Rapport sur l'épreuve de Mathématiques A

L'épreuve était composée d'un problème d'algèbre linéaire (découpé en quatre parties) qui étudiait diverses propriétés des matrices antisymétriques, et d'un exercice de probabilités sur un couple de variables aléatoires indépendantes suivant des lois géométriques (décalées).

Problème d'algèbre linéaire

Partie I

Cette première partie consistait à diagonaliser (dans $\mathbb{C}$) une matrice 3×3, puis à montrer qu'elle était semblable à une autre matrice.

Déterminer les valeurs propres d'une petite matrice ne pose aucun problème aux candidats, le critère de diagonalisabilité d'une matrice est en général connu même si la notion de polynôme scindé n'est pas totalement maîtrisée (beaucoup de candidats confondent polynôme scindé et polynôme à racines simples). En revanche, la dernière question a été très peu traitée. La majorité des candidats énoncent que deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique (ou des variantes avec le déterminant ou la trace) et utilisent cette implication dans l'autre sens !! Cette erreur (grave) de raisonnement est apparue également plus tard, nous y reviendrons.

Partie III

Cette deuxième partie étudiait une matrice de rotation R, en utilisant le fait que $R - R^{-1}$ est une matrice antisymétrique.

Cette partie était censée être relativement facile et rapporter des points aux candidats, ce qui a été loin d'être le cas avec beaucoup d'erreurs très inquiétantes.

Pour commencer, beaucoup de candidats ne parviennent pas à vérifier correctement que l'ensemble des matrices antisymétriques forme un sous-espace vectoriel de l'ensemble des matrices carrées, la plupart affirmant que si deux matrices A et B sont antisymétriques, alors $A + \lambda B$ l'est encore, sans aucune justification. Ils semblent répéter un schéma de preuve souvent vu durant l'année sans vraiment comprendre ce qu'il faut faire.

Il fallait dans une deuxième question déterminer la forme générale d'une matrice antisymétrique (en dimension 3) ; le problème d'implication utilisée dans le mauvais sens est revenu, une très grande majorité de candidats se contentant de vérifier que la matrice donnée était symétrique.

Il était alors facile de déduire de la question précédente une famille génératrice de l'ensemble des matrices antisymétriques (même si, pour beaucoup, une base ne peut être constituée que de vecteurs colonnes), mais très peu vérifient (ou seulement disent) que cette famille est libre pour obtenir une base.

Enfin, une grande partie des candidats pensent qu'une matrice de rotation est forcément sous sa forme canonique, quelle que soit la base dans laquelle on l'écrit !

Regrettons également que très peu de candidats utilisent les résultats obtenus dans cette partie pour obtenir les éléments caractéristiques de la rotation finale, et refont tous les calculs pour trouver l'axe de rotation par exemple.

Partie III

Le but de cette partie était d'obtenir l'équivalence

$$A \text{ antisymétrique} \iff \exists B \text{ orthogonale}, A = (I+B)^{-1}(I-B).$$

Cette partie, plus théorique, a été globalement mal traitée, exceptés les quelques calculs formels sur les matrices (même si des simplifications miraculeuses s'opèrent souvent). L'erreur la plus commune est l'argument « $AX = 0$ et A est non nulle donc $X = 0$ » (!!!). Peu de candidats font le lien entre le produit scalaire usuel et son expression matricielle et donc ne voient pas que $X^T X$ est en fait la norme euclidienne de X.

Partie IV

Là encore, cette partie tait plus théorique, et consistait à montrer que toute matrice antisymétrique est semblable à une matrice bloc de la forme

$$\begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

où C est une matrice inversible d'ordre pair. A part les toutes premières questions élémentaires, cette partie a été très peu traitée, même la décomposition $Im\, f \oplus Ker\, f = \mathbb{R}^n$ pour un endomorphisme antisymétrique a posé des difficultés à la grande majorié des candidats.

Exercice de probabilités

Cet exercice demandait de faire quelques calculs en manipulant des sommes (principalement géométriques) mais le peu de soin qu'apportent les candidats pour ces calculs (en particulier pour la manipulation des indices) conduit à de nombreuses erreurs.

Notons un point très positif : les candidats obtenant une variance négative suite à des erreurs de calcul le signalent très souvent.

