

INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES I – ORAL COMMUN

En raison du changement des programmes des classes préparatoires survenu en 2013, cette session 2014 est la dernière où cet oral a eu lieu sous cette forme. On renvoie les candidats au site de la banque PT pour les modalités de l'oral « Mathématiques et Algorithmique » qui remplace celui-ci. Ils y trouveront aussi une liste d'exercices types.

Même si l'oral change, les futurs candidats trouveront dans ce rapport des remarques et des conseils qui pourraient leur être utiles pour la future épreuve.

INTITULÉ

La durée de cet oral « Mathématiques II » était de 1 heure, préparation incluse.

Il portait sur l'ensemble du programme de mathématiques. L'utilisation d'un logiciel de calcul formel pouvait être demandée dans le cadre du programme d'informatique des classes préparatoires.

OBJECTIFS

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des connaissances au programme de mathématiques de toute la filière (première et deuxième années). Il semble que certains candidats aient « oublié » ce qui a été vu en première année, voire les connaissances de base qui font partie du programme des classes du lycée (seconde, 1^{ère} et Terminale).

Cette épreuve permet aussi d'examiner :

- la capacité d'initiative du candidat,
- son aisance à exposer clairement ses idées et sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances pour résoudre un problème (par la réflexion... et non par la mémorisation de solutions toutes faites) ainsi que sa maîtrise des calculs nécessaires,
- sa faculté à critiquer, éventuellement, les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

Pour la composante « calcul formel », le candidat n'était pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à manier cet outil de manière intelligente en utilisant des fonctions de base.

Toutes ces remarques restent d'actualité en remplaçant les mots « calcul formel » par « informatique ».

ORGANISATION

Cette dernière session s'est déroulée dans des conditions identiques aux sessions précédentes. Comme les autres années, elle a eu lieu au centre de Paris de « Arts et Métiers ParisTech », Boulevard de l'Hôpital à Paris (13^e).

Les candidats avaient deux exercices à résoudre :

- Un exercice « classique » portant sur le programme de mathématiques des deux années de la filière PT, c'est-à-dire sur les programmes PTSI et PT,
- Un exercice « calcul formel », portant sur le même programme mais exigeant l'usage du logiciel de calcul formel (Maple ou Mathematica) dans le cadre du programme d'informatique. Les candidats disposaient d'un ordinateur, du logiciel adéquat et d'une liste de fonctions et de mots-clés. Ils avaient accès à l'aide en ligne du logiciel. Cet exercice n'étant plus à l'ordre du jour lors des sessions futures, nous n'y reviendrons pas dans ce rapport.

On constate assez souvent que les candidats ne savent pas avec quelle version du logiciel ils ont travaillé dans l'année, ce qui dénote un manque d'intérêt et de sérieux...

Les exercices posés aux candidats étaient classiques et ne faisaient appel à aucune astuce particulière.

COMMENTAIRES CONCERNANT L'EXERCICE DE MATHÉMATIQUES

Les erreurs, les comportements et les maladresses des candidats étant toujours les mêmes, ce rapport reprend l'essentiel des rapports précédents.

Certains candidats semblent avoir oublié qu'ils sont à un oral d'un concours recrutant de futurs ingénieurs, c'est-à-dire de futurs cadres supérieurs : on attend d'eux rigueur, expression claire (à l'écrit et à l'oral), autonomie, capacité d'écoute, réactivité et combativité. Un oral n'est pas un écrit où le candidat est debout au tableau...

Une attitude passive et sans réactions aux sollicitations et aux indications de l'examineur a toujours une conséquence négative importante au niveau de la note finale ; de même, quand le candidat ne tient absolument pas compte des remarques de l'examineur et s'entête dans un raisonnement... qui n'aboutit pas.

Il est conseillé aux candidats de bien lire le sujet : certains perdent du temps à répondre à des questions qui n'étaient pas posées. D'autres – ou les mêmes – donnent l'impression de « jouer la montre » en passant un temps important sur la (ou les) première(s) question(s), en général simple(s), et n'ont donc pas le temps nécessaire pour aborder les questions suivantes, plus intéressantes pour tester leurs connaissances. Cette attitude est évidemment sanctionnée.

Dans de nombreux exercices, un dessin ou un schéma est le bienvenu : peu de candidats y pensent... y compris en géométrie où il est quasiment obligatoire même s'il n'est pas explicitement demandé dans le sujet.

Beaucoup de candidats ne connaissent pas leur cours. Il est demandé des définitions précises et des énoncés de théorèmes complets. Trop souvent, ils se contentent d'une définition floue ou d'une propriété en sus et place de la définition. Par exemple, une valeur propre n'est qu'une racine du polynôme caractéristique et ne correspond à rien d'autre... Autre exemple : on sait qu'une famille de vecteurs est liée quand le déterminant est nul, mais on connaît beaucoup moins bien la définition première...

De nombreux candidats, pour répondre à la question posée, cherchent à « replacer » une solution vue lors d'un exercice au cours de l'année. Les justifications ressemblent alors à des récitations. Il n'y a pas d'analyse du problème et, en conséquence, pas de réflexion sérieuse.

Même si une certaine technicité est indispensable, les examinateurs aimeraient surtout que les candidats comprennent ce qu'ils font et ce que signifient les notions utilisées, ce qui est loin d'être toujours le cas.

