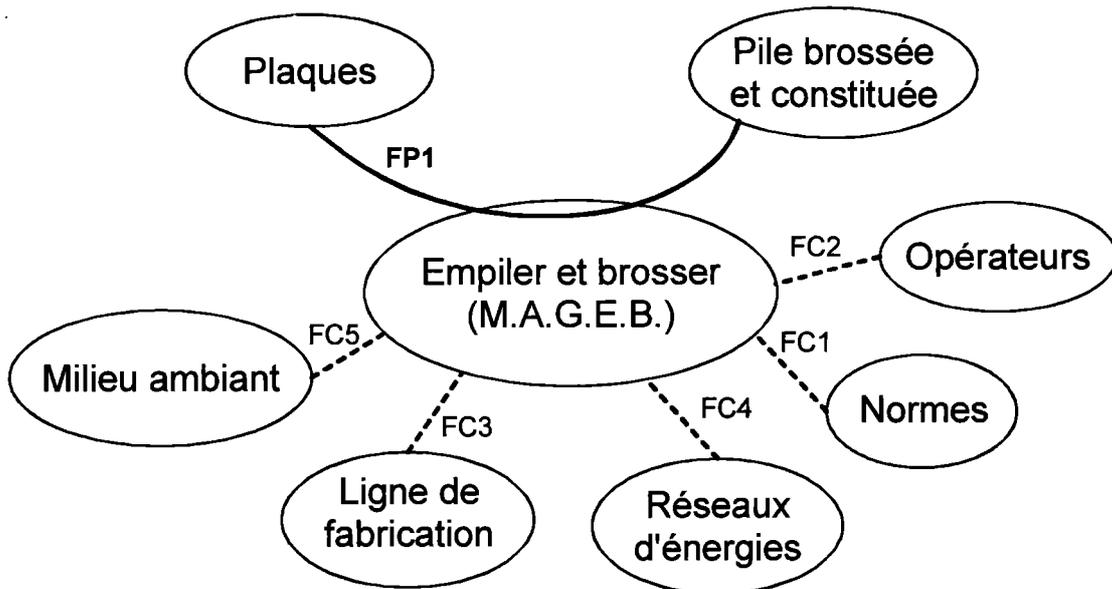


FIG. 3 : Diagramme partiel des interactions fonctionnelles de la MAGEB  
Point de vue concepteur

<b>FP1</b>	Empiler et broser les plaques
<b>FC1</b>	Ne présenter aucun risque pour l'opérateur
<b>FC2</b>	Etre conduite par l'opérateur
<b>FC3</b>	S'insérer dans la ligne de fabrication
<b>FC4</b>	S'adapter à l'énergie disponible
<b>FC5</b>	Résister à l'environnement

TAB 1 : Fonctions principales et de contrainte

**Cahier des charges fonctionnel (tableau 2)**

<b>Fonctions</b>	<b>Critères</b>	<b>Niveaux</b>	<b>Flexibilité</b>
<b>FP1</b> empiler et broser les plaques	0- Conditions de fonctionnement	24h/24h - 5 ans	1 (mini)
	1- Respecter le nombre de plaques à empiler	de 2 à 5 plaques	1
	2- Aligner les oreilles	+/- 0,5 mm	0
	3- Différents formats de plaques	voir présentation du produit	0
	4- Vitesse tapis four	0,3 m.s <sup>-1</sup>	0
	5- Ecart entre les plaques	30 mm	0
<b>FC1</b> Ne présenter aucun risque pour l'opérateur	1- En exploitation, interdire les contacts avec les éléments mécaniques en mouvement	EN 292 1/2, EN 953,...	0
	2- Dispositif d'arrêt d'urgence	EN 414, EN 418,....	0
	3- Protéger contre les risques électrique en exploitation	EN 60 204-1	0
<b>FC2</b> Etre conduit par l'opérateur	Interventions :		
	- à la mise en route	-réduite au minimum	1
	- au changement de production	-temps de changement mini	1
	- en cas de défaillance	-pupitre avec console -signalisation sonore et lumineuse	1 2
<b>FC3</b> S'insérer dans la ligne de fabrication	1- Ne pas modifier l'implantation des machines existantes	- Voir schéma d'implantation existant	0
	2- Réaliser un bâti indépendant	- Stabilité et autonomie	1
	3- Assurer la liaison complète du bâti par rapport aux machines existantes	-par éléments filetés	1
<b>FC4</b> Etre alimenté en énergie	1- Adapter aux énergies disponibles sur le site	Réseau: Tri+N	0
		Régime de neutre: IT	0
		Air comprimé: 0,8MPa	2
<b>FC5</b> Résister à l'environnement	1-Protéger contre les pénétrations d'eau	-IP 55	0
	2-Résister aux vibrations extérieures	-fonctionnement normal non perturbé	0
	3-Ambiance	-atelier standard T° de +10 à +35°C	0
Ne pas polluer	1-Bruit	-voir norme	0
	2-Lubrification	-selon norme	0

**TAB 2 : Cahier des charges fonctionnel**

#### 4. Fonctionnement de la MAGEB actuelle

Les grilles sont remplies de pâte à base d'oxydes de plomb par une empâteuse ; elles passent alors au travers d'un four tunnel qui sèche la pâte (figures 4-1 et 4-2). Les plaques sortent du four tunnel en continu quasiment sèches (à une température d'environ 40°) avec un écart  $E_c$  entre chaque plaque. Un dispositif, placé entre le tapis du four et la table de réception de la MAGEB, permet d'accélérer les plaques et de leur donner une vitesse suffisante pour s'empiler l'une sur l'autre. Il est constitué de deux rouleaux entraînés en sens inverse à une vitesse de rotation supérieure à celle du tapis de sortie four.

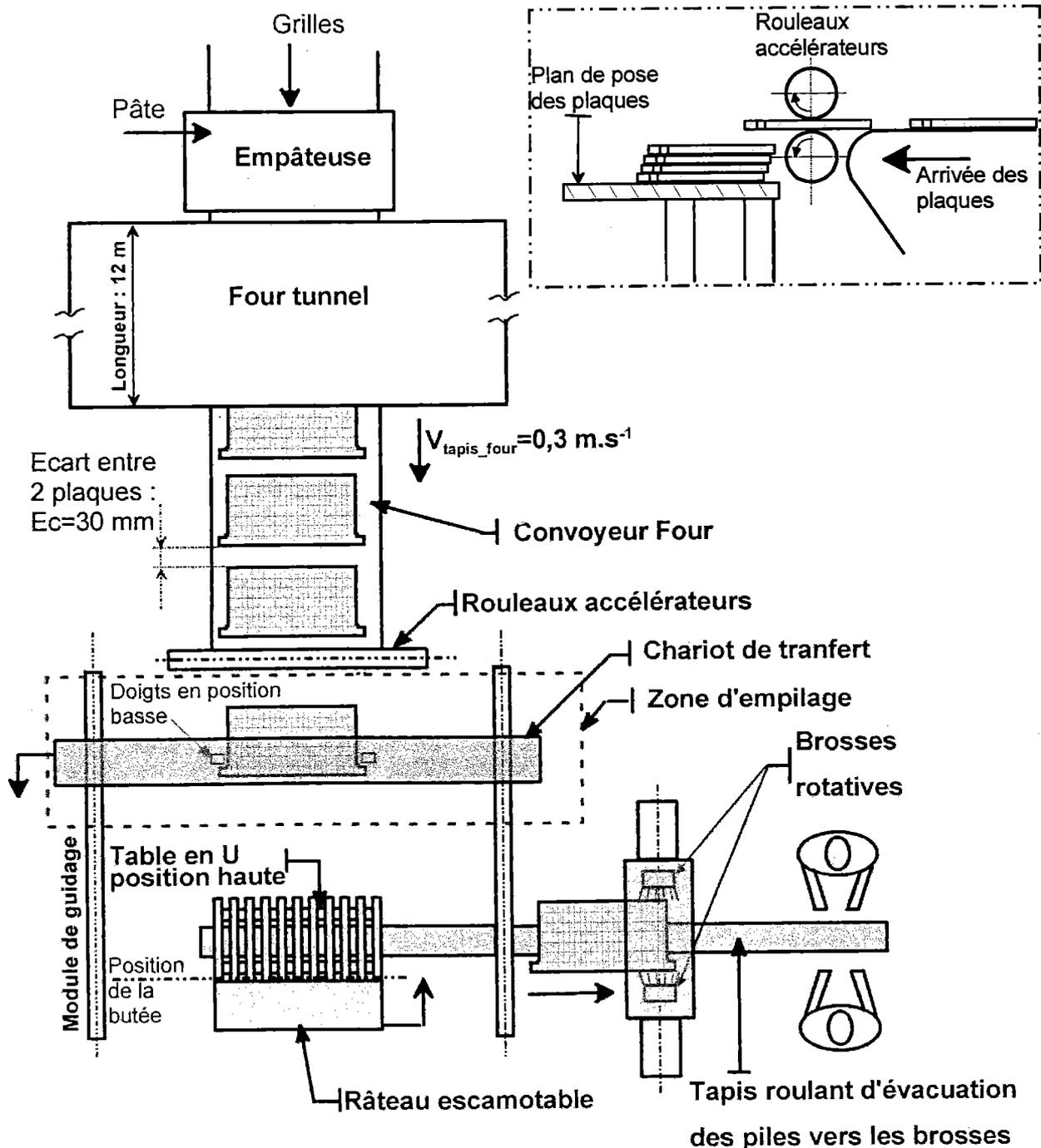


FIG. 4-1 : Implantation de la ligne : pile constituée et chariot prêt à transférer la pile vers le râteau.  
Pile précédente en cours de brosse.

Un ou deux opérateurs (selon le format des plaques) récupèrent chaque pile de plaques pour la placer sur une palette (non représentée).

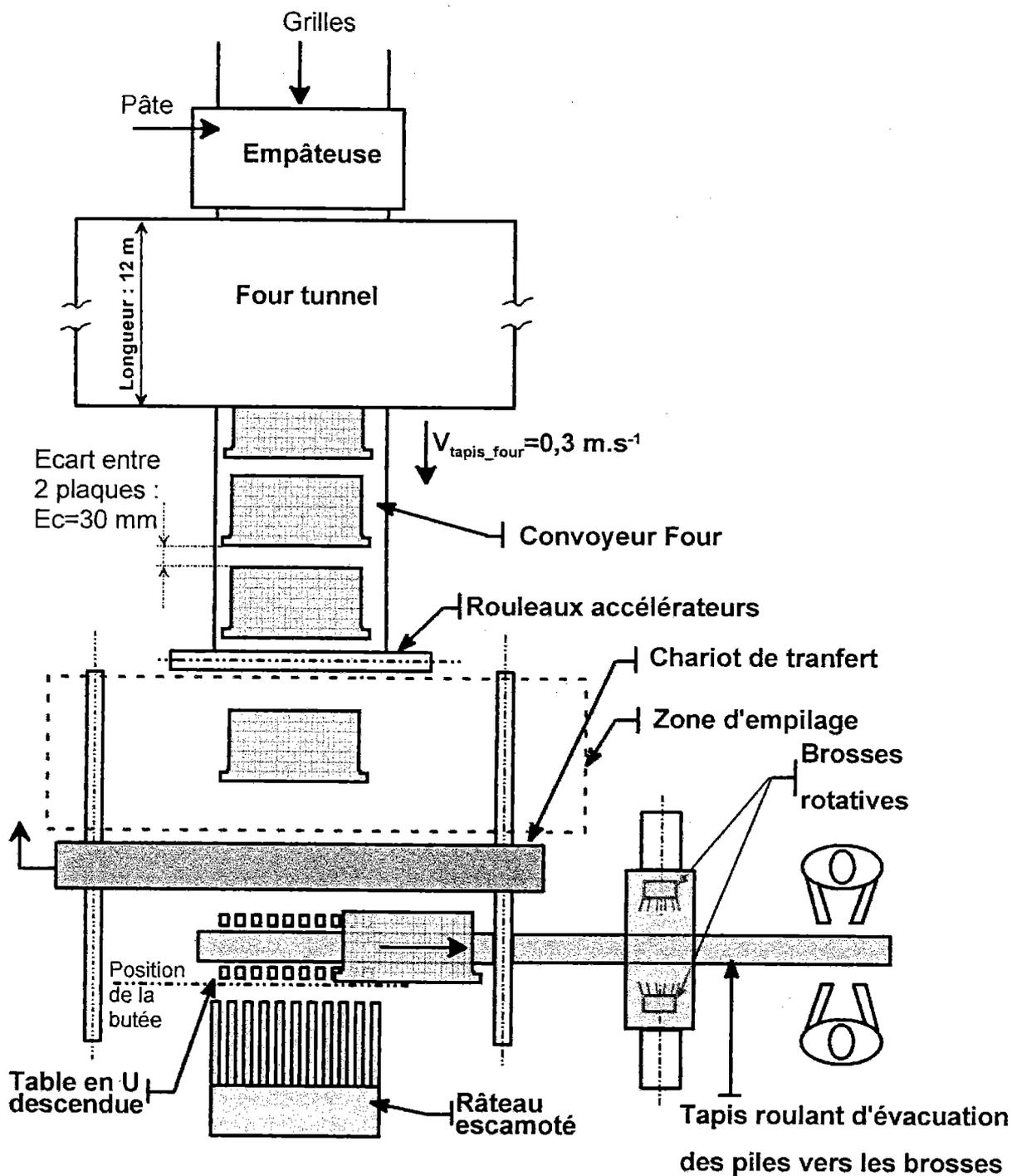


FIG. 4-2 : Implantation de la ligne : râteau escamoté, table en U descendue et pile en cours d'évacuation vers les brosses. Retour du chariot de transfert vers la zone d'empilage.