Une erreur très fréquente qui est apparue est la notion (magique) de système complets d'événements qui est utilisée comme le sésame obligatoire sans vraiment être maîtrisée. Ainsi, pour déterminer la loi du minimum de X et Y, beaucoup utilisent comme événements

$$\{X = k, Y \geq k\} \cup \{Y = k, X \geq k\}$$

qui ne sont pas disjoints !

Enfin, rappelons qu'une probabilité est un nombre, et que si l'événement dont on calcule la probabilité ne fait pas intervenir de paramètre (tel que k, n, ...), de tels pramètres ne peuvent pas apparaître dans le résultat final.

Les résultats concernant cet exercice ont été très disparates, certains candidats obtenant un nombre conséquent de points alors que d'autres ne l'abordent même pas. Ces notions de probabilités sont certes difficiles, mais nous ne pouvons qu'inciter les candidats à essayer de les comprendre car une fois celles-ci acquises, les exercices proposés sont alors très abordables et rapportent souvent de précieux points.

Rapport sur l'épreuve de Mathématiques B

Présentation générale :

Le sujet de cette année se composait de trois parties largement indépendantes. Il permettait de parcourir une large partie du programme de PTSI-PT : distance d'un point à une droite, enveloppe d'une famille de droite et développée, calcul matriciel, surfaces de $\mathbb{R}^3$ et plans tangents. En contrepartie, le sujet était sans doute un peu long, cette impression dépendant également de l'aisance des candidats en calculs.
Comme l'an dernier, les questions de cours n'avaient pas été regroupées en début de sujet mais réparties à l'intérieur de celui-ci, là où elles avaient leur utilité. Globalement, la réussite à ces questions est très décevante.
Les résultats sont aussi contrastés que l'an dernier. On trouve toujours un nombre important (10% environ) de copies ayant obtenu moins de points que le total de points accordé aux questions de cours. On trouve également d'excellentes copies ayant traité avec succès 80% du sujet.

Nous rappelons aux candidats qu'il s'agit principalement d'un sujet de géométrie, et que par conséquent, ils ne doivent pas hésiter à illustrer leurs réponses par un schéma.
Les candidats qui le font à bon escient sont récompensés.

Présentation des copies :

Il est rappelé aux candidats que leurs copies sont destinées à être lues et que des points sont prévus dans le barème pour la présentation des copies. Pour les obtenir, il est nécessaire de respecter les consignes suivantes :

- L'écriture doit être soignée : on a constaté une amélioration sur ce point,
- Les résultats doivent être $\boxed{\text{encadrés}}$ à la <u>règle</u> : dans nombre de copies, trouver quel est le résultat et où il est, s'apparente à un jeu de piste,
- Les candidats doivent éviter les ratures et autres « blanco » et pour cela apprendre à utiliser une feuille de brouillon (ce qui sera encore plus vrai lorsque les copies seront numérisées),
- L'orthographe des mots doit être respectée, en particulier lorsqu'ils figurent dans l'énoncé : cette année, celle-ci est particulièrement désastreuse
- La grammaire ne doit pas être maltraitée : accords genre et nombre, temps de conjugaison (en particulier : participe passé et infinitif), confusion entre les natures des mots (« calcul » et « calcule », « sont » et « son », « et » et « est »...)...

Rédaction :

Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent respecter les notations de l'énoncé.
S'ils ont besoin de notations qui ne figurent pas dans l'énoncé, ils doivent les définir et utiliser dans la mesure du possible des notations qui ne prêtent pas à confusion.

D'autres remarques concernant la rédaction figurent aussi dans le détail question par question.

Avant de passer à ce détail, on rappelle aux candidats qu'ils doivent se munir pour cette épreuve de leur matériel de géométrie : règle, compas, équerre.

Première Partie.

