

Rapport sur l'épreuve de Mathématiques B

Présentation générale :

Le sujet de cette année se composait de deux parties indépendantes, s'appuyant sur une modélisation (faite) de deux manèges, la première partie abordant une large part du programme de géométrie dans l'espace et un tout petit peu d'algèbre linéaire, la seconde partie couvrant le programme de géométrie plane.

Le sujet était très proche du cours et de nombreuses questions consistaient à appliquer directement un résultat de celui-ci.

L'épreuve a parfaitement permis de classer les candidats.

Nous rappelons aux candidats que dans un sujet de géométrie, ils ne doivent pas hésiter à illustrer leurs réponses par un schéma.

Les candidats qui le font à bon escient sont récompensés.

Présentation des copies :

La présentation des copies s'est nettement dégradée cette année : écriture indéchiffrable ou minuscule, copies couvertes de ratures (avant la numérisation, nous aurions dit : couverte de « blanco »), résultats non encadrés, questions ou parties non numérotées, orthographe et règles de grammaire non respectées y compris lorsqu'il s'agit de recopier une phrase écrite dans l'énoncé...

Nous avons bien souvent l'impression de lire des brouillons et non des copies rédigées.

Il est rappelé aux candidats que leurs copies sont destinées à être lues et que des points sont prévus dans le barème pour la présentation des copies.

Cette année, un peu plus d'un candidats sur cinq a obtenu les points de présentation.

Nous renvoyons aux rapports des années précédentes pour connaître les critères à respecter pour obtenir ces points.

On trouve heureusement aussi des copies, très agréables à lire, où on suit sans aucune difficulté le raisonnement et les calculs du candidat. Ces copies sont valorisées.

Rédaction :

Quelques conseils de rédaction que nous aimerions voir respectés :

- Les notations de l'énoncé doivent être respectées.

Si les candidats ont besoin de notations qui ne figurent pas dans l'énoncé, ils doivent les définir et utiliser dans la mesure du possible des notations qui ne prêtent pas à confusion.

- De même les consignes de l'énoncé doivent être respectées. Une réponse, même juste, qui ne respecte pas ces consignes ne peut pas être prise en compte.

- Tous les résultats doivent être justifiés. On trouve bien trop souvent des affirmations sans preuve.

Par ailleurs, quand un résultat est fourni par l'énoncé, il est impératif que le détail des calculs figure sur la copie afin de convaincre le correcteur qu'on ne cherche pas à l'arnaquer.

- Les correcteurs apprécient lorsque le candidat annonce quel est son objectif et encore plus lorsque le candidat à l'issue de ses calculs, termine la question par une conclusion (qu'il encadre).

- Les candidats doivent réfléchir à la nature des objets mathématiques qu'ils manipulent. Ainsi, cela leur évitera de dériver une courbe ou d'écrire des égalités entre des objets de différentes natures.

- Dans un contexte de géométrie, il est souhaitable de les vecteurs soient écrits avec une flèche.

D'autres remarques concernant la rédaction figurent aussi dans le détail question par question.

Avant de passer à ce détail, on rappelle aux candidats qu'ils doivent se munir pour cette épreuve de leur matériel de géométrie : règle, compas, équerre et que comme indiqué sur le sujet, la feuille de papier millimétré doit être rendue avec la copie.

Première Partie.

1. (a) Des confusion entre la régularité de la courbe et celle de ses fonctions coordonnées.

De nombreux candidats se contentent d'affirmer que $\vec{V} \neq 0$.

Par ailleurs, ce n'est pas parce que sin et cos forment une famille libre ou sont déphasés qu'ils ne s'annulent pas en même temps.

La dérivée de \sin^2 a posé des problèmes à un certain nombre de candidats.

Il n'est pas question de gradient dans cette question!!!

- (b) Il n'était pas utile d'inventer un nom pour ce vecteur puisqu'il s'agissait du vecteur $\vec{V}(t)$. Il n'était pas non plus utile de le normer.