**Cycle de fonctionnement de la MAGEB actuelle** (voir annexes 2 et 3)

Les plaques s'empilent directement l'une sur l'autre sur la « table » de réception (table en acier). Lorsque le nombre de plaques empilées est atteint, il faut évacuer suffisamment vite le paquet constitué pour éviter que la prochaine plaque délivrée par le tapis du four n'entre en collision avec cette pile. La pile de plaques est entraînée par obstacles (doigts contre les « oreilles ») via le chariot de transfert et glisse sur la table de réception jusque sur le râteau et la table en U. Une butée (non représentée) réglée sur la position d'arrivée des piles permet de maintenir la pile au-dessus de la table en U lors du retrait du râteau.

Le cycle de la machine peut-être décrit par le Grafcet de coordination des tâches figure 5.

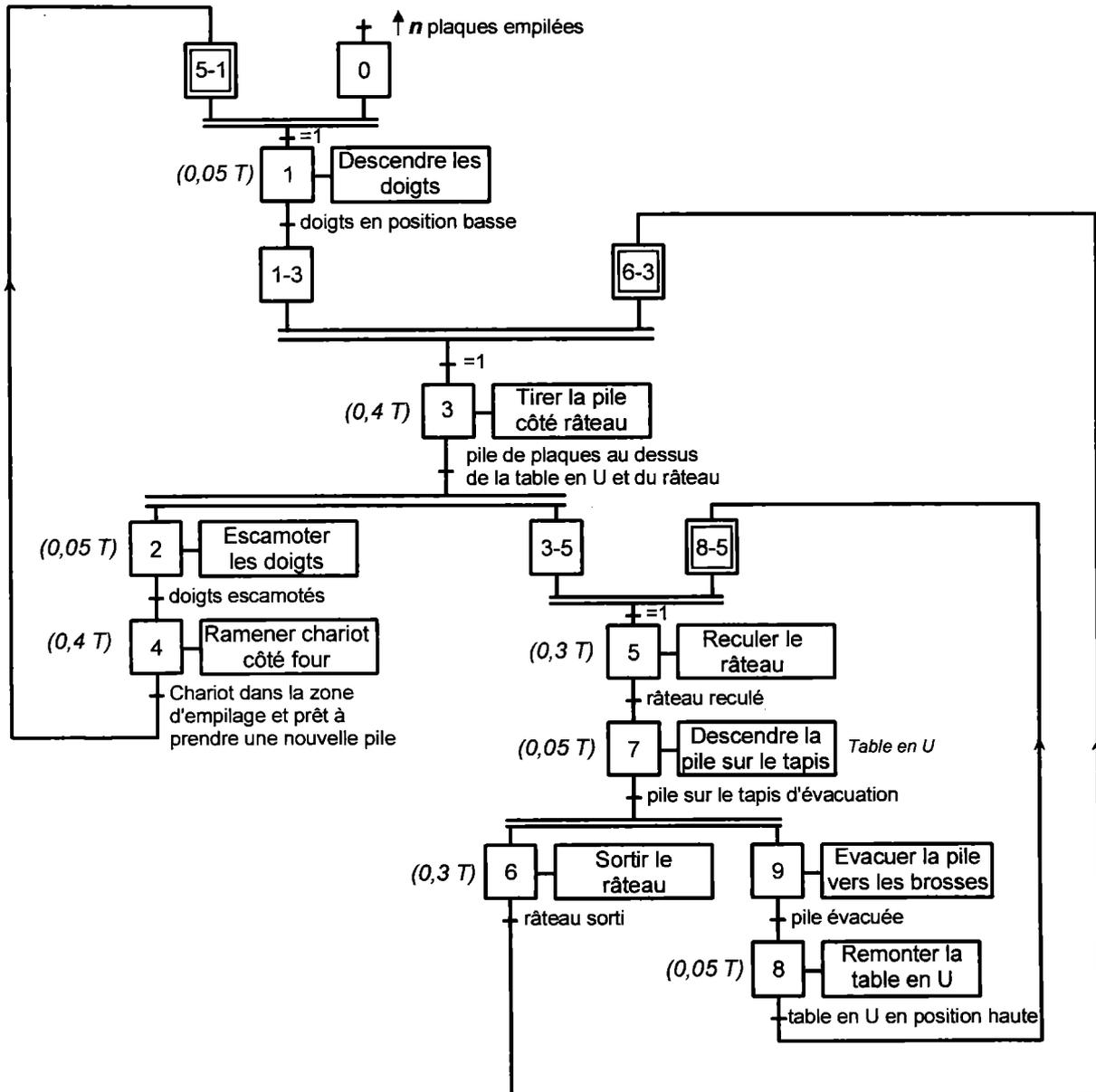


FIG. 5 : Grafcet de coordination des tâches de la MAGEB

## PROJET DE MODIFICATION DE LA MAGEB

L'entreprise envisage d'automatiser l'empilage et le broissage d'une deuxième ligne de fabrication. Le changement de cadence (vitesse de sortie des plaques du four triplée) ainsi que la prise en compte de nouveaux formats de plaques nécessite de revoir les solutions technologiques existantes.

L'étude porte principalement sur le chariot de transfert des piles de plaques. La solution existante (vérin pneumatique pour le chariot de transfert et vérins sans tige pneumatiques pour les doigts) est remise en cause pour deux raisons :

- les cadences d'arrivée des plaques sont plus grandes (vitesse triplée et nombre de formats de plaques différentes plus grand)
- le nombre de types de plaques est trop important pour envisager un changement des jeux de doigts à chaque nouvelle fabrication.

Le principe et l'agencement des autres fonctions ne sont pas étudiés ici.

Une pré-étude a permis de concevoir la fonction : *Saisir la pile*. La solution retenue évolue de la manière suivante:

Un jeu de doigts articulés (liaison pivot) actionnés par deux vérins  $\varnothing 32$  de course 40 mm permet d'assurer les fonctions *ENTRAÎNEMENT PAR OBSTACLE* et *DEGAGEMENT* (figure 6).

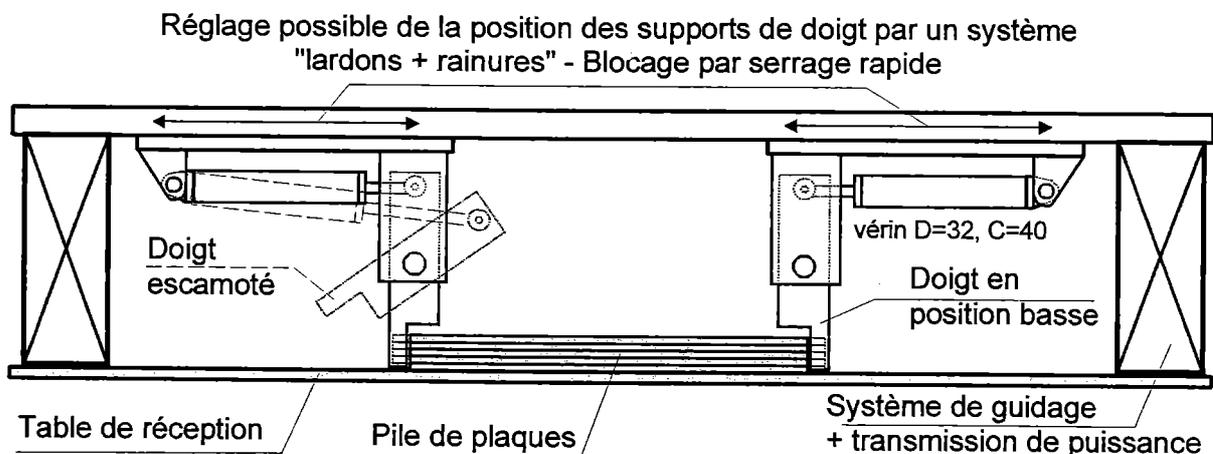


FIG. 6 : Principe de la solution retenue

La solution retenue permet d'obtenir un temps de déplacement des doigts beaucoup plus court que pour la solution vérins linéaires (course vérin plus petite) : la course de dégagement des doigts est indépendante du type de plaque.

La fonction *Réglage de l'écartement des doigts* est assurée par déplacement de chaque sous-ensemble (doigt + actionneur) sur le chariot de translation (figure 6).

## Partie A : CALCULS DE PREDETERMINATION

Dans la configuration actuelle de la machine, le chariot de transfert des piles de plaques et le râteau escamotable sont mis en mouvement par des vérins pneumatiques. L'augmentation des cadences nécessite la remise en cause de ces actionneurs. Il faut vérifier si les performances nouvelles exigées peuvent encore être réalisées par une solution pneumatique.

Dans un premier temps, nous allons étudier la coordination des tâches et déterminer les séquences pouvant être réalisées en parallèle (temps masqué).

### A1 - ETUDE DU GRAFCET DE COORDINATION DES TACHES

#### Question A1.1 :

*a- Tracer sur le document réponse A1-R, pour une durée correspondant à 3 cycles, le chronogramme (diagramme de Gantt) qui caractérise la coordination des tâches exécutées par le Grafcet (figure 5) en faisant les hypothèses suivantes :*

- . les plaques arrivent en continu,*
- . la situation de départ est la suivante : une pile vient d'être constituée, la pile précédente est en cours de brossage, le râteau est en position sortie et le chariot est côté four,*
- . le temps des différentes tâches (sur le Grafcet) est donné en fonction de la durée  $T$  entre deux constitutions de piles.*

*b- Mettre en évidence sur le diagramme la durée  $T$  entre deux piles constituées. Montrer que la cadence n'est pas respectée pour les durées de tâches proposées.*

#### Question A1.2 :

Afin de minimiser le coût de la machine, il est envisagé de conserver un actionneur pneumatique pour l'entraînement du râteau. Par contre, un actionneur électrique sera utilisé pour le chariot de transfert.

*a- Le choix d'une motorisation va permettre un gain de temps sur les tâches T3 et T4. Donner la durée maximale admissible pour ces tâches (en faisant l'hypothèse qu'elles ont même durée) afin d'obtenir un fonctionnement respectant la cadence.*

*b- Mettre en évidence sur le diagramme l'information « pile précédente évacuée de la zone table en U ». Etablir la relation exprimant la vitesse minimale du tapis d'évacuation des piles vers les brosses en fonction de la longueur d'une plaque et de la durée des tâches concernées.*

## A2 - ÉTUDE CINEMATIQUE

Nous allons déterminer les cadences nécessaires pour répondre au cahier des charges donné et établir les lois de mouvements du chariot de transfert. D'autre part, il faut vérifier les conditions d'utilisation du vérin pneumatique pour le râteau.

### Paramétrage :

- la machine constitue des piles de  $n$  plaques :  $2 \leq n \leq 5(\text{maxi})$  ;
- la pile en cours est désignée par l'indice  $k$ , la pile suivante par l'indice  $k+1$  ;
- le point  $X_P$  représente l'abscisse suivant  $\bar{x}$  de l'arrière de la pile  $k$  ;
- le point  $X_Q$  représente l'abscisse suivant  $\bar{x}$  de l'avant de la plaque  $1_{k+1}$ .

Dès que la pile est constituée (plaque  $n_k$  déposée), les doigts passent en position basse et le chariot de transfert entraîne la pile en dehors de la zone d'empilage. Elle doit être emmenée avant que la prochaine plaque  $1_{k+1}$  ne se dépose pour éviter toute collision. La vitesse du chariot de transfert évolue selon une loi en triangle ( $V_{\text{chariot\_transfert}} = V_{CT}$  et  $\gamma_{CT} = \text{cste}$  ; fig. A1).

### Hypothèses :

- les plaques passent instantanément à la vitesse linéaire des rouleaux (temps d'accélération négligeable) en sortie du convoyeur four ( $V_{\text{sortie\_rouleaux}} = V_{SR} = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$ ) ;
- chaque plaque se dépose juste derrière les rouleaux et s'arrête aussitôt (pas de glissement compte tenu de la matière déposée sur les grilles) ;
- le diamètre des rouleaux accélérateurs n'est pas pris en compte ;
- l'instant initial  $t_0$  est défini au moment où les doigts viennent de se refermer, la pile  $k$  est à la position  $X_P = x_0 = 0$  ;
- la distance parcourue par le chariot de transfert pendant la phase d'accélération ( $t_1$ ) est suffisante pour libérer la zone d'empilement ;
- le tapis du four se déplace à vitesse constante ( $V_{\text{tapis\_four}} = V_{TF} = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$ ).

Le déplacement des plaques en sortie du four vers la zone d'empilage est modélisé par le schéma ci-dessous.