1. Toutes les méthodes sont acceptées, pourvu qu'elles soient compréhensibles par le correcteur et... terminées. Il n'est pas rare de voir des candidats s'arrêter au milieu de leurs calculs. Rappelons que les correcteurs ne les finissent pas à leur place.
   Par ailleurs, il n'est pas possible d'utiliser la formule du cours pour démontrer la formule du cours...
   Les valeurs absolues sont souvent absentes dans la formule de la distance : on trouve bien souvent que $\sqrt{a^2} = a$ sans discussion sur le signe de a.
   Quelques candidats donnent pour réponse un vecteur !
2. Les candidats ont souvent eu du mal à mener au bout leurs calculs. Certains s'en sont « sortis » grâce à une illustration graphique.
   Comme il y avait deux points en (a), il s'agissait de vérifier que l'un convenait et que l'autre ne convenait pas.
   Aux candidats qui n'ont trouvé qu'un point en (a), dire que « je n'ai trouvé qu'un point, donc il n'y en a qu'un » ne convient pas.
3. (a) Quelques confusions entre vecteur directeur et normal. Souvent des réponses avec un dénominateur non nul sans disjonction de cas. Il est fréquent de voir t utilisé comme paramètre de la droite D_t
   (b) Globalement bien fait. Certains expliquent la méthode, d'autres l'appliquent directement (d'où la question de cours posée juste après).
   On voit également que sans la réponse, certains candidats n'auraient pas su trouver l'enveloppe.
   Enfin, le résultat étant donné, il est obtenu même par certains de ceux qui n'ont pas réussi la question précédente. On rappelle aux (futurs) candidats que le bluff ne fonctionne pas et qu'en plus il indispose le correcteur...
4. (a) Globalement réussie même si certains ont besoin d'une étude poussée pour voir qu'il s'agit d'un cercle...

(b) Pour certains candidats $\Gamma' \subset \Gamma$ signifie que $[0\,;\,2\pi] \subset \mathbb{R}$.
Certaines justifications prouvent simplement que la courbe Γ est incluse dans le cercle bien que les candidats estiment avoir raisonné par équivalence.
Signalons que si une simple série d'équivalences était suffisante pour démontrer l'égalité des deux courbes, alors la question n'aurait pas été coupée en deux.
La preuve de l'inclusion est parfois étonnante ($x-1$ et $y-1$ sont entre -1 et 1 donc il existe θ tel que..., sans voir que les angles n'ont pas de raison d'être identiques). Certaines copies justifient en passant par $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ mais sont persuadées d'avoir prouvé l'égalité des courbes.
On se rend bien compte que à de rares exceptions près, les candidats ne voient pas la différence entre les courbes Γ et Γ'.

(c) La majorité des copies répondent ≪ Oui (Non) elles (ne) sont (pas) parcourues dans le même sens ≫ sans autre forme de procès.

5. Ces questions sont insuffisamment traitées avec succès. Sans la maîtrise du cours, il est quasiment impossible de traiter des questions qui ne relèvent pas de l'exercice cent fois réalisés en classe et comme un concours n'est pas un exercice de bachotage, les (futurs) candidats sont invités à un meilleur apprentissage de leur cours.

6. (a) Cette question est une application directe du cours pourtant elle est rarement traitée complètement et avec succès : la base de Frenet est indirecte, l'abscisse curviligne est l'intégrale sur $[0\,;\,2\pi]$, le centre du repère est farfelu...

(b) Bien traitée par ceux ayant fait la question précédente.

(c) Bien traitée par ceux ayant fait les questions précédentes.

(d) Rarement traitée.

7. (a) Très peu traitée et souvent la base n'est pas directe ou on a des vecteurs tangents sans courbe... Décevant mais sans surprise vu le manque de maitrise du cours.

(b) La justification se réduit souvent à affirmer (et non justifier) que les deux vecteurs sont proportionnels.
De très nombreuses copies ont justifié l'existence de λ en disant que, dans la question 6, on avait $\lambda(\theta) = k - s(\theta)$ ce qui relève donc d'un manque de compréhension de l'énoncé.

(c) Question correctement traitée, mais la formule de Frenet n'est pas souvent citée.

(d) Très mal traitée. Il manque presque toujours la constante d'intégration.

(e) Très rarement traitée.

Deuxième partie.

