MATHEMATIQUES I-A

COMMENTAIRE GENERAL

Le problème était constitué de trois parties indépendantes. Dans la première d'entre elles on étudiait le théorème de Césaro, sa généralisation et quelques applications classiques. Dans la deuxième partie, le candidat était amené à étudier le comportement d'une série entière au bord de l'intervalle ouvert de convergence. La troisième partie était consacrée à la démonstration du théorème de Borel.
Les candidats étaient très guidés dans ce problème, si bien qu'une lecture attentive du sujet et une bonne connaissance du cours devaient leurs permettre d'obtenir une note convenable ; ce ne fut pas le cas pour nombre d'entre eux.
Une épreuve écrite consiste pour un candidat à rédiger un texte ; cela nécessite un effort de sa part. Il ne suffit pas d'avoir raison, il faut encore donner les moyens aux correcteurs de s'en convaincre. Il ne faut cependant pas confondre ce soin à apporter à la rédaction, avec un délayage indigeste des réponses aux questions les plus élémentaires. Il faut savoir faire preuve de rigueur, précision et limpidité. Les ambiguïtés dues à des formulations difficilement compréhensibles, à des quantifications molles, à des phrases dénuées de sens ou à une écriture illisible ne peuvent profiter au candidat.

ANALYSE PAR PARTIE

PARTIE A

1.a. Il s'agissait ici de démontrer le très classique théorème de Césaro. Plus de la moitié des candidats ne connaît pas la définition de la convergence d'une suite, cette lacune empêchait les candidats de poursuivre.
1.b. Très peu de candidats ont réussi à répondre à ces questions.
2. Cette question a été mieux réussie. Cependant, beaucoup de candidats manipulent les équivalents avec fantaisie.
3.a. Là encore, le cours n'est pas su, 10% des candidats ont réussi cette question.
3.b. Assez peu de candidats démontrèrent la généralisation du théorème de Césaro. La manipulation des epsilon est assez approximative.
4.a. Cette question fut mieux traitée que la précédente, beaucoup de candidats ont su appliquer le théorème précédent.
4.b. Cette question difficile présentait un piège car les coefficients α_k dépendent de n. Le principe de la démonstration était cependant le même que celui de la question 3.b.

PARTIE B

1. Le lemme d'Abel n'est connu que par 10% des candidats.
2. Ici encore, il s'agit d'une question de cours. Un tiers des candidats est parvenu à répondre correctement.
3.a.i. Il est important de rappeler aux candidats que les tentatives de bluff, ou la mauvaise foi visible de certains, ont toutes les chances d'échouer, et rendent généralement les correcteurs, originellement bienveillants, d'une humeur détestable. Un quart des candidats réussirent cette question.
3.a.ii. Il fallait ici utiliser la convergence de (S_n) vers S et celle de (x_n), avec $|x| < 1$, vers 0. Assez peu de candidats ont pensé à ces deux arguments.
3.b. Assez peu de candidats ont rédigé rigoureusement cette question, notamment en ce qui concerne les problèmes de convergence. Ici encore, un nombre trop important de candidats ne connaît pas son cours, le développement en série entière de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ leur est inconnu ; pour ces candidats, la résolution de la question 3 s'arrêta là.
3.c. La manipulation très approximative des epsilon fut ici encore un écueil insurmontable pour trois quart des candidats. Les questions étaient pourtant très progressives.
4. Un nombre important de candidats a su utiliser le résultat 4.d. pour étudier cette s´erie. Le critère des séries alternées n'est que trop rarement cité correctement.

PARTIE C

1. Cette question, très proche du cours n'a été traitée que par très peu de candidats.
2. Ici encore, il s'agit d'une question de cours. Les arguments les plus fantaisistes ont surpris les correcteurs, certains candidats invoquent par exemple le caractère C^∞ des fonctions polynomiales. Un tiers des candidats est parvenu à répondre correctement.
3.a. Une lecture attentive de l'énoncé suffisait pour répondre à cette question.
3.b. et 3.c Ces questions furent globalement bien traitées.
3.d. Les rares candidats étant parvenus à ce stade du problème ont trop souvent oublié de justifier pourquoi $\lim_{t\to+\infty} e^{-t}\sum_{n=0}^{n_0}\frac{|r_n|}{n!}t^n = 0$.

La fin de la troisième partie comportait des questions sensiblement plus difficiles qui n'ont été abordées de manière substantielle que dans les meilleures copies.