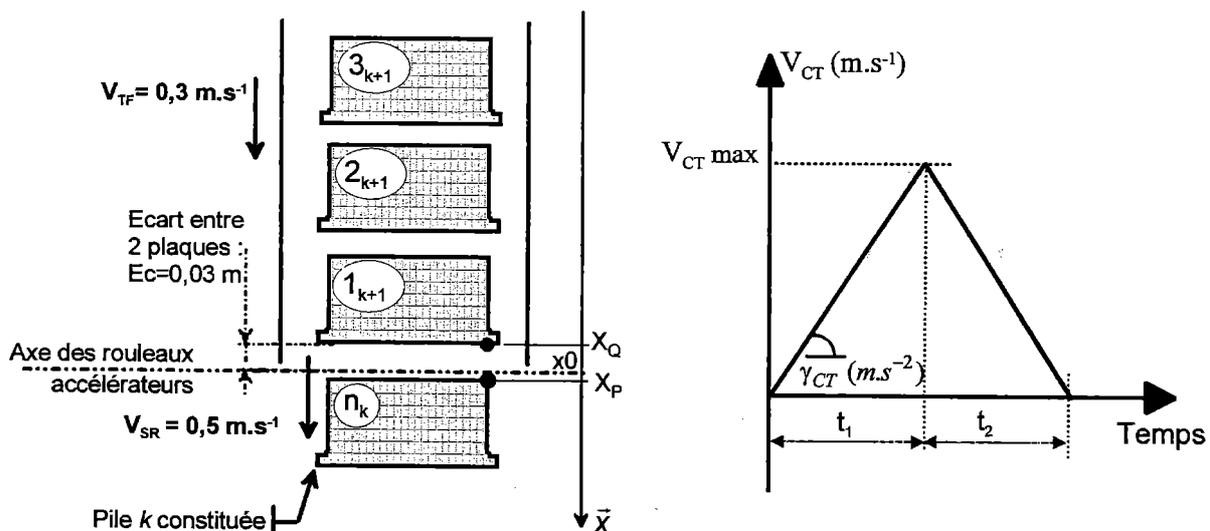


FIG. A1 : Modèle retenu pour l'empilage des plaques

### Question A2.1 :

a- Tracer sur le document réponse A2-R les courbes de déplacement de la pile  $k$  et de la plaque  $1_{k+1}$  : respectivement les points d'abscisses  $X_P(t)$  et  $X_Q(t)$ .

b- Etablir l'expression du mouvement de la plaque  $1_{k+1}$  :  $X_Q(t)$ . Montrer que la plaque  $1_{k+1}$  arrive dans la zone d'empilage (début du risque de collision) avec un temps de retard  $Tr$ .

c- Etablir l'expression du mouvement de la pile  $k$  :  $X_P(t)$ .

d- Après avoir formulé la condition de non-collision entre la pile  $k$  et la plaque suivante  $1_{k+1}$ , montrer que l'on aboutit à une inéquation de la forme :  $\gamma_{CT} \cdot t^2 - c_1 \cdot t + c_2 > 0$ . Calculer les valeurs de  $c_1$  et  $c_2$ .

e- Conclure sur l'accélération  $\gamma_{CT}$  du chariot de transfert des piles de plaques pour éviter une collision avec la plaque suivante.

Le chariot de transfert doit effectuer un aller/retour avec une cadence minimale correspondant à celle de constitution des piles de plaques (voir chronogramme ou Grafcet).

Données (figure A2) :

- on se place dans le cas de figure le plus défavorable pour les tailles de plaques : la largeur de la plus petite plaque est de 105 mm et la course maximale du chariot (Aller) est de 290 mm ;
- la loi de mouvement du chariot de transfert évolue selon une loi en triangle ( $\gamma_{CT} = cste$ ) ;
- les temps de sortie et de rentrée des doigts sont identiques et indépendants de la cadence (voir principe figure 6). La durée  $t_{doigts}$  pour escamoter ou sortir les doigts est égale à  $30 \cdot 10^{-3}$  s.

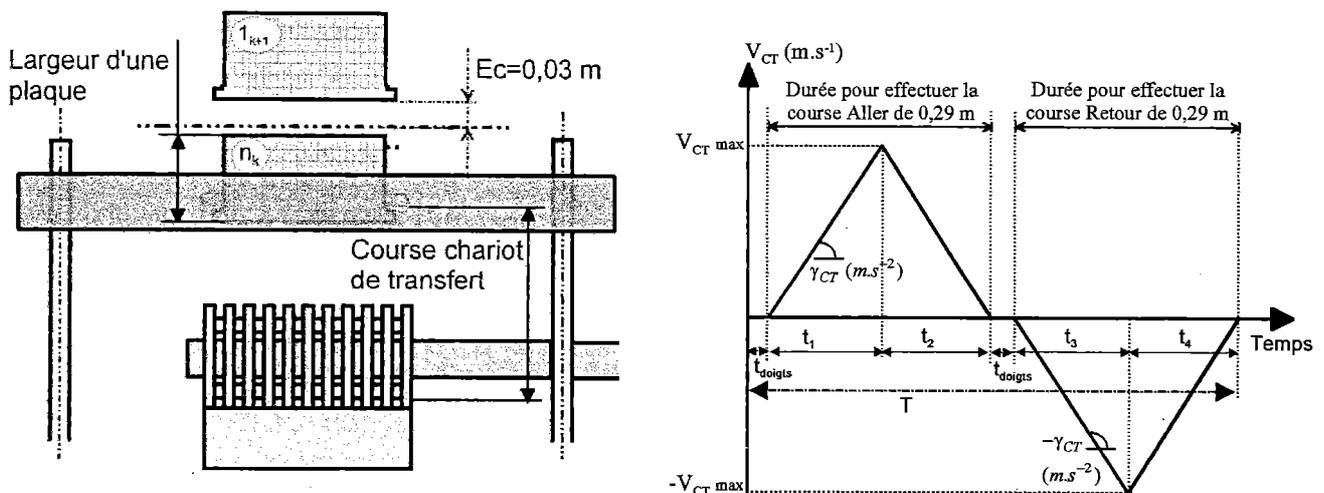


FIG. A2 : Course du chariot de transfert – Loi de mouvement retenue

**Question A2.2 :**

a- Déterminer la cadence maximale de constitution d'une pile de plaques (dans le cas le plus défavorable : nombre de plaques par pile = 2). Il est conseillé d'utiliser la figure A1.

b- Calculer l'accélération minimale du chariot de transfert pour respecter cette cadence. Donner la vitesse maximale  $V_{CT\ max}$  atteinte.

c- Conclure par rapport aux calculs de la question A2.1.

## Partie B : ETUDE DYNAMIQUE

Une pré-étude de conception pour la fonction *Tirer la pile* a défini la chaîne de transmission de puissance suivante : moteur tournant associé à un réducteur à train épicycloïdal et un système de transformation de mouvement de type poulies-courroie crantées. Compte tenu des différentes tailles de plaques et de l'encombrement du système de doigts, deux chariots montés en parallèle et distants de 1m20 sont nécessaires. Un schéma d'implantation des différents constituants de la machine est proposé en annexe 4.

Les deux arbres d'entraînement des guidages sont liés mécaniquement par un arbre de synchronisation qui assure la transmission de puissance simultanément aux deux chariots intégrés MKU... de la société INA (annexe 5). Le moteur-réducteur transmet la puissance mécanique à l'arbre de synchronisation par un jeu de poulies de renvoi reliées par une courroie crantée.

### B1 - Processus rigide

#### Hypothèses :

- synchronisation « parfaite » des axes (rigidité quasi infinie de la barre de synchronisation et du chariot de transfert) ;
- la masse de la courroie est négligeable devant les masses en mouvement ;
- les liaisons sont considérées sans jeu et sans frottement ;
- la chaîne de transmission du mouvement est rigide ;
- les poulies de renvoi ont le même diamètre.

Les hypothèses proposées conduisent à l'étude d'un système monoaxe présenté sur la figure B1 (attention : la représentation est schématique et les deux chariots INA sont regroupés en un seul).

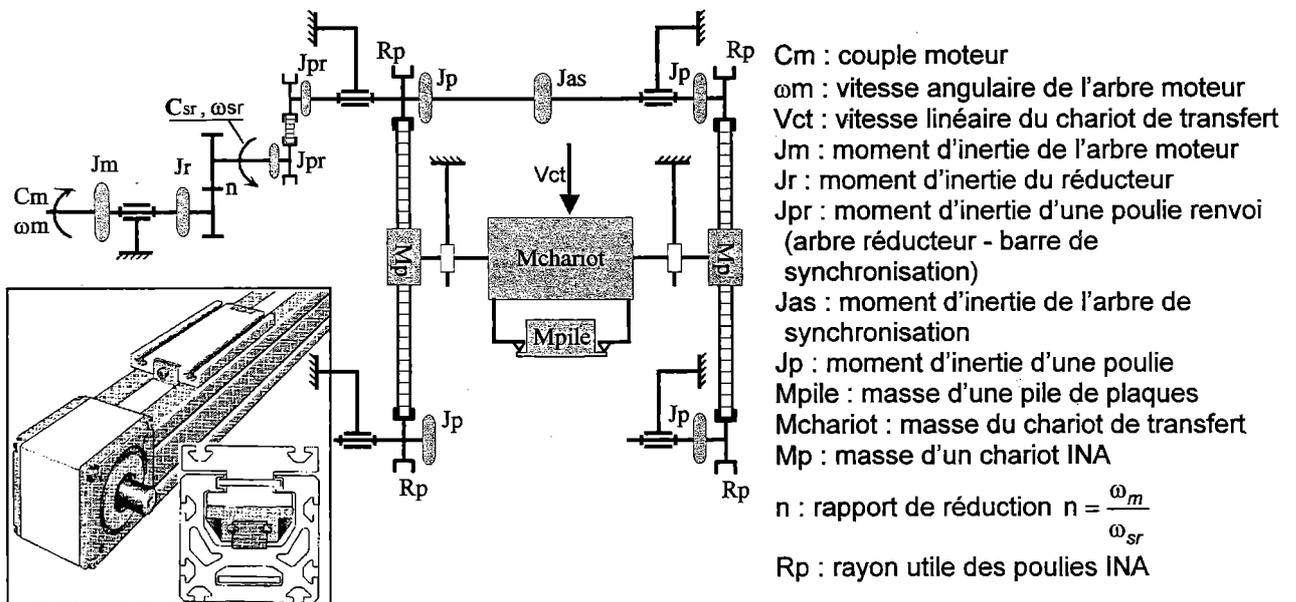


FIG. B1 : Schéma de principe de la chaîne de positionnement – constitution de l'axe.

#### Question B1.1 :

- Donner l'expression littérale du moment d'inertie total équivalent  $J_{Teq}$  ramené à l'arbre moteur dans le cas du mouvement d'avance du chariot.

Le fonctionnement du chariot a déjà été validé dans la partie précédente. A partir de cette question, la loi de mouvement désirée est définie par la figure B2. Il s'agit d'une loi de vitesse en trapèze, préférable à la loi en triangle pour le comportement thermique du moteur. Chacune des phases pendant le déplacement a une durée égale ( $t_2=t_3=t_4=t_6=t_7=t_8=1/3$  de la durée pour effectuer un aller ou un retour). Pour parcourir l'aller/retour dans le temps imparti, il est donc nécessaire d'augmenter l'accélération afin d'obtenir une phase de vitesse constante.

**Hypothèses :**

- l'ensemble mécanique est idéalisé : les efforts dus aux frottements secs et visqueux sont négligés, les liaisons sont considérées parfaites ;
- l'accélération maximale est fixée à  $\gamma_{CT} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  (cette valeur est bien sûr différente de celle calculée à la question A2.2) ;
- on se place dans le cas de figure le plus défavorable pour l'entraînement des plaques (course aller) : pile de 5 plaques de la plus grande largeur ;
- la durée  $t_{\text{doigts}}$  pour escamoter ou sortir les doigts est égale à  $30 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .

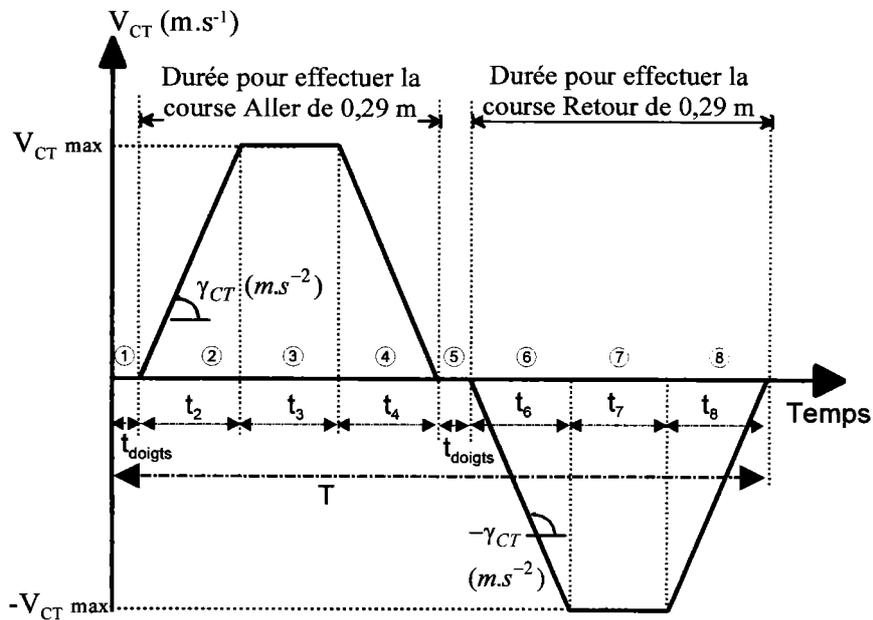


FIG. B2 : Allure de la loi de consigne de vitesse linéaire du chariot de transfert

**Question B1.2 :**

- A partir des hypothèses formulées, donner l'expression littérale du couple électromécanique  $C_m$  à fournir par le moteur en fonction de  $J_{Teq}$  et  $\gamma_{CT}$ .