1. Les méthodes sont connues mais pas toujours maîtrisées, en particulier les opérations élémentaires sur les matrices. De plus, selon certains candidats, un produit matrice/vecteur est égal à une matrice. On a aussi trouvé, dans de nombreuses copies,

l'affirmation « puisque M est égale à sa transposée, on a $M^{-1} = M$ ».
Nous invitons les candidats lors d'un calcul d'inverse comme celui-ci à effectuer rapidement le calcul $M\,M^{-1}$ afin de s'assurer qu'ils n'ont pas fait d'erreur de calcul.

2. (a) Bien réussie.

   (b) De nombreux candidats multiplient l'égalité de la question (a) par N^{-1} sans avoir justifié l'existence de l'inverse.
   Quelques candidats parlent de polynôme annulateur (pas au programme) scindé : ce qui ne correspond pas à l'inversibilité.

   Certains candidats affirment que « $\det(N)^2 - 3\det N + 2 = 0$ ».

3. (a) i. Plutôt bien réussie peut-être grâce à la question suivante...

   ii. Le lien entre $B_{i,j}$ et $A_{i,j}$ est rarement justifié.
   Les sommes donnant les coefficients ou les déterminants partent dans plusieurs copies de l'indice 0.

   (b) i. On a vu de nombreuses sommes indexées par i, j ou même les deux. Par exemple : $c_{ij} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}b_{ji}$, ce qui n'a aucun sens.
   Certains candidats ont pu être troublés par le produit BA plutôt que AB.

   Comme dans la question précédente, les sommes donnant les coefficients ou les déterminants partent parfois de l'indice 0.

   ii. Dans certaines copies, le produit BA est un nombre... On trouve de nombreuses tentatives d'arnaque dans cette question.

   iii. On attendait des candidats qu'ils justifient la division par $\det(A)$, ce que l'on ne trouve malheureusement pas dans de nombreuses copies.

4. (a) Le calcul du déterminant est bien souvent faux. Il est extrêmement gênant que de nombreux candidats ne fassent rien de ce calcul.
   Les rares représentations graphiques échouent à tracer la droite d'équation $u = 0$ (est-ce parce que c'est u et pas x ?). Quand à la parabole, elle est bien souvent « à l'envers » ou ressemble au graphe de $x \mapsto \sqrt{x}$.

   (b) La transposée a souvent été oubliée et nombre de candidats ne finissent pas leurs calculs.
   La matrice obtenue pour l'inverse de A contient parfois deux colonnes identiques, ce qui n'est pas cohérent.

Troisième partie.

1. (a) La notion de point régulier n'est pas maîtrisée. Certains candidats veulent annuler toutes les dérivées partielles de chaque composante.

(b) Là aussi, des confusions : on trouve souvent la notion de gradient, ce qui n'a pas de sens pour une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$.
On trouve aussi un mélange de notations : (x_0, y_0, z_0), u et v sans que le lien entre les deux soit établi.
La question est cependant mieux réussie que la précédente... mais avec de nombreuses erreurs de calcul.

2. (a) Beaucoup d'affirmations. Encore des confusions avec le gradient. Peu de candidats semblent savoir que le vecteur de coordonnées (a, b, c) est normal au plan d'équation $ax + by + cz = d$.
   (b) Les candidats doivent mettre en évidence les opérations effectuées pour passer de (S_1) à (S_2) et pour bien avoir équivalence (puisqu'on ne faisait pas que des opérations élémentaires) celles qui permettaient de passer de (S_2) à (S_1)
3. (a) Question peu traitée.
   (b) Un peu moins confidentielle que la précédente.
   (c) Des confusion avec les points stationnaires.
4. Question très peu traitée.

Rapport sur l'épreuve de Mathématiques C

Remarques générales

Le sujet portait cette année sur des calculs d'intégrales, propices à des questions connexes sur le programme des classes PTSI-PT. Après un préambule consacré à de la trigonométrie usuelle, la première partie proposait d'étudier des variantes, sous forme d'intégrales généralisées, des classiques intégrales de Wallis, conduisant à l'étude d'une série divergente. En seconde partie, à travers cette fois une intégrale à paramètres vérifiant une équation différentielle, et pouvant aussi s'exprimer comme la somme d'une série entière, on retrouvait les intégrales de Wallis.

Le sujet comportait, comme l'an dernier, des questions de cours, et des questions faciles, accessibles, ce qui a permis aux candidats de répondre à un nombre important de questions.
A côté, comme l'an dernier, d'autres questions étaient destinées à valoriser les candidats soigneux et rigoureux ; d'autres, plus difficiles, à départager les très bons candidats.