- (c) Réussie par un candidat sur deux. De très nombreuses erreurs de calculs en

particulier dans les coordonnées du point.

Un certain nombre de plans passent par O et pas par le point...

2. (a) Un candidat sur trois ne donne pas V et A mais \vec{V} et \vec{A} écrits avec ou sans flèche... Si en majorité, ils finissent par faire le calcul demandé dans les deux questions suivantes, les autres se lancent dans l'étude du maximum d'un vecteur...

Si les expressions de $\sin(2t)$ et $\cos(2t)$ en fonction de $\sin(t)$ et $\cos(t)$ sont bien connues (partie II questions 3d et 3e), nettement moins de candidats reconnaissent ces formules « dans l'autre sens » avec un petit avantage en faveur de $\cos(2t)$.

Des candidats ne simplifient pas $\cos^2(t) + \sin^2(t)$ et d'autres plus nombreux écrivent $\sqrt{1+a^2} = a$ (plus rarement $|a|$)... que qui donne des normes négatives sans que cela inquiète les candidats.

- (b) La majorité des candidats a pris le temps d'analyser la fonction et ne s'est pas lancé sans réflexion dans le calcul de la dérivée.

Si le minimum de V est souvent bien justifié. Il en est pas de même pour le maximum.

Quant aux adeptes de la dérivée, nous leur rappelons que ce n'est pas parce que $V'(t_0) = 0$ que $V(t_0)$ est un extremum (même local).

- (c) Les candidats ont souvent traité ou répondu à cette question « à l'envers »... quand on a trouvé une conclusion aux calculs...

Signalons que la dérivée de la norme n'est pas la norme de la dérivée.

Nous avons trouvé des réponses très diverses concernant la direction de \vec{V} (justes ou non), sans aucune justification.

3. Σ n'est pas un cercle, ni un disque, ni une sphère...

Question généralement mal rédigée.

4. On aurait pu remarquer que le toit du manège ne recouvre que la moitié gauche du cheval de bois...

- (a) Question peu réussie. Les représentations paramétriques de \mathcal{BT} proposées, dont on aimerait bien qu'on nous dise qu'il s'agit de cela, sont parfois fausses.

- (b) Un candidat sur 7 ne traite pas cette question ! et seulement 4 sur 7 donnent une bonne réponse.

Les candidats sont invités à simplifier $\sqrt{\frac{16}{25}}$ et à terminer le calcul de $\sqrt{\frac{9}{16} + 1}$.

On aurait bien aimé que $\frac{4}{5} \left(0, \frac{3}{4}, 1 \right)$ soit simplifié en $\frac{1}{5}(1, 3, 4)$.

- (c) i. La caractérisation à l'aide des colonnes (dont l'orthographe est fluctuante...) de P n'est pas maîtrisée. D'ailleurs, la présence ou non du facteur $\frac{1}{5}$ dans ces colonnes semblent varier d'un calcul à l'autre.

Certains candidats calculent P^{-1} pour vérifier qu'il s'agit de tP ... ce qui est juste mais pas la méthode la plus efficace.

Quant au seul calcul du déterminant de P , il ne permet pas de conclure.