**Application numérique :**

- $J_m$  : moment d'inertie de l'arbre moteur =  $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- $J_r$  : moment d'inertie du réducteur (ramené à l'arbre moteur) =  $3,5 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- $J_{pr}$  : moment d'inertie d'une poulie de renvoi =  $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- $J_{as}$  : moment d'inertie de l'arbre de synchronisation = à calculer
- $J_p$  : moment d'inertie d'une poulie =  $7 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- $M_{chariot}$  : masse du chariot = 40 kg
- $M_p$  : masse d'un patin INA = 3,8 kg
- $M_{pile}$  : masse d'une pile de 5 plaques = 15 kg
- $n$  : rapport de réduction du réducteur moteur  $\frac{\omega_m}{\omega_{sr}} = n = 10$
- $R_p$  : rayon utile de la poulie module MKU - INA =  $40 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

**Question B1.3 :**

- a- Déterminer la masse entraînée au niveau du chariot de transfert à l'aller puis au retour.
- b- Calculer le moment d'inertie de l'arbre de synchronisation *J* autour de son axe (arbre creux en acier de  $\varnothing_{ext}$  30mm et de  $\varnothing_{int}$  20, longueur 1m, masse volumique de l'acier =  $7800 \text{ kg.m}^{-3}$ ). (La formule de calcul littérale issue du cours de RDM est suffisante mais chaque terme doit être correctement explicité).

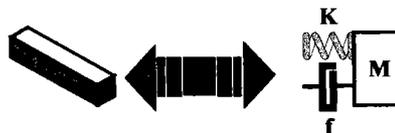
**Question B1.4 :**

- Calculer les caractéristiques de la loi de mouvement désirée pour chacune des 8 phases. Préciser pour chacune des phases : sa durée, l'accélération et la vitesse de l'arbre moteur et le couple électromécanique à fournir. Présenter les résultats sous la forme d'un tableau (voir ci-dessous).

Phase	Durée (seconde)	Accélération chariot ( $m.s^{-2}$ )	Accélération arbre moteur ( $rad.s^{-2}$ )	Vitesse chariot ( $m.s^{-1}$ )	Vitesse arbre moteur ( $rad.s^{-1}$ )	Couple à fournir $C_m$ ( $N.m$ )
1						
2						

**B2 – Prise en compte du comportement dynamique**

Le couple d'accélération transmis en sortie de réducteur est relativement important. La chaîne de transmission de mouvement ne peut plus être considérée comme infiniment rigide. Les processus mécaniques appartiennent à une classe de systèmes dans laquelle les modèles de connaissance s'établissent directement à partir des lois physiques. La difficulté réside dans la recherche de l'adéquation modèle - système réel. Pour cela, il est important de déterminer les caractéristiques des différents constituants (masse, inertie, rigidité, amortissement). La partie mécanique du système de positionnement du chariot de transfert a été modélisée en tenant compte des caractéristiques du moteur d'axe, de la cinématique d'entraînement et du comportement dynamique de la structure. La modélisation discrète repose sur l'hypothèse que chaque élément peut être modélisé par au moins une masse, un ressort de rigidité équivalente à l'élément réel et un amortissement interne (figure B3).



**FIG. B3 :** Principe de la modélisation discrète.

On remarque la lourdeur d'une telle modélisation, le nombre de degrés de liberté est trop important pour pouvoir obtenir un modèle facilement utilisable par la commande. La simplification du modèle passe par des hypothèses de comportement d'un axe par rapport à l'autre. La difficulté principale réside dans la connaissance de la synchronisation des deux axes. Dans cette partie, le modèle retenu sera celui d'un « double monoaxe ». On prend ici comme hypothèse que la masse du chariot est supportée de façon égale par les deux axes. On considère ensuite que le bâti est rigide, et que la masse de la courroie est négligeable devant les masses en mouvement.

Enfin, des essais ont montré que la souplesse prépondérante est celle de l'arbre de synchronisation. Nous pouvons donc établir un modèle simplifié ne prenant en compte que la raideur de celui-ci et représentant au mieux le comportement global de la chaîne de positionnement (figure B4).

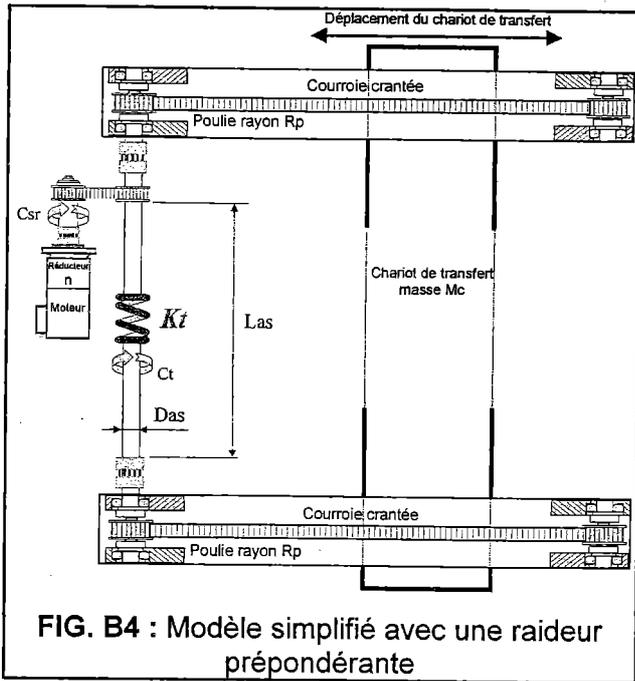


FIG. B4 : Modèle simplifié avec une raideur prépondérante

Un modèle générique peut alors être défini par le schéma ci-dessous :

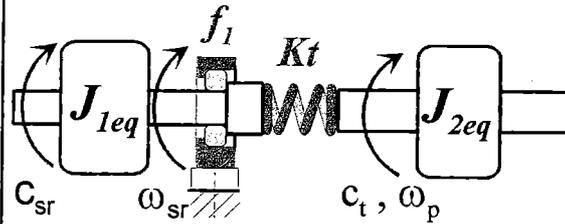


FIG. B5 : Modèle générique équivalent

Le processus est constitué de deux parties (inerties  $J_{1eq}$  et  $J_{2eq}$ , ramenées sur l'arbre de synchronisation) considérées comme infiniment rigides et reliées entre elles par une barre de torsion de raideur équivalente  $Kt$ . Celle-ci représente la raideur en torsion de l'arbre de synchronisation.

**Hypothèses :**

- amortissements limités aux frottements visqueux (pas d'amortissements internes) ;
- l'ensemble des frottements visqueux est regroupé en un frottement visqueux équivalent  $f_1$  au niveau de l'arbre de sortie du réducteur ;
- la masse du chariot est supportée de façon égale par les deux axes ;
- les liaisons sont considérées parfaites et les frottements secs sont négligés.

**Question B2.1 :**

- Donner les expressions littérales des inerties équivalentes  $J_{1eq}$  et  $J_{2eq}$  en utilisant les variables définies pour la question B1.1.
- Etablir l'expression littérale de la raideur équivalente en torsion  $Kt$  de l'arbre de synchronisation. A.N. : arbre creux en acier de  $\varnothing_{ext}$  30mm et de  $\varnothing_{int}$  20, longueur 1m, module d'élasticité transversale = 81000 MPa. (La formule de calcul littérale issue du cours de RDM est suffisante).

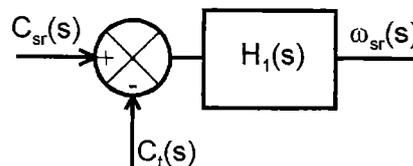
Le modèle équivalent comprend trois éléments accumulateurs d'énergie : une inertie équivalente  $J_{1eq}$ , une raideur équivalente  $Kt$  et une inertie équivalente  $J_{2eq}$ . Le processus est donc d'ordre 3. Nous voulons établir la fonction de transfert mécanique du processus modélisé et étudier son comportement fréquentiel.

L'opérateur de Laplace est noté « s » de sorte que  $F(s)$  désigne la transformée ou fonction image de la fonction originale  $f(t)$ .

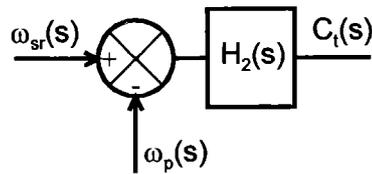
$U(t)$  désigne l'échelon unité tel que  $U(t)=1$  pour  $t \geq 0$ ,  $U(t)=0$  pour  $t < 0$

**Question B2.2 :**

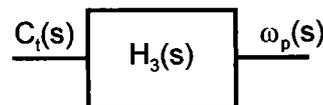
- en appliquant le théorème de l'énergie cinétique au premier élément accumulateur  $J_{1eq}$ , écrire l'équation différentielle du mouvement de rotation de l'arbre en sortie du réducteur. Montrer que la fonction de transfert de cet élément peut être mise sous la forme suivante. Donner l'expression de  $H_1(s)$ .



b- Ecrire la loi de comportement du deuxième élément accumulateur, le ressort  $Kt$ . Montrer que la fonction de transfert de cet élément peut être mise sous la forme suivante. Donner l'expression de  $H_2(s)$ .



c- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au troisième élément accumulateur  $J2eq$ , écrire l'équation différentielle du mouvement de rotation de l'arbre d'entraînement du chariot INA. Montrer que la fonction de transfert de cet élément peut être mise sous la forme suivante. Donner l'expression de  $H_3(s)$ .



La figure B.6 présente le schéma-bloc fonctionnel correspondant au modèle discret retenu pour cette étude. Nous pouvons établir la fonction de transfert mécanique représentant la relation Entrée ( $C_{sr}$ ) / Sortie ( $\omega_p$ ) de la chaîne de transmission de mouvement.

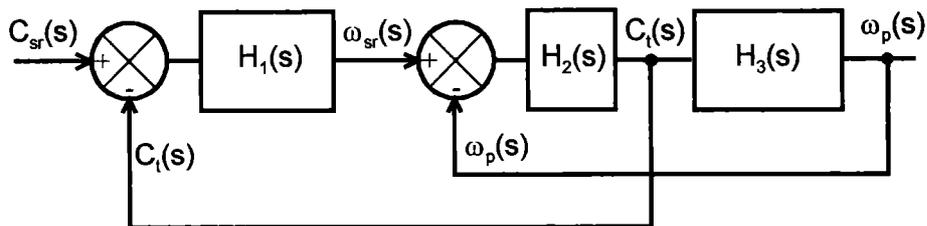


FIG. B6 : Schéma-bloc fonctionnel du processus mécanique.

**Question B2.3 :**

a- Donner l'expression de la fonction de transfert  $\omega_p(s) / C_{sr}(s)$  en fonction de  $H_1(s)$ ,  $H_2(s)$  et  $H_3(s)$ .

b- Remplacer  $H_1(s)$ ,  $H_2(s)$  et  $H_3(s)$  par les expressions trouvées à la question B2.2. Mettre la fonction de transfert  $H(s)$  sous la forme canonique suivante :

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{k_m}{1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3}$$

c- Exprimer de manière littérale les coefficients  $k_m$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ .

**Question B2.4 :**

a- Montrer que, si la raideur équivalente  $Kt$  est considérée de valeur infiniment grande (processus rigide), la fonction de transfert  $H(s)$  est de la forme :

$$H(s) = \frac{k_m}{1 + \tau_1 \cdot s}$$

b- Exprimer  $k_m$  et  $\tau_1$  en fonction des paramètres de la chaîne cinématique  $J1eq$ ,  $J2eq$  et  $f1$ .

Dans le cas de notre application, la dynamique souhaitée est telle que la souplesse de l'arbre de synchronisation ne peut pas être ignorée. Le système peut alors être modélisé par un mode dominant du premier ordre et un mode oscillant.  $H(s)$  peut être factorisée sous la forme suivante :

$$H(s) = \frac{k_m}{(1 + \tau_2 \cdot s) \cdot (1 + a \cdot s + b \cdot s^2)}$$

**Question B2.5 :**

a- Montrer que si  $a \ll \tau_2$ , la constante de temps  $\tau_2$  vaut :

$$\tau_2 = \frac{J1e_{q} + J2e_{q}}{f_1}$$

b- En procédant par identification avec le polynôme du dénominateur  $D(s)$  trouvé à la question B 2.3-b et en gardant l'hypothèse  $a \ll \tau_2$  :

- . exprimer le coefficient  $b$  puis le coefficient  $a$  ;
- . en déduire les expressions du facteur d'amortissement  $\zeta$  et de la pulsation naturelle  $\omega_n$  correspondants.

c- Montrer que la pulsation naturelle  $\omega_n$  est indépendante du frottement visqueux  $f_1$  alors que l'amortissement  $\zeta$  est proportionnel à  $f_1$ .

d- Donner l'expression de  $H(s)$  lorsque  $\zeta=0$ .

e- Application numérique : on prendra pour ces calculs une valeur de  $Kt=6000 \text{ Nm/rad}$  et  $f1=0,1 \text{ Nm.s.rad}^{-1}$

- . donner la valeur du gain statique  $H(0)$ , exprimer sa valeur en dB ;
- . calculer les coefficients  $a$  et  $b$  ;
- . calculer le facteur d'amortissement  $\zeta$  et la pulsation naturelle  $\omega_n$ .

f- Vérifier l'hypothèse de départ :  $a \ll \tau_2$ .

**Question B2.6 :**

a- Montrer que si  $\zeta \ll 1$ , la fonction de transfert  $H(s)$  met en évidence un « mode dominant » du premier ordre et un mode oscillant du deuxième ordre.

b- Avec le plus grand soin, construire le diagramme de BODE de la fonction de transfert complexe  $H(j\omega)$ . Sur le même graphe :

- . tracer le diagramme asymptotique en précisant les pentes et les valeurs caractéristiques ;
- . tracer l'allure des diagrammes réels d'amplitude et de phase ;
- . faire apparaître les marges de stabilité  $\Delta G_{dB}$  et  $\Delta \varphi$  ;

c- Déterminer la fréquence de résonance  $f_{n0}$  et définir la bande passante BP à +3dB du processus mécanique modélisé ;

d- Conclure sur la stabilité en boucle fermée de l'ensemble (lorsque la commande asservie sera appliquée au processus mécanique).

