

## MATHEMATIQUES II B

Durée : 4 heures

### PRESENTATION DU SUJET

Ce problème était composé de trois parties, ordonnées en fonction de la difficulté.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants ( et demandons à leurs professeurs de les leur transmettre ) :

1. Les définitions du cours doivent être données de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite son énonciation ( en ne se contentant donc pas de le mentionner ), et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. La rédaction doit être rigoureuse.
4. Le cours n'est pas seulement une succession de théorèmes utilisables, mais comprend aussi des démonstrations qui peuvent faire l'objet de questions aux concours.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils dans les questions les plus proches du cours ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne, même sans avoir abordé d'autres questions.

Nous avons regretté que certains candidats butent sur des questions élémentaires comme l'étude des variations ou le tracé du graphe d'une fonction.

### COMMENTAIRE GENERAL DE L'EPREUVE

#### I. Décomposition en Série de Fourier

*Cette partie est essentiellement constituée de questions sinon de cours, du moins très proches du cours.*

1. La définition d'une fonction  $C^1$  par morceaux, déjà demandée dans le sujet de 2002, n'a été redonnée correctement que par très peu de candidats.

Le théorème de Dirichlet, cité un peu plus souvent, est cependant fréquemment incomplet ; on trouve aussi des variantes assez originales : « *Dériché* », « *Parseval* », « *Legendre* », ...

2. Cette question fut rarement correctement traitée.

3. *a.* De manière surprenante, la linéarité n'a pas toujours été démontrée.

*b.* Les expressions correctes  $c_n(f)$  et  $c_{-n}(f)$  ne sont pas toujours données.

4. En général, cette question a été correctement traitée.

5. *a.* De nombreux candidats se révèlent incapables de tracer le graphe d'une fonction aussi simple.

*b.* Cette question *a.*, dans l'ensemble, été correctement traitée. Toutefois, certains candidats, omettant la parité de  $f_3$ , refont le calcul ( avec des fautes, le plus souvent ) des coefficients  $b_n$ .

*c.* Le calcul de  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  a souvent été fait, celui de  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$  moins fréquemment, de nombreux candidats ne connaissant pas l'expression *exacte* de la formule de Parseval.

#### II. Approximation d'une fonction continue

1. *a.* Les variations des fonctions  $g$  et  $g_n$  n'ont pas toujours été bien étudiées, certains ne retrouvant pas la nullité des fonctions en  $-\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{2}$  ; de plus, l'hypothèse  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} g_n(t) dt = 1$  n'est pas toujours utilisée pour retrouver le signe de  $D_n$ .

*b.* Le calcul de  $J_n$  n'a pas toujours été fait.

*c.* La relation liant  $I_n$  et  $J_n$  est obtenue par la majorité des candidats.

d. La plupart des candidats trouvent que  $D_n = \frac{1}{I_n}$ , mais se contentent souvent de recopier l'énoncé pour la 2<sup>ème</sup> égalité...

2. a. Cette question, a, globalement, été correctement traitée.

b. Beaucoup de candidats n'ont pas reconnu la série « télescopique »...

c. L'équivalent de  $D_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  n'est pas toujours obtenu, alors qu'il suffit d'utiliser les résultats donnés par l'énoncé.

d. Le graphique n'est pas toujours réalisé.

3. a. La définition de la continuité n'est pas toujours donnée, certains citant « l'inégalité des accroissements finis », d'autres le « théorème de Rolle », ...

b. Peu de candidats ont traité cette question.

c. En raison d'un « bug » de *Word* lors de l'impression du sujet, le signe « union » présent sur le fichier informatique s'est transformé en signe « inter » : cela fonctionnait bien sur écran et sur les imprimantes, sauf sur la dernière imprimante laser utilisée par l'imprimeur. Les candidats l'ont pour la plupart souligné.

Certains même n'ont pas traité la question tout en le remarquant ( y compris des copies par ailleurs très mauvaises ).

d. Cette question a souvent été traitée.

e. Cette question a été peu traitée. Toutefois, certains ont bien vu le découpage de l'intégrale, et ont donc gagné des points, même sans avoir répondu aux questions précédentes.

4. Cette question a été rarement traitée, à l'exception du 4.a.

### III. Théorème d'échantillonnage

1., 2. Ces questions ont, en général, été à peu près correctement traitées.

3. Le a. et le b. ont été peu traités.

c. Cette question a souvent été traitée.

d. L'interprétation a été, quelques fois, correctement donnée.