- ii. Le calcul du noyau et de l'image sont sans intérêt pour une isométrie (c'est un résultat de cours). Celui du polynôme caractéristique est chronophage par rapport aux informations qu'il peut rapporter.
 Pour les candidats qui savent ce qu'il faut faire, la nature de f puis l'axe de la rotation n'ont pas posé de problèmes majeurs (aux erreurs de calculs près).
 Sauf que... l'axe de la rotation est une droite, pas un vecteur. Par ailleurs, il serait souhaitable que l'orientation de l'axe soit bien mise en évidence.
 Beaucoup d'erreur pour le calcul du cosinus de l'angle, soit dans la résolution de l'équation $\text{tr}(P) = 1 + 2 \cos(\theta)$, soit dans le calcul de la trace de P . Dans ce dernier cas, on trouvait $\cos(\theta) = \frac{3}{2}$ sans que cela ne choque aucun des candidats concernés.
 De nombreux candidats se sont perdus dans le calcul du sinus de l'angle.
 Enfin, après tous les calculs, une conclusion finale pour répondre à la question serait vivement appréciée.
- (d) Une fois éliminés les candidats qui ne comprennent pas la consigne « SANS calculs supplémentaires » et ceux qui annoncent (sous une forme ou une autre), que l'image d'une base orthonormée directe par une isométrie est une base orthonormée directe, il ne reste plus grand monde ...
- (e) i. La formule de changement de base semble mieux connue. Malheureusement, le changement d'origine du repère a souvent été oublié ou mal traité.
 Il est souvent difficile dans les copies de faire la différence entre z et Z voire entre (x, y, z) et (X, Y, Z) .
- ii. On déplore le grand nombre de candidats qui n'ayant pas la bonne formule à la question précédente parviennent quand même au résultat.
- iii. On a vu beaucoup de cercles... mais 71% de bonnes réponses.
 L'orthographe du mot « ellipse » est particulièrement peu respectée.
 Par ailleurs, la nature de \mathcal{BT} est indépendante du repère dans lequel l'équation est établie.
5. Cette erreur de montage est juste un prétexte pour les questions qui ont suivi. Elle est même absurde dès lors que λ n'est plus « très petit ».
- (a) Cette question classique sur les surfaces de révolution est délaissée par un candidat sur trois. Seul un sur quatre propose une méthode qui fonctionne et un sur six va au bout du raisonnement... mais la rédaction reste encore à améliorer.
- (b) Les candidats ayant proposé une représentation paramétrique dans la question précédente (et souvent ils n'ont pas su en déduire une équation cartésienne) ont généralement bien répondu à cette question.
 La plupart des autres ont fini par écrire que la surface était engendré par les droites Δ_λ .
 Précisons que pour cette question, nous attendons une description précise (qui peut être une représentation paramétrique) des droites génératrices.

- (c) Beaucoup de candidat se sont perdus dans des calculs inutiles et ont abandonné avant la fin.

Deuxième Partie.

1. (a) Seulement 55% de réussite pour cette question de cours...
(b) Et presque autant pour celle-ci.
(c) Réponses souvent pas convaincantes et (presque) toujours mal rédigées.
La variable de $f_{a,\theta}$ n'est pas un complexe mais un point et de plus $f_{a,\theta}$ n'est pas une application linéaire.
2. (a) Ces formules sont bien connues par 70% des candidats.
(b) La méthode est connue ou retrouvée grâce à la réponse fournie.
3. (a) Les mots « affixe complexe » ont fait fuir 12% des candidats.
Les autres sont généralement parvenus au résultat à grands renforts d'égalités entre 2 ou 3 des objets suivants : points, vecteurs, nombres complexes, vecteurs de coordonnées...
(b) Parce qu'ils n'ont pas suffisamment mis en évidence $z(t)$ dans la question précédente, ou parce qu'ils n'ont pas voulu travailler avec les exponentielles complexes, les candidats se sont perdus dans les calculs des parties réelles et imaginaires (ou des coordonnées)... parvenant au résultat au prix parfois de quelques parenthèses oubliées et/ou de signes mal recopiés.
Il y a rarement de conclusion après ces calculs et quand il y en a une, elle ne correspond pas à la question posée.
Quant à la rotation demandée, elle n'a presque jamais de centre et les correcteurs sont invités à deviner que $\frac{2\pi}{3}$ est son angle.
(c) Rédaction totalement chaotique pour cette question :
Les candidats n'ont pas su comment et à quel moment gérer le résultat de la question précédente. Beaucoup ont fini par dire que M est $\frac{2\pi}{3}$ -périodique. Dans le meilleur des cas, on nous propose qu'une seule rotation pour obtenir la courbe complète.
L'effet sur la courbe de la périodicité (réelle ou supposée) n'est pas connu. On a des formules vagues du type « on répète la courbe par périodicité ».
La parité est plutôt bien traitée et son effet sur la courbe relativement bien connue ... à condition que l'intervalle d'étude soit centré en 0.
L'ordre des opérations n'est souvent pas bon.
Il convient également de vérifier que l'opération proposée est compatible avec

la réduction d'intervalle (encore un mot mal orthographié dans les copies) souhaitée.