## Partie C : COMMANDE ASSERVIE DU PROCESSUS

Les calculs et la modélisation effectués dans la partie précédente remettent en cause les choix de conception pour la chaîne de transformation de mouvement. Afin de limiter les risques encourus par une motorisation unique alliée à une dissymétrie de la transmission de mouvement, il est préférable de mettre en place deux moteurs pilotant chacun un des chariots. D'autre part, les accélérations nécessaires étant élevées, le système de transformation de mouvement ne pourra de toute façon pas être considéré comme infiniment rigide (souplesse de la courroie crantée). Enfin, un autre type de transformation de mouvement resterait synonyme d'une grande inertie équivalente préjudiciable à la dynamique souhaitée.

Ces réflexions conduisent les concepteurs à choisir de mettre en œuvre deux chariots indépendants équipés de moteurs linéaires synchrones à aimants permanents (figure C1). La configuration de la nouvelle solution est décrite par le schéma figure C2. La synchronisation des deux chariots sera réalisée par la commande (asservissement de type maître/esclave par exemple).

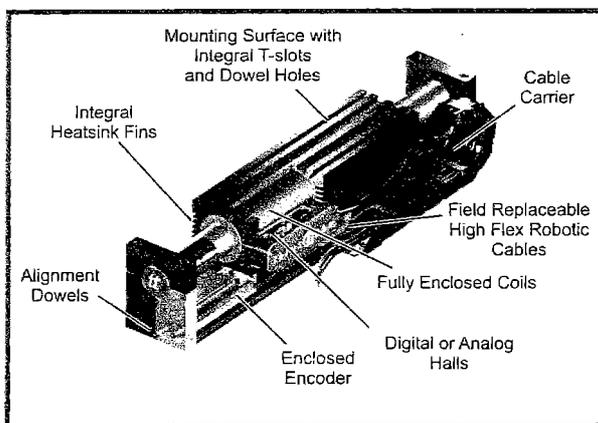


FIG. C1 : Moteur linéaire associé à un guidage sur patin à billes

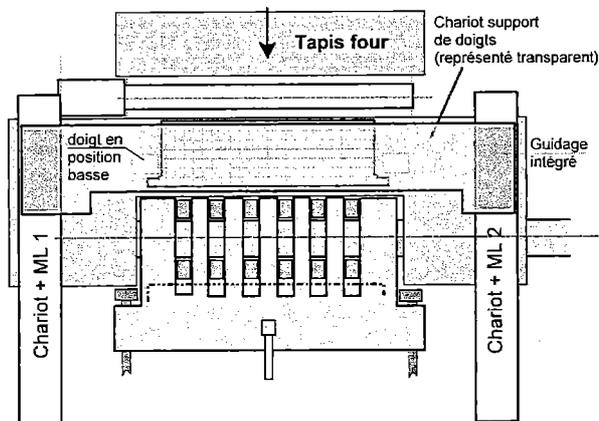


FIG. C2 : Schéma d'implantation des deux chariots équipés de moteurs linéaires

### Analogie moteur tournant – moteur linéaire

De façon simplifiée, le moteur linéaire fonctionne suivant le principe d'attraction répulsion. Par analogie au moteur tournant, le primaire (partie mobile) est constitué d'un enroulement triphasé et le secondaire (partie fixe source de champ magnétostatique) est constitué d'aimants permanents (figure C3).

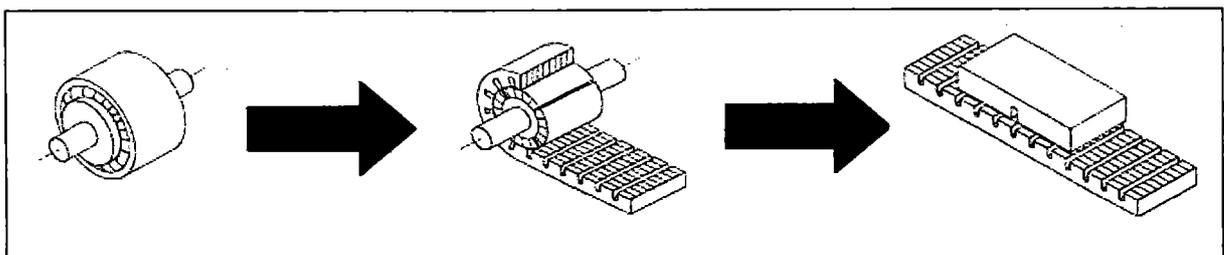


FIG. C3 : Analogie moteur tournant - moteur linéaire

Le système est numérique et non linéaire. Cependant, la fréquence relativement élevée de découpage et de rafraîchissement des différentes grandeurs ainsi que l'hypothèse de linéarité sur le modèle aux variations permet de modéliser le système sous forme de S.L.I. (Système Linéaire Invariant) continu du temps. On utilisera donc, dans le cadre de cette étude, la transformée de Laplace et la représentation par schéma blocs.

## C1 – CHOIX DES MOTEURS LINÉAIRES (MOTEURS TUBES)

On conserve la loi de vitesse en trapèze définie dans la partie B (Figure B2). Chacune des phases pendant le déplacement a une durée égale ( $t_2=t_3=t_4=t_6=t_7=t_8=1/3$  de la durée pour effectuer un aller ou un retour). L'étude sera effectuée pour la commande d'un seul moteur (voir les hypothèses de symétrie ci-dessous).

### Hypothèses :

- l'ensemble mécanique est idéalisé : les efforts dus aux frottements secs et visqueux sont négligés, les liaisons sont considérées parfaites ;
- synchronisation « parfaite » des axes (rigidité quasi infinie du chariot de transfert et répartition égale des efforts sur chacun des moteurs linéaires) ;
- les efforts de résistance à l'avancement dans les moteurs tubes ne sont pas négligés ;
- l'accélération maximale est fixée à  $\gamma_{CT} = 10m \cdot s^{-2}$  ;
- on se place dans le cas de figure le plus défavorable pour l'entraînement des plaques (course aller) : pile de 5 plaques de la plus grande largeur.

### Application numérique :

- $M_c$  : masse du chariot = 40 kg
- $M_{ML}$  : masse d'un bloc moteur tube avec patins à billes = 5 kg
- $M_{pile}$  : masse d'une pile de 5 plaques = 15 kg
- $F_{cog}$  : force de résistance à l'avancement d'un moteur tube (constante) = 8,3 N

### Question C1.1 :

a- Compte tenu des hypothèses simplificatrices, donner les expressions littérales de la force de poussée  $F$  que doit fournir chaque moteur pendant les différentes phases lors d'un aller/retour du chariot. Présenter les résultats sous la forme d'un tableau (voir ci-dessous).

Phase	Durée (seconde)	Accélération chariot ( $m \cdot s^{-2}$ )	Effort à fournir $F$ (expressions littérales)
1			
2			

b- Préciser la phase pendant laquelle les moteurs doivent fournir la force de poussée maximale  $F_{max}$ . Justifier votre réponse.

### Question C1.2 :

a- A partir des données ci-dessus, tracer sur le document réponse A2-R l'évolution temporelle de la force de poussée  $F(t)$  que doit fournir chaque moteur sur un cycle de fonctionnement.

b- Calculer la valeur de la force de poussée maximale  $F_{max}$  que doit fournir chaque moteur.

La force maximale instantanée que peut fournir un moteur est largement supérieure à la valeur moyenne disponible de façon continue. Il convient donc de calculer la valeur moyenne de la force nécessaire pour le cycle envisagé ; il s'agit de la « force équivalent thermique »  $F_{EQth}$  qui se définit comme la valeur efficace de la force de poussée développée par un moteur sur un cycle. Soit :

$$F_{EQth} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{(T)} F^2(t) dt}$$

**Question C1.3 :**

- a- Calculer la force de poussée moyenne  $F_{EQth}$ , que doit fournir chaque moteur.
- b- Pourquoi le choix de l'actionneur fait-il appel à la notion de « force équivalent thermique » ?
- c- A partir des caractéristiques du constructeur de moteurs fournies en annexe 6, choisir un moteur de la série TBX 38 répondant au cahier des charges. Nous considérons que le moteur fonctionne sans surface d'échange thermique (les choix de conception conduisent à avoir le moteur « encapsulé » dans les éléments mécaniques du chariot).
- d- Justifier votre choix.

**C2 – IDENTIFICATION DU PROCESSUS A COMMANDER**

Hypothèses de modélisation :

Par un changement de repère, appelé transformation de Park, on montre que le modèle électromécanique d'un moteur linéaire synchrone à aimants permanents est équivalent à une association électromagnétique et électromécanique de deux machines à courant continu :

$$V_d = R.i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - e_d \quad \text{avec} \quad \varphi_d = L_d.i_d + \phi_f \quad \text{et} \quad e_d = + \frac{2\pi}{\tau} \varphi_q \frac{dX_{CT}}{dt} \quad \text{(Machine d)} \quad (1)$$

$$V_q = R.i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + e_q \quad \text{avec} \quad \varphi_q = L_q.i_q \quad \text{et} \quad e_q = + \frac{2\pi}{\tau} \varphi_d \frac{dX_{CT}}{dt} \quad \text{(Machine q)} \quad (2)$$

Elles fournissent chacune une partie de la force de poussée globale F (Figure C4).

$$F = F_q - F_d - F_{cog} = \frac{2\pi}{\tau} \varphi_d i_q - \frac{2\pi}{\tau} \varphi_q i_d - F_{cog} \quad (3)$$

<u>Notations :</u>	$F_d, F_q$ $F_{cog}$ $M_{eqT}$ $V_d, V_q$ $i_d, i_q$ $\varphi_d, \varphi_q$ $e_d, e_q$ $L_d, L_q$ $\phi_f$ $R$ $\tau$ $X_{CT}$ $V_{CT}$ $\lambda$ $\hat{i}_d, \hat{i}_q$	Forces développées par les machines d et q ; Force de résistance à l'avancement d'un moteur (constante) ; Masse équivalente totale déplacée par un moteur tube ; Tensions appliquées aux machines d et q ; Courants relatifs aux machines d et q ; Flux développés par les machines d et q ; Force électromotrices induites relatives aux machines d et q ; Inductances synchrones longitudinale et transversale ; Flux propre des aimants secondaires (constant) ; Résistance de l'enroulement primaire ; Pas polaire des aimants ; Position du chariot de transfert ; Vitesse du chariot de transfert ( $V_{CT} = dX_{CT}/dt$ ) ; Gain des capteurs de courant. Mesures des courants relatifs aux machines d et q.
--------------------	--	--

Le modèle de la figure C4 met en évidence deux entrées de réglage indépendantes que sont les tensions d'axe direct  $V_d$  et d'axe en quadrature  $V_q$ . Les flèches en pointillés traduisent les couplages entre les axes d et q.

**Question C2.1 :**

a- A partir des équations temporelles précédentes, et en utilisant la transformée de Laplace, montrer que le schéma fonctionnel du système peut se mettre sous la forme décrite à la figure C4 (rappel :  $\phi_f$  : Flux propre des aimants = constante).

b- Exprimer les gains  $k_d$  et  $k_q$  en fonction des courants.

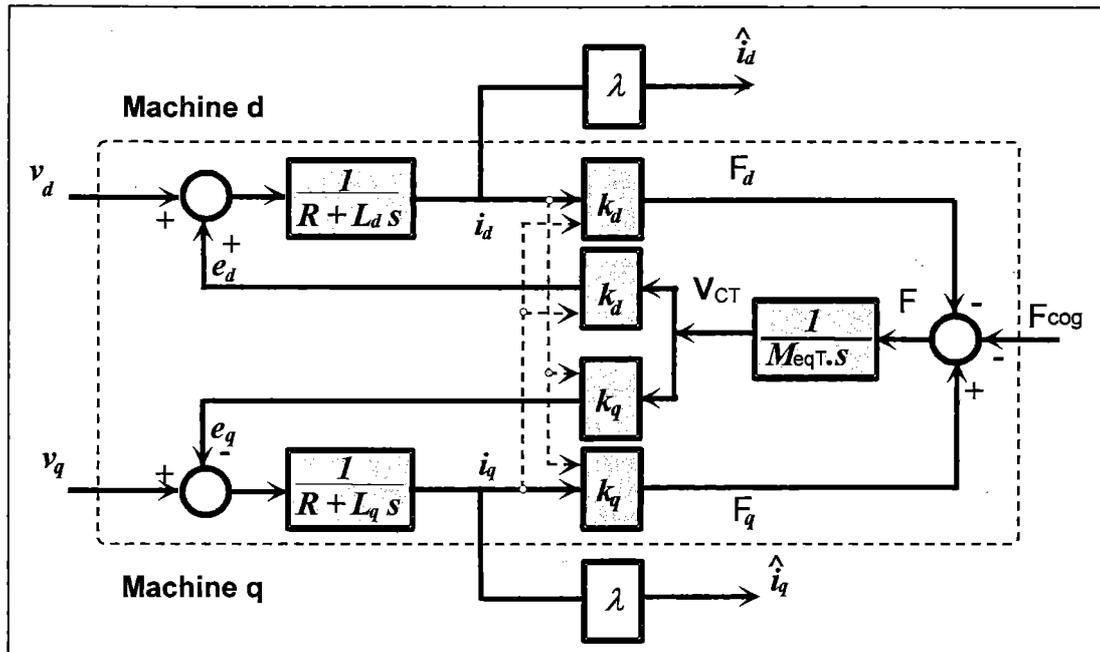


FIG. C4 : Schéma fonctionnel du processus à commander

**Question C2.2 :**

a- A partir des relations (1) et (2) et des expressions de  $k_d$  et  $k_q$  trouvées en C2.1.b, exprimer la force de poussée  $F$  en fonction des courants  $i_d$  et  $i_q$  ainsi que du flux  $\phi_f$ .

b- Montrer que si on néglige la force de résistance à l'avancement des moteurs, cette force de poussée est proportionnelle à la composante d'axe q du courant.

c- Décomposer cette force de poussée  $F$  en une force principale notée  $F_p$  proportionnelle au flux propre des aimants secondaires, et en une force de saillance notée  $F_s$  liée aux Inductances  $L_d$  et  $L_q$ .

d- Proposer une solution simple permettant d'annuler la force de saillance  $F_s$  par une boucle d'asservissement. Dans ces conditions, comment règle-t-on la poussée ?