Comme l'an dernier, nous déplorons que les copies ne soient pas toujours bien présentées. Dans certains cas, les candidats écrivent de façon illisible, de façon extrêmement dense, la copie n'est pas aérée, ce n'est plus de la correction, mais du déchiffrage ... avec toutes les conséquences que cela implique.

L'orthographe n'est toujours pas maîtrisée, y compris celle de la terminologie mathématique usuelle :

≪ la règle de d'Alember, d'Allembert, d'Albert, d'alembert ≫ ;

≪ le therme ≫ ;

≪ un interval ≫ (pluriel : ≪ des intervals ≫).

Comme l'an passé, nous souhaitons faire quelques rappels de bon sens :

i. Il faut produire un raisonnement : recopier le résultat de la question n'est pas une preuve. Si le résultat attendu est donné dans l'énoncé, il faut prêter une attention particulière à la rédaction de la solution.

ii. Certains candidats manquent d'honnêteté intellectuelle en essayant de tromper le correcteur, effectuant un calcul manifestement faux mais en concluant avoir répondu. Chez certains, c'est même systématique. Dans ce cas la copie est pénalisée.

Remarques particulières

Préambule

1. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.
   Si certains ont justifié avec soin la dérivabilité de la fonction h sur $]0, +\infty[$, ce n'est pas le cas de tous.
   D'autre part, de nombreux candidats trouvent une dérivée égale à 1 et en concluent que la fonction est constante, sans prendre de recul sur ce résultat.

2. (a) Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

   (b) Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

   Toutefois, certains utilisent des méthodes excessivement et inutilement compliquées (études de fonctions notamment, quand ils ne croient pas prouver l'égalité en dérivant les deux fonctions mais, pour obtenir l'égalité des deux dérivées, ils utilisent l'égalité initiale devant être démontrée, c'est une entourloupe ou, au mieux, une erreur logique).
   D'autres « établissent » une inégalité entre les quantités. Ce n'est pas faux ... mais pas suffisant.

   (c) Cette question a été traitée par une grande partie des candidats. Le jury rappelle que les calculs doivent être menés jusqu'au bout, et que ce n'est pas au correcteur de les finir.

Partie I

1. (a) Comme chaque année, de nombreuses erreurs :

   $\rightsquigarrow$ L'intégrale n'est pas forcément impropre qu'aux bornes : il faut d'abord étudier le domaine de continuité de l'intégrande.

   $\rightsquigarrow$ $e^{-x}\sin(x)$ n'est pas équivalent à e^{-x} au voisinage de $+\infty$.

   $\rightsquigarrow$ « $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}\sin(x)=0$ » ne prouve rien.

   $\rightsquigarrow$ Le critère de Riemann ne fonctionne que pour les fonctions de signe constant. Il fallait ici montrer l'absolue convergence.

   $\rightsquigarrow$ L'inégalité concerne les intégrandes et non pas les intégrales.

   (b) Cette question a été traitée par la majorité des candidats.
   On trouve toutefois des réponses fantaisistes, des -1 alors que l'on intègre une fonction positive, des $\dfrac{1}{2}$.

   (c) Cette question a été traitée par une grande majorité des candidats.
   On rappelle que, la fonction donnée étant réelle, on attend un résultat réel, et non complexe.

   Enfin, on ne peut que conseiller aux candidats de dériver la primitive obtenue afin de vérifier qu'il n'y a pas d'erreur.

   (d) Cette question n'a pas été traitée correctement par de nombreux candidats.
   Croyant sans doute bien faire, une grande partie des candidats introduit, pour la première intégration par parties, et pas toujours très rigoureusement, des notations intermédiaires : « u », ou « $u(x)$ », « v », ou « $v(x)$ ». Ensuite, on voit apparaître sur la copie l'expression de I_n en fonction d'une intégrale avec des exponentielles, des fonctions trigonométriques, le n, sauf que l'on ne sait pas comment le candidat a fait le calcul !
   Le jury rappelle très fortement qu'un calcul, CE SONT DES EGALITES, et non des quantités disséminées un peu partout dans la copie (parfois sur trois pages très denses), égalités qui permettent de suivre ledit calcul.
   Cette intégration par parties, ainsi que la seconde, sont sujettes à l'introduction, par les candidats, de tas de notations intermédiaires : « J », « K », « H », etc ..., puis « w », ou « $w(x)$ », etc encore ...
   Tout ceci de façon extrêmement et inutilement compliquée, conduisant à de