- (d) Le calcul des dérivées de $t \mapsto \cos(2t)$ et $t \mapsto \sin(2t)$ a parfois posé problème. Les résultats étant donnés, le détail des calculs devaient figurer sur la copie. Il ne suffit pas de dire d'après la question 2.b., il faut faire le calcul !
- (e) L'égalité $y'(t) = 2(1 - \cos(t))(1 + 2 \cos(t))$ n'est presque jamais justifiée !
- (f) Les signes de x' et y' ne sont presque jamais justifiés, trouver les valeurs où x' et y' s'annulent ne suffit pas. La plupart du temps, nous ne savons même pas quelle(s) expression(s) de x' et y' ont été utilisées. Sur certaines copies le signe de x' semble uniquement déterminé par celui de $x' \left(\frac{\pi}{3} \right)$ ou par le sens de la flèche reliant $x(0)$ à $x \left(\frac{\pi}{3} \right)$! De nombreuses erreurs de calculs pour les valeurs aux bornes (y compris en 0).
- (g) On demandait une équation, pas une représentation paramétrique. Les candidats ont souvent déterminé une équation de la normale. Le fait que A appartienne à la tangente doit être justifié (même si cela consiste juste à écrire $2 + 0 \times \sqrt{3} = 2$).
- (h) Il ne suffit pas d'écrire que $M(0)$ est un point singulier. La symétrie de la courbe ne suffit pas pour donner la tangente et la nature du point. Beaucoup d'erreurs de calcul. Le choix de l'expression de x' pour calculer x'' puis $x^{(3)}$ a souvent été malheureux. Quant aux développements limités, les ordres ne sont pas toujours cohérents et il arrive même qu'il n'y ait plus de $o(t^n)$. Les justifications sont souvent incomplètes. En l'absence de précision dans l'énoncé, la tangente pouvait être décrite par une représentation paramétrique, une équation cartésienne, ou par le simple mot « horizontale ». On a également vu régulièrement « la tangente est nulle » ...
- (i) La longueur a souvent été limitée à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{3} \right]$. Nous avons trouvé : « la tangente est le vecteur ... » Lorsqu'il y a un coefficient multiplicateur, il est, au mieux, justifié par un vague « d'après les symétries de la courbe ». Les valeurs absolues dans $\sqrt{a^2} = |a|$ ont souvent été oubliées. Enfin, les candidats qui trouvent une valeur négative ne sont pas choqués ...
- (j) On a eu de jolies courbes, peu ressemblantes avec celle que l'on attendait et même parfois incohérentes avec la trajectoire d'un manège ... Les consignes de l'énoncé doivent être respectées : couleurs différentes, légende, unité de 3cm. Le repère ou au minimum l'unité doit apparaître clairement. La tangente au point $M \left(\frac{\pi}{3} \right)$ doit visiblement passer par le point A , autrement dit, il fallait tracer la droite.

4. (a) Souvent la dernière question abordée par les candidats et par conséquent faite dans la précipitation...

Les dernières questions ont été très peu abordées et tout commentaire serait non significatif.

Signalons juste qu'à la question 4.c., des candidats nous proposent de tracer toutes les normales à Γ pour en déduire Γ_1 .

Un conseil aux futurs candidats pour finir : lorsque le temps imparti à l'épreuve est presque écoulé, il est préférable de ne traiter plus qu'une seule question et de la faire proprement et en totalité plutôt que d'en commencer trois ou quatre et de n'y rien écrire de concret.