**Question C2.3 :**

a- En considérant que la machine est à pôles lisses ( $L_d = L_q = L$ ), montrer que l'expression de la force de poussée  $F$  est indépendante de la composante d'axe d du courant.

b- Dans ce cas, déterminer la constante de force  $k'_q$  du moteur.

c- En déduire un schéma fonctionnel simplifié en vue de la commande en poussée.

### C3 - ÉTUDE DE LA COMMANDE EN POUSSÉE

#### Contexte :

Le mouvement de chaque axe est assuré par un « *moto-variateur auto-synchrone* ». Cette technologie présente l'avantage d'être robuste et fiable dans le temps. Les moteurs sont capables de développer une force constante sur une large plage de vitesse de translation grâce à un contrôle des courants et du flux dans la machine, appelé couramment « *commande vectorielle de flux* ». Ce réglage est possible par l'emploi d'un convertisseur statique travaillant en modulation de largeur d'impulsion à une fréquence de commutation élevée (onduleur MLI).

Pour chaque ensemble, un régulateur de vitesse (non abordé dans le cadre de cette étude) élabore un signal de référence  $F_{REF}$  (ou consigne de force).

#### Hypothèses :

- toutes les valeurs estimées ou mesurées sont identifiées par le signe «  $\hat{\quad}$  » qui coiffe celles-ci ;
- la grande linéarité ainsi que la bande passante suffisamment large des capteurs de courants et de vitesse permettent d'écrire :  $\hat{i}_q = i_q$  et  $\hat{V}_{CT} = V_{CT}$  ;
- la fréquence de commutation du convertisseur statique (onduleur) est importante de telle manière que l'on considère  $V_q = V_{qreg}$ .
- le courant d'axe direct  $i_d$  est parfaitement asservi et réglé à zéro ( $i_d=0$ ) : la force de poussée  $F$  n'est fournie que par la machine d'axe  $q$  ( $F_d = 0$ ).

Pour la suite du sujet, nous retenons des moteurs tubes TBX 3810 (ce choix ne correspond pas à celui de la question C1.3-b). Les données numériques ci-dessous sont utilisables directement pour le modèle de commande. Elles sont issues des caractéristiques constructeurs (annexe 6).

#### Application numérique :

- $\lambda$  : gain des capteurs de courants = 1 V/A
- $A$  : gain d'amplification du convertisseur statique = 10
- $f_c$  : fréquence de commutation de l'onduleur = 20 kHz ( $T_c = 50\mu s$ )
- $M_{eqT}$  : masse équivalente totale déplacée par un moteur tube = 35 kg
- l'accélération maximale du chariot de translation est fixée à  $\gamma_{CT} = 10m \cdot s^{-2}$
- la vitesse maximale de translation du chariot est fixée à  $V_{CT} = 1,35m \cdot s^{-1}$
- $F_{cog}$  : force de résistance à l'avancement d'un moteur tube (constante) = 5,6 N
- $k_q$  : constante de force du moteur = 65,8 N.A<sup>-1</sup>
- $R_{25}$  : résistance de l'enroulement primaire à 25 °C = 8,6  $\Omega$  (valeur utilisée par défaut)
- $R_{100}$  : résistance de l'enroulement primaire à 100 °C = 10,75  $\Omega$
- $L$  : Inductance propre de l'enroulement primaire = 10,7 mH
- $\tau$  : Pas polaire des aimants = 71,2 mm
- $i_{dREF}$  : courant de consigne d'axe direct :  $i_{d0} = 0$  A
- $i_{qREF}$  : courant de consigne d'axe en quadrature :  $i_{q0} = 5$  A

On se propose de mettre au point le régulateur qui doit rendre la force de poussée quasiment insensible aux variations de vitesse intervenant pendant les phases de démarrage et de freinage ou encore liées aux variations de la charge mécanique. On désire annuler l'erreur permanente sans avoir recours au correcteur PI classique. Dans ce but, nous allons étudier les effets des actions de compensation, d'anticipation et de filtrage associées à une commande proportionnelle  $C_q$ .

### C3.1 - Commande en poussée par compensation de perturbation

Le schéma de principe du modèle simplifié du processus et de la commande en poussée par compensation de perturbation est présentée à la figure C5. Pour la boucle de courant  $i_q$ , on considère la force électromotrice  $e_q$ , comme une perturbation induite par la vitesse de translation du chariot  $V_{CT}$  qu'il est souhaitable de compenser en temps réel.

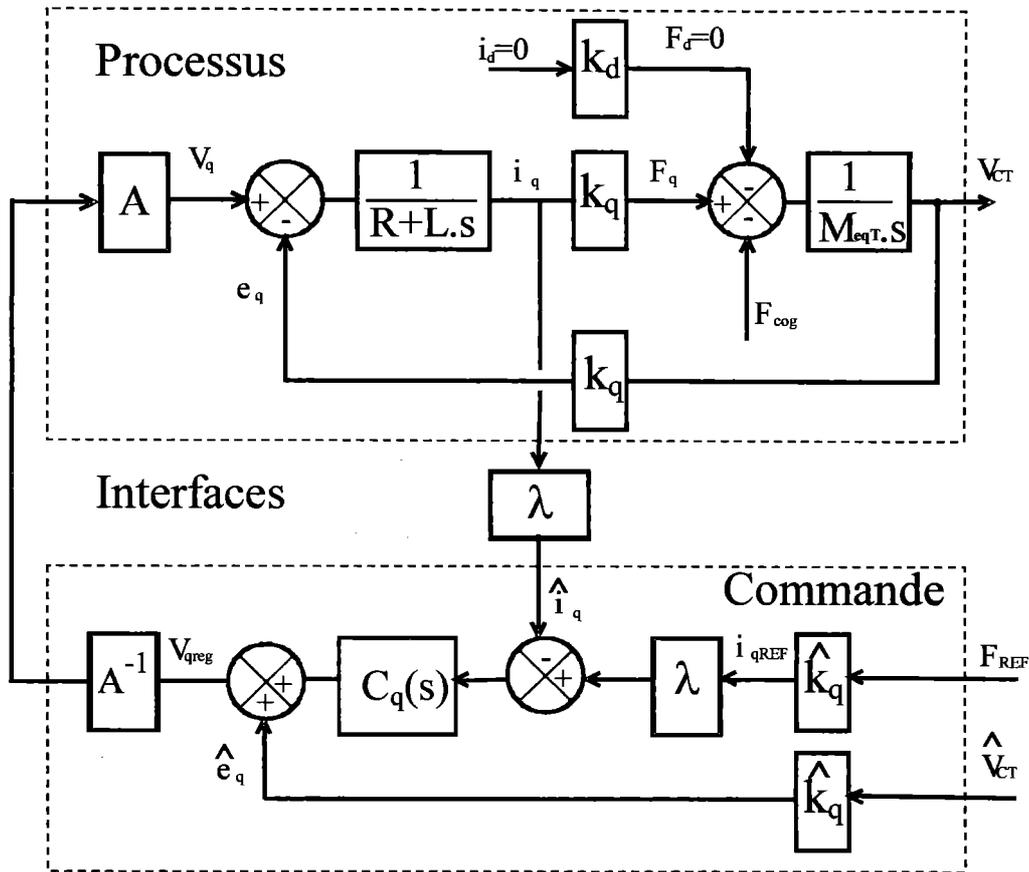


Fig. C5 : Matérialisation de la commande en poussée par compensation.

Dans cette partie, le correcteur choisi est de type proportionnel ( $C_q(s) = C_q$  : gain constant). Afin de compenser les effets de la force électromotrice  $e_q$  induite par la vitesse, nous effectuons une estimation  $\hat{e}_q$  de celle-ci à partir d'une mesure  $\hat{V}_{CT}$  de la vitesse de translation du chariot.

**Question C3.1 :**

a- Donner les expressions de  $G1(s)$  et  $G2(s)$  telles que :

$$i_q(s) = G1(s) \cdot i_{qREF}(s) + G2(s) \cdot V_{CT}(s)$$

b- En déduire les expressions des fonctions de transfert en poursuite  $H_{BF}(s) = i_q(s) / i_{qREF}(s)$  et en régulation  $Z_{BF}(s) = i_q(s) / V_{CT}(s)$ .

**Question C3.2 :**

a- Montrer que si d'une part, la compensation est parfaitement réalisée, et d'autre part, le gain  $C_q$  est grand, alors en régime permanent  $i_q \cong i_{qREF}$ .

b- Exprimer la constante de temps  $T_{BF}$  du système en boucle fermée en fonction du gain  $C_q$  et des paramètres électriques du moteur.

c- A partir du théorème de la valeur finale, déterminer l'erreur permanente  $\varepsilon_p$  sur  $i_q$  en fonction de  $I_{q0}$ ,  $R$  et  $C_q$  lors d'une sollicitation en échelon d'amplitude  $I_{q0}$ .

**Question C3.3 :**

a- En utilisant la valeur  $R = R_{25} = 8,6\Omega$ , calculer le gain  $C_q$  minimal qui permet de limiter l'erreur permanente  $\varepsilon_p$  à 2 %.

b- En déduire le temps de réponse  $tr_{BF}$  à 5 % de la boucle de courant.

c- Comparer la constante de temps  $T_{BF}$  du système en boucle fermée à la période de commutation  $T_C$  de l'onduleur. Interpréter les résultats obtenus.

On règle le gain  $C_q$  du correcteur pour que la dynamique de la boucle de courant  $i_q$  soit fixée à 5 kHz ( $tr_{BF} = 600\mu s$ ).

**Question C3.4 :**

a- Calculer la valeur du gain  $C_q$  qui permet d'obtenir ce comportement dynamique.

b- En déduire l'erreur permanente  $\varepsilon_p$  correspondante.

c- Analyser les résultats obtenus.

## C3.2 - Commande en poussée par anticipation

Le schéma de principe du modèle simplifié du processus et de la commande en poussée par anticipation est présentée à la figure C6. L'objectif de cette commande est d'éviter l'utilisation d'un correcteur à action intégrale tout en cherchant à annuler l'erreur permanente  $\varepsilon_p$ . Comme dans l'étude précédente, le correcteur choisi est de type proportionnel ( $C_q(s) = C_q$  : gain constant) mais une anticipation est ajoutée sur la grandeur de réglage  $V_{qreg}$  en utilisant la grandeur estimée de la résistance  $R$ .

Dans un premier temps, l'estimation de la grandeur de la résistance et la compensation sont considérées parfaites :  $\hat{R} = R = R_{25} = 8,6\Omega$  et  $\hat{e}_q = e_q$ .

**Question C3.5 :**

a- Montrer que si  $V_q = V_{qreg}$ , alors l'erreur permanente  $\varepsilon_p$  est toujours nulle quelle que soit la valeur de la consigne ( $i_q = i_{qREF}$  en régime permanent).

b- Comparer la nouvelle expression de la constante de temps  $T_{BF}$  du système en boucle fermée à celle obtenue précédemment.

On règle le gain  $C_q$  du correcteur pour que le comportement dynamique de la boucle de courant  $i_q$  soit fixée à 5 kHz ( $tr_{BF} = 600\mu s$ ).

**Question C3.6 :**

a- Calculer la valeur du gain  $C_q$  qui permet d'obtenir ce comportement dynamique.

b- Interpréter les résultats obtenus.

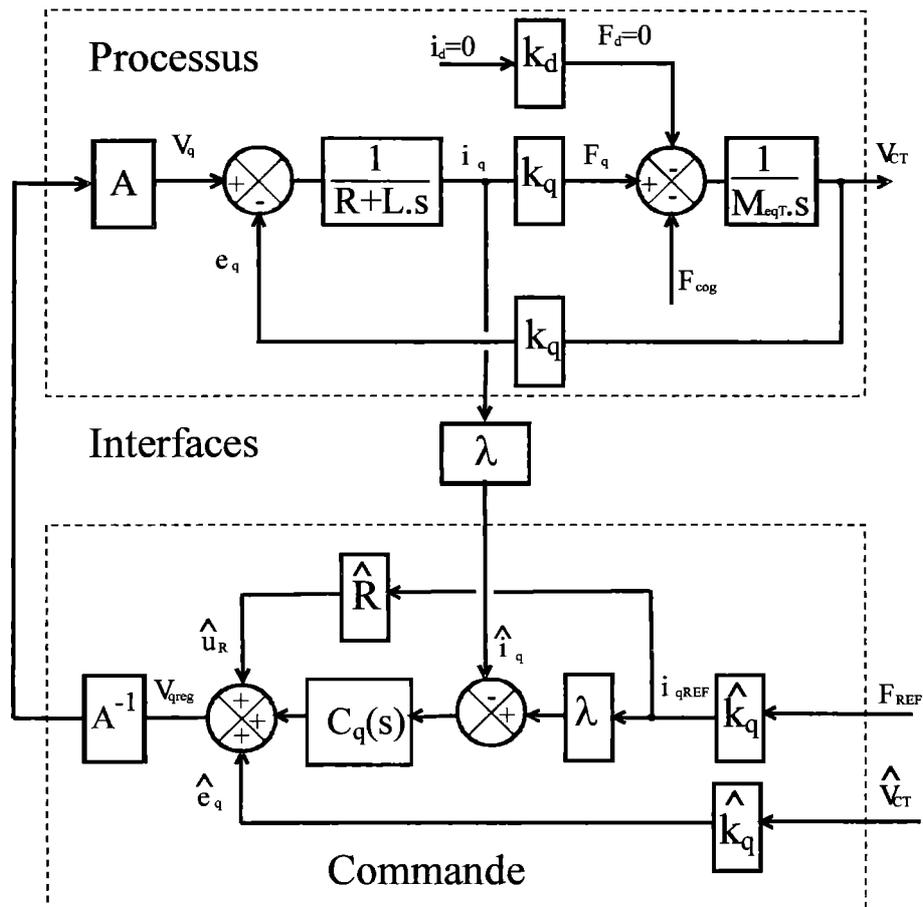


Fig. C6 : Matérialisation de la commande en poussée par compensation et anticipation.