nombreuses erreurs, d'autant plus quand les candidats ne simplifient pas des expressions de la forme :

$$-\left(-\frac{e^{-x}\,\{\cos x-\sin x\}}{2}\right)$$

voire pire.

Si certains aboutissent au bon résultat, d'autres essayent de faire illusion, on a vu ainsi, sur de nombreuses copies, des calculs qui commencent à peu près bien, se poursuivent longuement, puis, soudainement, comme par magie, une expression de la forme

$$I_n = n\times ... + (n-1)\times \dots$$

se transforme en une autre, de la forme :

$$I_n = \frac{n\,(n-1)}{n^2+1}\,I_{n-1}$$

De nombreux candidats ne dérivent pas correctement la fonction $x \mapsto \sin^n(x)$.
Il faut préciser quelle fonction on intègre et quelle fonction on dérive ainsi que le caractère C^1 des fonctions à dériver, de façon claire et non inutilement compliquée comme nous l'avons déjà dit.
Une justification est attendue pour la nullité du crochet.

(e) Si cette question a été traitée par de nombreux candidats, d'autres donnent trop souvent le résultat sans preuve. En particulier, le fait que l'on fasse le produit des termes pairs et impairs est peu précisé. Nous rappelons également que les parenthèses sont importantes :

$$2\,n\,! \neq (2\,n)\,!$$

et

$$\prod_{k=0}^{n} 4\,k^2+1 \neq \prod_{k=0}^{n}\left(4\,k^2+1\right)$$

2. (a) Cette question n'a été traitée correctement que par peu de candidats.
Dans de nombreuses copies, les candidats affirment que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ suffit pour conclure que la série $\sum u_n$ converge.
De nombreuses copies ne précisent pas vers quoi tend le n ! On trouve ainsi de très nombreuses expressions de la forme « $\lim u_n = 0$ ».
Certains effectuent un développement asymptotique, mais sans aucune justification.

(b) De nombreux candidats donnent une réponse correcte, mais sans preuve. Ici aussi, le fait que l'on fasse la somme des termes pairs et impairs est peu précisé.

(c) Cette question n'a été traitée correctement que par peu de candidats.

Partie II

1. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

2. Cette question n'a pas été traitée correctement par de très nombreux candidats.

   Pour ce genre de question, le jury apprécie particulièrement que le théorème utilisé soit clairement énoncé au début de la résolution. Cela permet aussi au candidat de savoir où il va, ce qu'il doit vérifier et de le montrer, clairement, méthodiquement, et non de façon trop confuse comme cela est trop souvent le cas.

   Déjà, trop peu de candidats vérifient que le dénominateur ne s'annule pas. La domination est souvent affirmée sans aucune justification, quand elle est donnée correctement, beaucoup de candidats écrivant des inégalités comme
   $$\ll \frac{1}{(1-x\,\cos t)^2} \leq \frac{1}{(1-a)^2} \gg \text{ ou encore } \ll \frac{1}{(1-x\,\cos t)^2} \leq \frac{1}{(1-x)^2} \gg$$
   etc ...

3. Cette question n'a été traitée que par peu de candidats.
   Beaucoup se contentent de dire que cela vient de la question précédente, puisque « a est quelconque ».
   Nous rappelons que les arguments comme « la dérivabilité est une propriété locale », ou « en faisant tendre a vers 1 » ne sont pas suffisants.
   Il faut préciser que tout réel x de l'intervalle $]-1,1[$ appartient à un segment de la forme $[-a,a]$, où a appartient à $]0,1[$, par exemple $a = \dfrac{|x|+1}{2}$, ou bien en précisant que
   $$\bigcup_{a\in]0,1[} [-a,a] =]-1,1[$$
   Certains candidats ont fait, de façon très judicieuse, un dessin d'illustration, qui a été apprécié par les correcteurs.