Enchaîner des calculs, voire simplement calculer, semble difficile pour certains. Des compétences qui devraient être acquises dans l'enseignement secondaire sont trop souvent inexistantes : par exemple, écrire l'équation d'une droite ou étudier une fonction très simple.

Trop de candidats manquent de logique et de bon sens. Prenons un exemple : pour étudier l'intersection de deux droites d'équations respectives $A=0$ et $B=0$, le candidat résout l'équation $A=B$ et, au vu du résultat exact qu'il trouve pour cette unique équation, ne s'étonne pas spontanément de la non-conformité du résultat avec la réalité...

Les lacunes rencontrées sont toujours les mêmes. On peut citer :

- établir des inégalités et utiliser des encadrements,
- savoir s'il faut utiliser une condition nécessaire ou une condition suffisante,
- démontrer qu'une application est bijective,
- utiliser la formule du binôme,
- calculer dans ou à l'aide des nombres complexes,
- connaître les fonctions trigonométriques et les formules élémentaires (addition, produit),
- calculer un produit matriciel, faire un changement de bases,
- calculer un déterminant simple,
- réduire une matrice,
- calculer un équivalent,
- calculer une dérivée et faire l'étude d'une fonction,
- étudier la convergence d'une série numérique ou d'une intégrale impropre,
- déterminer un rayon de convergence... sans utiliser systématiquement le critère de D'Alembert,
- effectuer un changement de variables dans un calcul de dérivées partielles,
- reconnaître si une équation différentielle est linéaire ou non,

- résoudre une équation différentielle linéaire,
- écrire l'équation d'une droite ou d'un cercle dans le plan,
- écrire l'équation d'une tangente en un point d'un arc paramétré,
- écrire l'équation d'une droite, d'un plan ou d'une sphère dans l'espace...

De manière générale, aborder un exercice de géométrie est toujours aussi difficile pour un très grand nombre de candidats ; le programme actuel de la filière PT contient pourtant une partie non négligeable de géométrie. Par exemple, nombreux sont les candidats qui ne savent pas écrire l'équation d'une tangente ou d'une normale à une courbe plane, voire les confondent. La caractérisation des surfaces pose problème.

De même, les exercices comportant l'utilisation des nombres complexes semblent redoutables pour beaucoup... Cela est le cas aussi sur les exercices d'algèbre linéaire quand il ne s'agit pas d'un simple exercice de calcul... L'algèbre linéaire est pourtant une partie très importante du programme de mathématiques et a de nombreuses utilisations pour un ingénieur.

En analyse, la notion d'équivalent, le calcul et l'utilisation d'un développement limité ne vont pas de soi.

Le chapitre sur les fonctions de plusieurs variables semble être délaissé. La continuité ne semble pas comprise. Calculer une dérivée partielle en un point quand il faut revenir à la définition semble être une activité inconnue pour beaucoup... Le calcul des coefficients de Fourier, bon exemple de calcul d'intégrales, est souvent malmené, sans parler des hypothèses souvent approximatives pour avoir l'égalité entre la fonction et sa série de Fourier.

Certaines de ces notions ne faisant plus partie des nouveaux programmes de mathématiques, les candidats ne pourront donc plus y montrer de lacunes éventuelles... mais il est à craindre que la compréhension de certains cours soit rendue plus difficile dans les écoles d'ingénieurs.

ANALYSE DES RÉSULTATS

1437 candidats présents, répartis en 9 jurys, ont passé cet oral.

Les résultats sont :

Moyenne	10,76
Écart-type	3,99
Note minimale	1
Note maximale	20

La répartition des notes est la suivante :

$1 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$	$10 < n \leq 12$	$12 < n \leq 14$	$14 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$
96	130	191	265	252	242	149	112

Les meilleurs candidats (avec une note ≥ 14 pour situer le niveau, soit environ 390 candidats) ont donné l'impression d'avoir assimilé le programme – tout au moins sur les parties sur lesquelles ils ont été interrogés – et d'être à l'aise avec les concepts mathématiques, les techniques de calcul et l'utilisation du logiciel de calcul formel tout en étant dynamiques et réactifs.

CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donnés leurs enseignants. Ce sont, bien sûr, toujours les mêmes :

- Travailler de manière régulière tout au long de l'année, que ce soit en mathématiques et en informatique. La pratique régulière des logiciels de programmation et des outils de simulation numérique est très importante.
- Étudier soigneusement son cours, connaître les définitions des notions rencontrées et les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice.
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques ou de

l'informatique passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.

- Ne pas faire d'impasse dans les programmes, y compris ceux de 1^{ère} année... Bien sûr, les compétences rencontrées lors de l'enseignement secondaire doivent être acquises.
- Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
- Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur. Ne pas hésiter à faire un dessin ou un schéma.
- S'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale, et cela sans « jouer la montre », c'est-à-dire en évitant de passer un temps important sur des questions très simples.
- S'entraîner au calcul : par exemple, utiliser les nombres complexes, réduire une matrice 3×3 , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire, donner l'équation d'une droite (d'un plan) passant par deux (trois) points...
- S'habituer à utiliser l'aide des logiciels mais cette utilisation ne doit pas servir à masquer une ignorance des connaissances de base.
- Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter s'il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.