Le cycle de fonctionnement des moteurs est tel que la température d'équilibre vaut  $100^\circ\text{C}$  (échauffement de  $75^\circ\text{C}$  par rapport à la température ambiante de  $25^\circ\text{C}$ ). Dans ces conditions, l'estimation de la valeur de la résistance de l'enroulement primaire est sous-estimée :  $\hat{R} = R_{25} = 8,6\Omega$  alors que la valeur réelle vaut  $R = R_{100} = 10,75\Omega$ .

**Question C3.7 :**

a- Donner les expressions de  $G1(s)$  et  $G2(s)$  telles que :

$$i_q(s) = G1(s) \cdot i_{qREF}(s) + G2(s) \cdot V_{CT}(s)$$

b- En déduire la fonction de transfert en poursuite  $H_{BF}(s) = i_q(s) / i_{qREF}(s)$  en considérant que la compensation est parfaitement réalisée :  $\hat{e}_q = e_q$ .

c- Montrer que la boucle de courant  $i_q$  aura un comportement dynamique de type premier ordre quelle que soit la valeur de la résistance  $R$ .

On règle le gain  $C_q$  du correcteur pour que le comportement dynamique de la boucle de courant  $i_q$  soit fixée à  $5\text{ kHz}$  ( $tr_{BF} = 600\mu\text{s}$ ).

**Question C3.8 :**

a- Calculer la valeur du gain  $C_q$  qui permet d'obtenir ce comportement dynamique. Comparer cette valeur au résultat obtenu à la question C3.6.

b- En déduire l'erreur permanente  $\varepsilon_p$  correspondante.

Pour les deux cas suivants :  $R = \hat{R} = 8,6\Omega$  et  $R = 1,25\hat{R} = 10,75\Omega$  :

**Question C3.9 :**

a- Tracer sur un même graphe l'allure de la réponse indicielle du courant  $i_q$  suite à un échelon de consigne  $i_{qREF} = I_{q0} = 5A$ .

b- En déduire l'allure du chronogramme temporel du signal de commande  $V_q(t)$ . Que vaut la valeur maximale de la tension  $V_{qMAX}$  ? Ne risque t-on pas de saturer la commande ?

c- Conclure sur la robustesse de cette commande, et montrer qu'il est souhaitable de surestimer la valeur de la résistance  $R$ .

**C3.3 - Commande en poussée par correcteur PI filtré**

On supprime la compensation de la perturbation et la fonction d'anticipation. On obtient le schéma fonctionnel de la figure C7. Afin d'améliorer le comportement dynamique et la précision statique de la boucle de courant  $i_q$ , on utilise un correcteur de type PI filtré dont la fonction de transfert est :

$$C_q(s) = C_q \frac{1 + T_N s}{(1 + T_i s) \cdot s} \text{ avec } C_q, T_N \text{ et } T_i \text{ les paramètres de réglage}$$

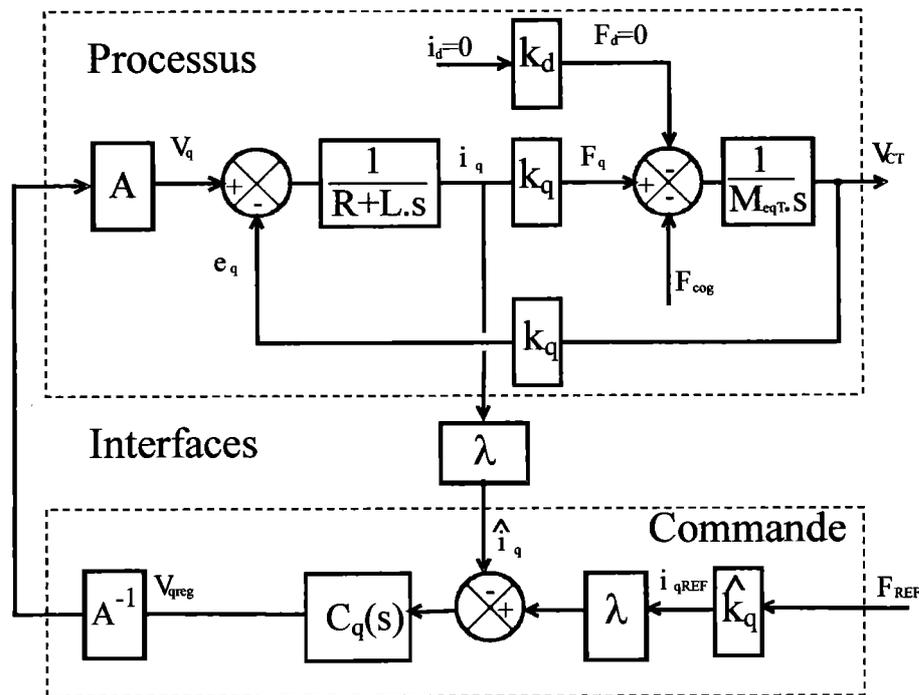


Fig. C7 : Matérialisation de la commande en poussée par correcteur PI filtré.

**Question C3.10 :**

a- Tracer l'allure du diagramme asymptotique d'amplitude de la fonction de transfert complexe  $C_q(j\omega)$  en considérant que  $T_N > T_i$  et  $C_q > 1$ .

b- Justifier l'appellation PI filtré.

**Question C3.11 :**

a- Donner les expressions de  $G1(s)$  et  $G2(s)$  telles que :

$$i_q(s) = G1(s) \cdot i_{qREF}(s) + G2(s) \cdot V_{CT}(s)$$

b- La constante de temps  $T_N$  du correcteur est réglée de telle sorte que  $T_N = L/R$  (compensation d'un pôle par un zéro) : en déduire les expressions des fonctions de transferts en poursuite  $H_{BF}(s) = i_q(s) / i_{qREF}(s)$  et en régulation  $Z_{BF}(s) = i_q(s) / V_{CT}(s)$ .

**Question C3.12 :**

a- Identifier le facteur d'amortissement  $\zeta$  et la pulsation naturelle  $\omega_n$  caractéristiques du dénominateur du second ordre de  $H_{BF}(s)$ .

b- Montrer que ces paramètres de réglage ne sont pas indépendants.

On règle le gain  $C_q$  du correcteur pour que le comportement dynamique de la boucle de courant  $i_q$  soit fixée à 5 kHz ( $tr_{BF} = 600\mu s$ ).

**Question C3.13 :**

a- Calculer la valeur du gain  $C_q$  qui permet d'obtenir ce comportement dynamique avec un facteur d'amortissement optimal ( $\zeta = 0,707$ ) en considérant la valeur de la résistance suivante :  $R = R_{25} = 8,6\Omega$ .

b- Comparer cette valeur aux résultats obtenus aux questions C3.6 et C3.8.

On s'intéresse au comportement du système en régulation. On veut rendre le courant  $i_q(t)$  insensible aux variations de  $e_q(t)$ . Le temps de réponse à 5% doit être minimum sachant que l'on admet un dépassement dans la réponse indicielle.

**Question C3.14 :**

a- A partir de l'expression de la fonction de transfert en régulation  $Z_{BF}(s)$  obtenue à la question C3.11-b, comment évolue la perturbation  $e_q(t)$  lorsque l'on applique un échelon de consigne  $i_{qREF}(t) = I_{q0} = 5A$ .

b- Dans quelles conditions de fonctionnement du moteur la perturbation peut-elle prendre la forme approchée ci-dessus ?

c- En considérant la perturbation  $Z(t) \cong e_q(t)$  (par excès), et en utilisant le théorème de la valeur finale, calculer l'erreur permanente totale  $\varepsilon_p$  en fonction de  $C_q$ .

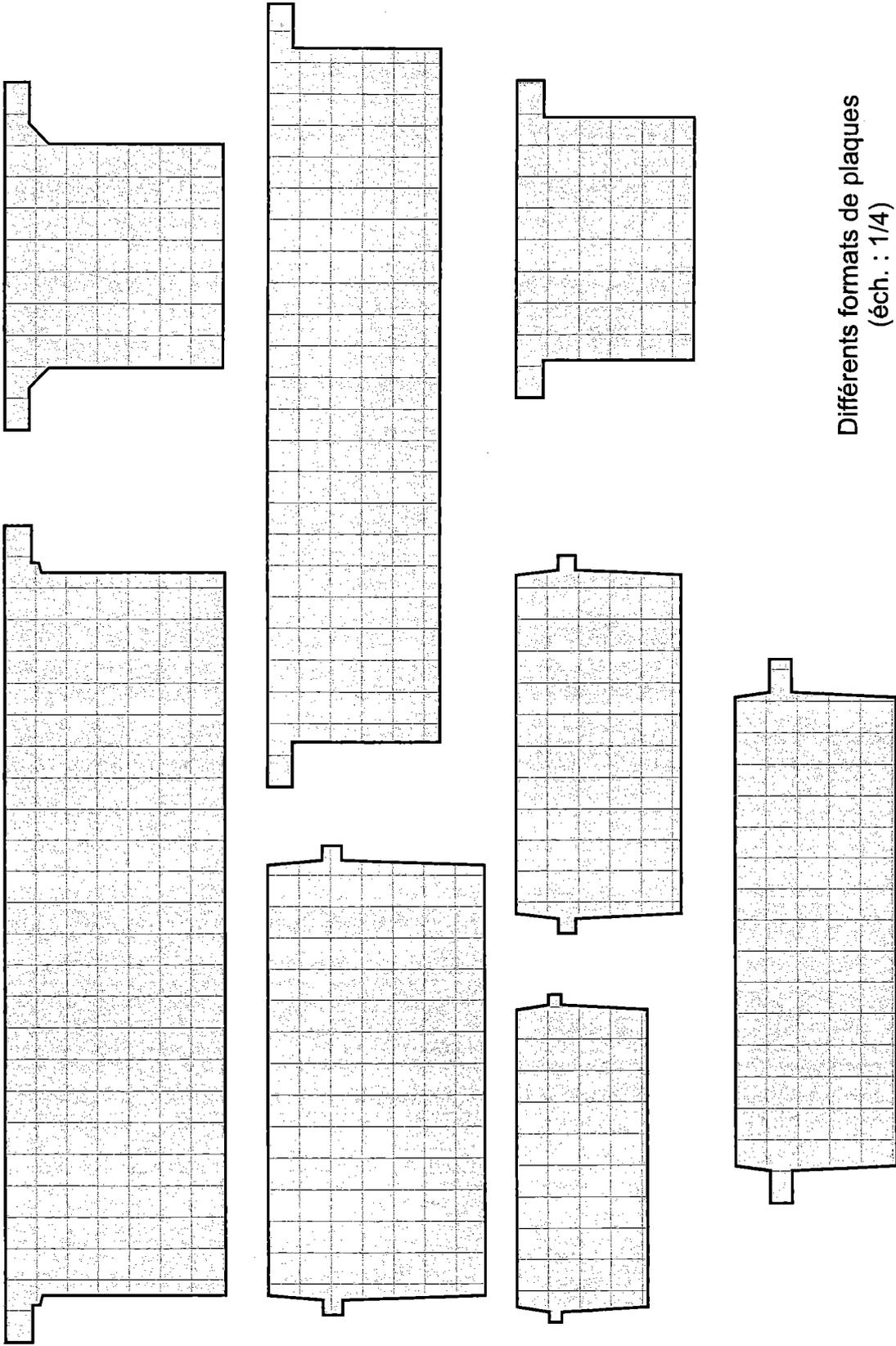
d- En déduire la valeur numérique du gain  $C_q$  pour obtenir une précision de 2% .

e- Calculer la constante de temps  $T_i$  de l'intégrateur et le temps de réponse  $tr_{BF}$  à 5% du processus corrigé.

**Question C3.15 :**

- Analyser de manière succincte les performances obtenues dans les trois cas. Conclure.

# Annexe 1 : FORMATS DES PLAQUES



Différents formats de plaques  
(éch. : 1/4)

## Annexe 2 : DESCRIPTION DE LA MACHINE EXISTANTE

Les différentes fonctions sont déjà réalisées sur une machine existante dans l'entreprise mais travaillant à une cadence trois fois moins élevée et pour des formats de plaques moins contraignants.

