

◆

EPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES I

◆

I. REMARQUES GÉNÉRALES

L'oral de mathématiques I comporte une première phase de préparation de 30 minutes, suivie d'un exposé au tableau, lui aussi d'une durée de 30 minutes.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables.

En ce qui concerne la répartition des exercices, un tiers concerne le programme d'algèbre, un tiers, celui d'analyse, et un tiers, celui de géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé (soit parce que le candidat a intégralement traité le premier, soit parce qu'il n'arrivait pas à traiter celui-ci), il porte sur une autre partie du programme.

L'oral consiste en un dialogue entre le candidat et l'examineur. Le rôle de ce dernier est de juger des connaissances et des capacités mathématiques du candidat.

Afin de juger de la performance de celui-ci, l'examineur prend en compte les éléments suivants (liste non exhaustive) :

- la compréhension du problème posé ;
- les initiatives prises (cerner les difficultés, les nommer, donner des directions pour les surmonter) ;
- la précision du langage et la connaissance précise du cours, la capacité d'envisager différentes méthodes et de réfléchir à leurs utilisations ;
- la justification précise de ce qui est fait ;
- l'organisation et la présentation du tableau, la qualité de l'expression orale.

En fin de planche d'oral, cinq minutes sont réservées à des questions de cours. Parmi les questions posées cette année – entre autres : l'inégalité de Cauchy-Schwarz, la définition d'un produit scalaire, le théorème de Dirichlet, le théorème de Parseval, la convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro, en précisant l'encadrement de la somme, la formule de Taylor avec reste intégral, la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction numérique de classe C^2 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 (il est important de connaître cette formule et ses applications à l'analyse des extrema locaux), la caractérisation d'un endomorphisme diagonalisable à l'aide des dimensions des sous-espaces propres, définition et propriété de la trace, trace d'un projecteur, formules de Frenet (et utilité), suites adjacentes, définition et caractéristiques des isométries, caractérisation des projecteurs, caractérisation des symétries, ...

La bonne connaissance du cours est prise en compte, de façon non négligeable, dans la note finale attribuée au candidat. Ainsi, des candidats ayant fait une performance très moyenne sur l'exercice, mais ayant répondu parfaitement aux questions de cours, ont pu améliorer leur note. D'autres, de façon très regrettable, ont vu celle-ci diminuer, car ils se sont révélés incapables de répondre aux questions de cours.

De façon générale, et dans l'ensemble, les candidats sont sérieux et d'un niveau satisfaisant, avec peu de candidats très faibles. Ils semblent bien préparés à cet oral.

Les questions de cours sont mieux traitées que les années précédentes; le cours est su de façon assez précise en majorité. Néanmoins, même quand les définitions et propriétés sont bien connues, on constate que peu de candidats en connaissent l'utilité « concrète ». Par exemple, ils savent écrire correctement un développement de Taylor mais ne savent pas que cela correspond à une approximation d'une fonction par un polynôme. Ils connaissent les équations cartésiennes des coniques, mais ne savent pas en donner une définition géométrique ... De façon très regrettable, certains candidats confondent encore le théorème de Dirichlet avec la formule de Parseval, l'inégalité de Cauchy-Schwarz avec l'inégalité triangulaire, ...

Les exercices posés sont gradués en difficulté et, en général, la première question est simple, voire triviale. C'est au candidat de s'auto-évaluer, car il n'est alors pas nécessaire de détailler toutes les étapes, si par exemple, on demande de démontrer qu'une application est un endomorphisme. Bien sûr, dans ce cas, il faut que le candidat sache faire des questions non triviales dans la suite...

C'est ainsi le candidat qui gère son oral et peut accélérer s'il le souhaite. La vivacité, la réactivité, le dynamisme et l'enthousiasme sont toujours appréciés par le jury.

Les exercices posés à l'oral n'ayant pas tous la même longueur, si le candidat termine son exercice rapidement, l'examineur pourra lui en proposer un deuxième. Même s'il s'agit alors d'un exercice « sans préparation », ce n'est pas pour autant que l'examineur attend une réponse « du tac au tac ». Il est normal que le candidat prenne quelques minutes pour réfléchir à l'énoncé qui lui est proposé. Toute question du candidat pour éventuellement clarifier l'énoncé ou s'assurer qu'il est bien compris est bienvenue. On n'insistera jamais assez sur la nécessité de prendre le temps de la réflexion, sans se lancer immédiatement dans des calculs souvent inutiles.

Sur des points plus subtils (fin des exercices), les candidats ont bien réagi une fois guidés, ce qui montre une bonne maîtrise des notions apprises. Globalement, les exercices d'algèbre linéaire ont été bien traités.