   Certains candidats pensent qu'il y a un problème en 0, alors que $0 \in [-a,a]$.

4. Cette question n'a pas été traitée correctement par tous les candidats.
   Si, en général, le calcul commence bien, il n'est pas toujours terminé, ou alors, des « $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ », des « $\arctan\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ », sans aucune intégration préalable, apparaissent comme par magie, donnant l'illusion d'une réponse correcte. Ce genre de méthode a été fortement sanctionné.

5. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.
   Certains ont cherché à donner des réponses fantaisistes : fonction paire, impaire, etc ...

6. (a) Si cette question a été traitée par de nombreux candidats, beaucoup confondent la variable intervenant dans le calcul d'une primitive, et la variable d'intégration, en écrivant « $\displaystyle\int \frac{-x}{1-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\ln(1-x^2)$ ».
   Nous rappelons que le résultat ne doit pas être gardé sous la forme « $e^{-\frac{1}{2}\ln(1-x^2)}$ ».

   (b) Là encore, si cette question a été traitée par de nombreux candidats, trop nombreux sont ceux qui ajoutent une constante en oubliant la solution de l'équation homogène.
   Beaucoup de candidats ne donnent pas la solution explicite, ils se contentent d'écrire

$$\lambda(x) = \ldots$$

   D'autres se trompent au moment de donner la solution, en écrivant que :

$$\text{« } y(x) = \frac{C}{\sqrt{1-x^2}} + \arcsin x \text{ »}$$

   (c) Cette question a été traitée correctement par les candidats ayant correctement répondu à la question précédente.

   (d) Cette question a été traitée correctement par les candidats ayant correctement répondu à la question précédente.

7. Cette question n'a été traitée que par peu de candidats.
   Quelques uns utilisent le résultat donné dans l'énoncé entre les questions 5 et 6, pour donner une illusion de réponse.

8. (a) De trop nombreux candidats écrivent que $a_1 = 1$ sans aucune autre justification. Nous précisons que cela n'est pas suffisant.

   (b) Cette question a été traitée correctement par la majorité des candidats, malgré quelques erreurs de calcul.

(c) Cette question a été traitée correctement par une grande partie des candidats.

Nous rappelons pour les autres qu'il peut être utile de vérifier que leur résultat est valide pour de petites valeurs de l'entier p.

9. (a) Cette question demandait d'énoncer le critère de d'Alembert pour les séries numériques.
Trop nombreux sont les candidats qui ne le font pas correctement.
On trouve ainsi, dans les copies, de nombreuses erreurs, comme chaque année : oubli de la valeur absolue, de la limite, du cas $\ell = 1$, confusion entre série numérique et série entière, etc ...

(b) Cette question n'a été traitée que par peu de candidats.

(c) Cette question a été traitée par un faible nombre de (très bons) candidats.

10. (a) Cette question est souvent bien résolue, mais de nombreux candidats n'ont pas eu le temps de traiter la suite de cette partie.

(b) Si de très nombreux candidats ont obtenu les valeurs de $\mathcal{W}_0$ et $\mathcal{W}_1$, très peu ont vu que les suites $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(\mathcal{W}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étaient égales.

(c) Cette question a en général été bien résolue.
Toutefois, un nombre non négligeable de candidats pensent qu'une relation entre $\mathcal{W}_{n+1}$ et $\mathcal{W}_{n-1}$ suffit pour étudier la monotonie de la suite $(\mathcal{W})_{n\in\mathbb{N}}$.

(d) Cette question n'a été traitée que par peu de candidats.

(e) Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

(f) Cette question n'a été traitée correctement que par peu de candidats.
Beaucoup affirment que, lorsque p tend vers l'infini, « $a_{2p} \sim a_{2p+1}$ car la suite converge », plutôt qu'utiliser la question 10 (d).

(g) Cette question n'a été traitée correctement que par peu de candidats.

Le fait que les séries entières $\sum a_n x^n$ et $\sum \sqrt{\frac{\pi}{2n}} x^n$ aient le même rayon de convergence est rarement précisé.

(h) Cette question n'a été traitée correctement que par peu de candidats.

(i) Cette question n'a été traitée que par peu de candidats.