Le principe des solutions retenues est défini par les plans de l'annexe 3 :

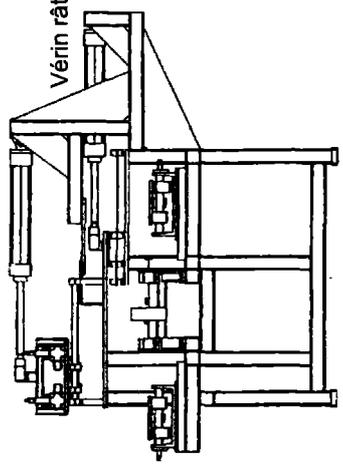
N° plan	Titre	Description
21 345	Partie supérieure	<p><b>Plaque de réception</b> (rep. 1) (arrivée des plaques en provenance du four)</p> <p><b>Chariot de transfert de la pile</b> (rep. 2+6, vérin pneumatique + guidage par 4 paliers à billes). Il permet d'amener la pile de plaques sur le râteau escamotable au-dessus du convoyeur des brosses tout en dégageant la zone d'arrivée des plaques. Une butée (non représentée) réglée sur la position d'arrivée de la pile permet d'aligner les plaques de la pile l'une par rapport à l'autre et de maintenir celle-ci au-dessus de la table en U lors du retrait du râteau.</p> <p>La course du chariot étant fixe (vérin pneumatique), <u>c'est la forme des doigts qui donne leurs positions de départ et d'arrivée</u> (ceci implique un jeu de doigts pour chaque format de plaque).</p> <p><b>Doigts</b> (x2, non représentés) montés sur vérins linéaires sans tige (x2, rep. 7). Ils permettent d'entraîner par obstacle la pile lors du déplacement du chariot. Ils sont escamotés pour le retour du chariot en position d'attente de constitution d'une pile. L'entraxe des doigts est réglable sur les plaques de fixation repérées <b>1</b>.</p> <p><b>Râteau escamotable</b> (rep 3) guidé par douilles à billes et entraîné par un vérin pneumatique double effet (rep 13+8).</p>
21 337	Partie inférieure	<p><b>Table de descente en U</b> (rep. 2). Elle est en position haute initialement pour avoir les doigts repérés 3 dans le plan du râteau et de la table de réception. Elle descend, lorsque le râteau est escamoté, pour amener la pile de plaques sur le convoyeur sans à coups. Elle remonte une fois que la pile est évacuée de la zone. Elle permet le changement de direction (axe tapis brosses à 90° par rapport à l'axe de sortie du four).</p> <p><b>Convoyeur</b> (rep. 20). Il est constitué d'une chaîne à palettes entraînée par un motoréducteur asynchrone. Le convoyeur tourne en permanence.</p> <p><b>Brosseuses</b> (rep. 22+7). Elles sont constituées d'un moteur asynchrone entraînant directement une brosse métallique. Le moteur est sur un chariot réglable pour l'écartement relatif des brosses (largeur des plaques).</p> <p><b>Plaque de réception</b> (rep. 5). La pile s'arrête dessus, les opérateurs peuvent alors la récupérer.</p>
21 519	Plan d'ensemble de la machine	<p>Dessin d'ensemble de la machine en trois vues</p> <p>Dessin en perspective du bâti principal</p>

**TAB A2 : Description de la MAGEB existante**

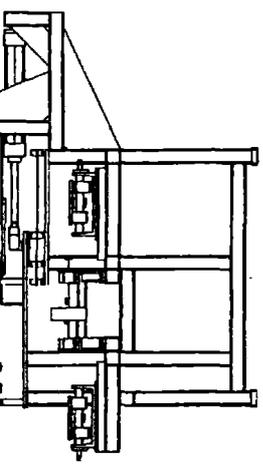




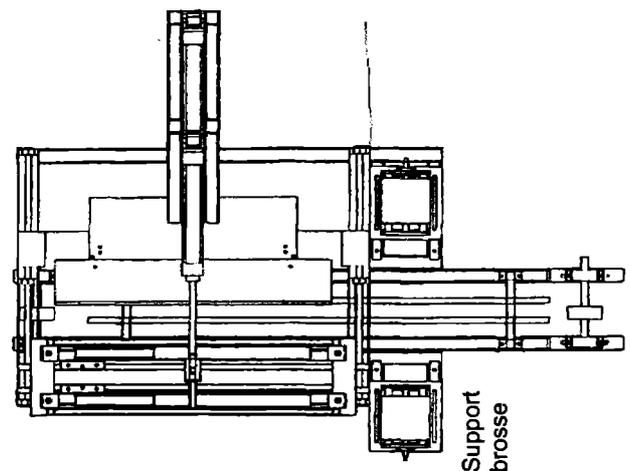
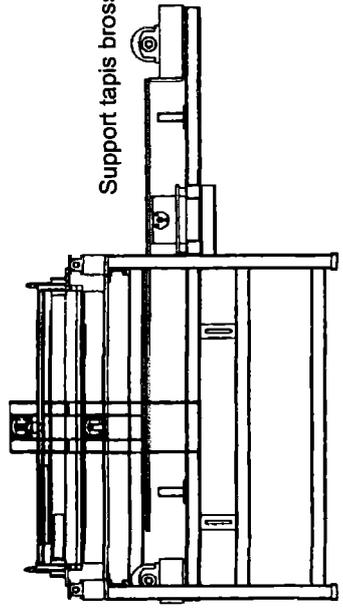
Vérin chariot transfert



Vérin râteau

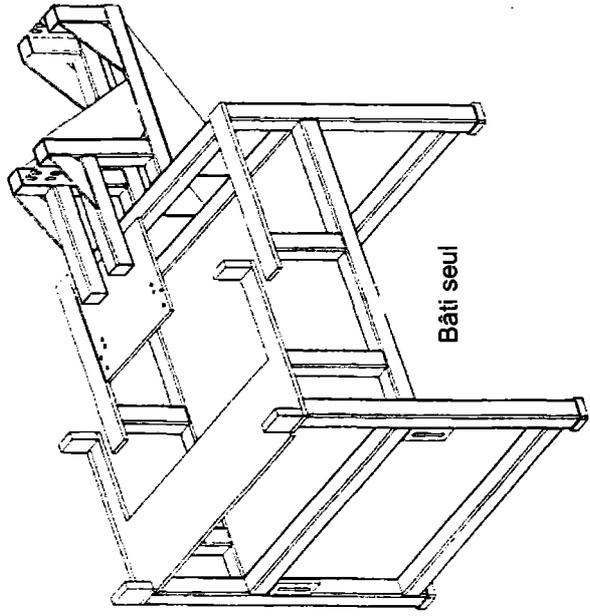


Support tapis brosse

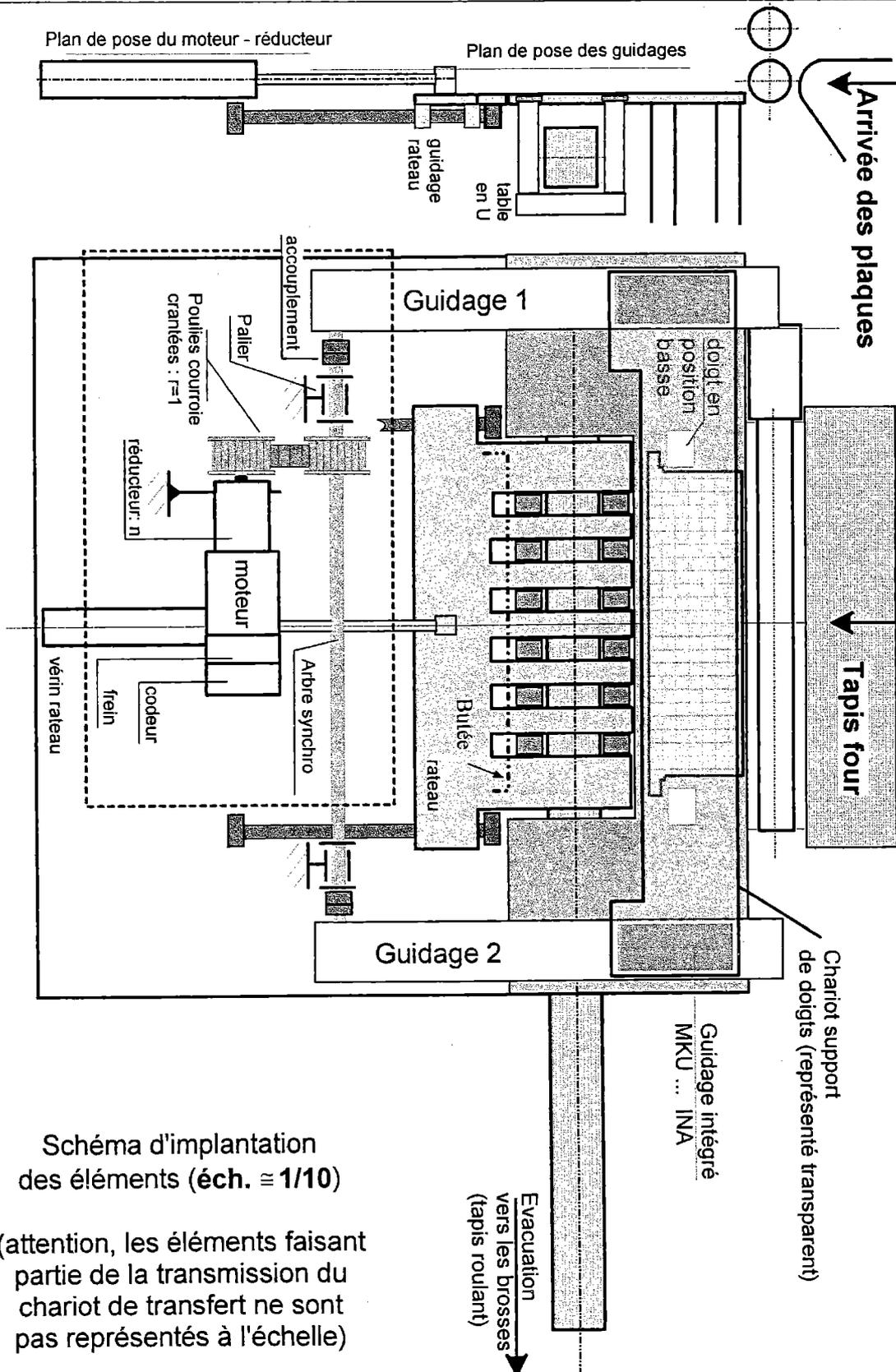


Support brosse

Bâti seul



## Annexe 4 : IMPLANTATION MOTEUR TOURNANT





## Annexe 6 : MOTEURS TUBES – THRUSTTUBE SERIE TBX

TYPE	3810	3808	3806	3804	2510	2508	2506	2504	Unités
Force crête @ 25°C temp. ambiante pour Is	2027	2031	2031	1562	1178	1176	929	619	N
Courant crête @ 25°C temp. ambiante pour Is	21,8	27,3	36,4	42	27,4	34,2	36	36	Apk
Avec surface d'échange equiv. à plaque alu 250 mmx250 mm x25 mm									
Force dispo. en continu @ 25°C temp. ambiante	293,2	247,2	205,9	156,2	120,4	101,6	81,8	59,8	N
Courant dispo. continu @ 25°C temp. ambiante	3,15	3,32	3,69	4,2	2,8	2,96	3,17	3,48	Apk
Sans surface d'échange equiv. à plaque alu 250 mmx250 mm x25 mm									
Force dispo. en continu @ 25°C temp. ambiante	255,1	214,6	172	126,8	107,6	89,9	70,4	50,5	N
Courant dispo. continu @ 25°C temp. ambiante	2,74	2,88	3,08	3,41	2,5	2,62	2,73	2,94	Apk
Constante de Force (commutation sinus)	93	74,4	55,8	37,2	43	34,4	25,8	17,2	N/Apk
Vitesse crête	2,5	3	4	6,5	5,5	7	9	14	m/s
Constante de FCEM (phase à phase)	107,4	85,9	64,4	43	49,7	39,7	29,8	19,9	Vpk/m/s
Constante fondamentale moteur	23	20,58	17,77	14,56	11,92	10,64	9,2	7,51	N/°W
Force Cogging chemisage	5,6	8,3	4,2	7,3	3	3,3	3,2	2,2	+/-N
Résistance phase à phase 25 ° C	16,93	13,54	10,16	6,77	13,51	10,81	8,11	5,4	Ohm
Résistance phase à phase 100 ° C	21,82	17,45	13,1	8,73	17,41	13,93	10,45	6,96	Ohm
Inductance @ 1kHz (phase à phase)	21,3	17,04	12,78	8,52	10,8	8,64	6,48	4,32	mH
Constante de temps électrique	1,26	1,26	1,26	1,26	0,8	0,8	0,8	0,8	ms
Tension maxi. en continu	320	320	320	320	320	320	320	320	Vdc
Pes polaire	71,2	71,2	71,2	71,2	51,2	51,2	51,2	51,2	mm
Masse du bloc moteur nu	5,25	4,2	3,25	2,25	2,5	2	1,5	1,1	Kg
Masse du bloc moteur avec palins à billes	6	5	4	3	3,3	2,8	2,3	1,5	Kg
Longueur du bloc moteur tampons inclinés	380	309	238	167	276	225	174	121	mm
Masse du barreau magnétique	8,3	8,3	8,3	8,3	3,5	3,5	3,5	3,5	Kg/m
Course utile maxi (modules types M et ME)	1255	1326	1647	1718	1359	1410	1461	1512	mm
Longueur hors-tout à course maxi - mm	1675	1675	1925	1925	1675	1675	1675	1675	mm
Masse du module sans le bloc moteur	15,2	15,2	15,2	15,2	10,4	10,4	10,4	10,4	Kg/m