En analyse, les candidats s'en sortent plutôt bien quand il s'agit d'appliquer des théorèmes simples, mais dès qu'il faut réellement faire de l'analyse les difficultés semblent insurmontables et certains ne les voient même pas

Enfin, en géométrie, le programme de première année de classe préparatoire n'est pas assez appris, le cours est souvent ignoré (coniques, distance point/droite, etc ...) et les techniques de bases sont mal maîtrisées. Pour le reste, les candidats sont assez à l'aise sur les études en polaires.

On peut noter plusieurs remarques dans le déroulement de l'épreuve pour un nombre significatif de candidats :

- ✓ La présentation et l'utilisation judicieuse du tableau sont des éléments importants dans le déroulement d'une planche d'oral : il faut, tout d'abord, écrire au tableau l'essentiel du sujet ; il est ensuite recommandé de ne pas, au cours de l'épreuve, effacer intempestivement des pans de tableau sans y avoir été invité par l'examineur ; il est souvent arrivé que l'on soit obligé de demander au candidat de réécrire ce qu'il venait d'effacer, car cela s'avérait utile pour traiter la suite de l'exercice.
- ✓ De plus en plus de candidats s'appuient sur leurs notes de préparation pour réaliser l'exercice au tableau, et semblent perdus sans ce repère, ce qui est dommage, car cela les empêche d'avoir du recul sur ce qu'ils font.
- ✓ Les candidats ne doivent pas se laisser déstabiliser par une question pouvant sembler « triviale », ou une question de cours durant l'exercice. Ces questions ont souvent pour origine une assertion fautive ou ambiguë, et cherchent à déterminer s'il s'agit d'un simple lapsus, d'une formulation malheureuse, ou d'un problème de compréhension plus profond.
- ✓ Certains candidats (rares heureusement) sont dans une sorte d'affrontement permanent avec l'examineur, en refusant d'admettre leurs erreurs ... Cette attitude leur est préjudiciable, car ils ne semblent se concentrer que sur cela au lieu de poursuivre l'exercice sereinement en se concentrant sur les conseils ou aides fournis par l'examineur.

II. REMARQUES PARTICULIÈRES

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Certains ne s'appliquent pas beaucoup et sont difficiles à lire (ce sont d'ailleurs ceux qui parlent le moins, quand ils ne sont pas inaudibles).

Concernant, comme l'an passé, l'étude des courbes, le jury rappelle qu'il est aventureux de vouloir tracer la courbe étudiée sans avoir, au préalable, un tableau de variations ; en coordonnées cartésiennes, mieux vaut aussi avoir étudié les branches infinies avant et non après le tracé de la courbe.

Cela dit, le jury a apprécié, dans d'autres cas, des représentations graphiques très propres et très précises, et la remarquable vision dans l'espace de certains candidats, et des tableaux extrêmement bien présentés, bien écrits, clairs, où les résultats essentiels étaient encadrés.

Le jury souhaite rappeler aux candidats que :

- Une application linéaire n'est pas une fonction.
- « $f(x)$ » n'est pas une fonction, mais un nombre.
- Un exemple ne constitue pas une démonstration.
- Ce n'est pas parce qu'une fonction est de limite nulle en l'infini qu'elle sera intégrable.
- « On a que » n'est pas une expression correcte, et même si les mathématiques ne sont pas une matière littéraire, on attend un raisonnement bien formulé.

III. CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables.

Ceci dit, l'oral n'est pas une leçon de mathématiques, et si l'examineur est toujours content d'apprendre des choses au candidat, le but n'est pas de refaire ce qui a été vu pendant l'année ...

Pour terminer, quelques remarques d'ordre non mathématique, mais plutôt de présentation.

La première remarque concerne la gestion du tableau. Concernant certains candidats, cette gestion est calamiteuse.

La durée de l'oral permet de répondre à de nombreuses questions. Il est inutile de se presser, de regarder sans cesse sa montre, de répondre du tac au tac : c'est rarement efficace. Il faut prendre le temps de penser les réponses : plus elles sont justes, meilleur c'est.

Le jury tient aussi à souligner que faire des dessins pour essayer de comprendre ce qui se passe est une qualité.

Enfin, être impressionné par une épreuve comme celle-ci est normal. L'examineur en a conscience, et fait toujours son possible pour tenter de réduire le stress du candidat. Mais seul un entraînement régulier au cours des années de préparation peut permettre à un candidat d'avoir l'assurance nécessaire pour exposer au mieux ses compétences et les faire apprécier.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.