Rapport sur l'épreuve de Mathématiques B

Nous avons les remarques générales suivantes :

1. Une majorité de candidats ne semble pas comprendre la différence entre l'équation d'une courbe, et son paramétrage.

2. Le niveau d'un tiers des candidats en algèbre linéaire est très faible (nombreux sont les candidats n'ayant même pas abordé la partie d'algèbre). Les espaces vectoriels sont assimilés à des ensembles, la différence entre un espace et sa dimension n'est pas perçue.

3. Dans de nombreuses copies (de 30 à 50 %), les résultats ne sont pas encadrés, alors que cela est demandé sur l'énoncé, sans parler de ceux que le font mais à main levée, et peu proprement. Nous rappelons que cela facilite non seulement la tâche du correcteur mais, aussi, aide le candidat à retrouver facilement ses propres résultats.

4. On rencontre quelques copies à l'orthographe déplorable. Au palmarès des mots mal orthographiés, et pourtant fréquemment utilisés en mathématiques : tangente, aire, mathématiques, horizontale, intervalle, degré, projeté, parabole, ... ce qui est d'autant moins acceptable que la plupart d'entre eux figurent dans l'énoncé. Signalons également que Pythagore, comme tous les noms propres, s'écrit avec une majuscule. Enfin, nombreux sont ceux qui utilisent « Pythagore » au lieu du « théorème de Pythagore ».

Remarques particulières

Partie I

1. **Étude de Γ_A dans le cas où $a = b = 9$.**
   (a) En général, cette question est bien réussie, même si on ne sait pas où est « t ». De nombreux candidats ont eu la bonne idée d'illustrer cette question par un schéma.

   (b) Cette question a aussi été bien réussie. Quelques candidats oublient le coefficient dominant lorsqu'ils factorisent $x'(t)$ et $y'(t)$. D'autres oublient la seconde partie de la question. La tangente au point de paramètre zéro n'est pas toujours bien précisée.
   Pour trouver les racines d'un polynôme de degré deux ayant une racine évident, le passage au discriminant est systématique. Certaines racines de 144 sont restées en l'état.

   (c) Certains candidats pensent que tout point de l'intersection de la courbe avec son axe de symétrie est un point double ; d'autres, que les points doubles sont nécessairement sur l'axe. La résolution du système est souvent mal rédigée (surtout les équivalences). Comme précédemment, des candidats oublient la seconde partie de la question.

   (d) La notion de branche parabolique est mal connue et, lorsque le résultat est établi, la traduction graphique nest pas maîtrisée. Les calculs sont en général corrects, mais leur traduction hasardeuse.

   (e) Le tracé de la courbe Γ_A ne correspond pas toujours à une traduction correcte des calculs précédents ... Nombreux sont les candidats qui ont mal choisi l'unité et/ou la position de l'origine du repère, ce qui ne leur permet pas de tracer les branches infinies. On trouve quelques copies où le repère n'est pas orthonormé et/ou il n'y a aucune indication d'unité.

2. Très peu de candidats ont obtenu le résultat concernant l'aire de la boucle formée par Γ_A. Beaucoup de copies donnent un résultat non simplifié.

   Quelques candidats trouvent une aire négative ou nulle sans que cela semble les troubler. On trouve inversement des vérifications de la valeur trouvée par le calcul de l'aire d'un rectangle contenant la boucle.

   Parmi les mauvaises formules, on trouve celles donnant le calcul de la longueur.

3. Cette question a rarement été abordée. Parmi les candidats connaissant la formule, un certain nombre ont voulu exploiter la symétrie du domaine, mais ont :
   - ◇ oublié de considérer la circulation sur le segment $[M(0)M(\pm 3)]$;
   - ◇ ou utilisé $\displaystyle\int_{-3}^{3} f(t)\,dt = 2\int_{0}^{3} f(t)\,dt$.

   (a) Cette question a davantage été traitée que la précédente. De nombreux candidats s'arrêtent à une représentation paramétrique. Certains le disent et cherchent l'équation dans *b.* mais d'autres pensent qu'il s'agit de l'équation.

   (b) Cette question a rarement été faite. Pour la nature : ceux qui utilisent des outils de première année (rotation du repère) n'arrivent pas à le traduire sur le dessin (axe focal mal placé). Ceux qui utilisent les outils de seconde année s'en sortent mieux, même si certains oublient de normer les vecteurs propres. Les éléments caractéristiques se limitent souvent au paramètre et au sommet (qui devient d'ailleurs « centre » dans de nombreux cas).

Partie II

C'est la partie la mieux réussie, qui a contribué à sauver de nombreuses copies, et leur permettre d'atteindre une note correcte. Il y même de rares candidats n'ayant traité que cette partie. Presque tous font le tracé du triangle mais, dans un cas sur deux, le triangle est mal orienté. On rencontre quelques angles obtus (souvent en A ou C, mais aussi parfois en B).

1. Tous les candidats ont donné la bonne réponse, MAIS seul un sur deux précise le triangle rectangle considéré et nombreux sont ceux qui ne précisent pas la position de l'angle droit.

2. On trouve quelques réponses qui donnent $a \times h$, $\dfrac{a \times h}{3}$, ou encore $\dfrac{a \times h^2}{2}$ mais, au final, 97 % de réponses correctes.

3. A quelques exceptions près, les réponses sont cohérentes avec les précédentes.

4. Cette question a été bien réussie (on trouve trois méthodes différentes plus ou moins efficaces).

5. La norme du produit vectoriel est souvent bien calculée (même s'il semble y avoir une part de chance). Pour le déterminant, bien peu ont remarqué que la base du plan proposée était indirecte, les rares qui ont eu un résultat négatif ont cru à une erreur. Beaucoup se souviennent qu'il y a un lien entre le déterminant et une aire mais presque tous oublient les valeurs absolues. Certains candidats souhaitent utiliser des

coordonnées mais quasiment aucun ne précise le repère orthonormé direct utilisé. On trouve des déterminants de deux vecteurs à trois coordonnées et des produits vectoriels de deux vecteurs à deux coordonnées.

6. L'identité de polarisation a été utilisée assez souvent. On trouve souvent des variantes plus ou moins cachées et/ou compliquées de la démonstration de la question suivante.
   Il est à noter que l'utilisation des résultats du programme de seconde année et non de première année permettait d'obtenir la réponse la plus efficace.

7. Cette question a été assez bien réussie (avec plus ou moins d'efficacité).

Partie III

Cette partie n'est pas abordée par 10 % des candidats. Beaucoup de candidats n'obtiennent aucun point dans cette partie. Le théorème du rang, peu souvent utilisé, est fréquemment confondu avec la formule de Grassmann, ou, encore, avec une décomposition de la forme « $E = \mathcal{I}mf + \ker f$ ». De nombreux candidats semblent penser que ce théorème ne s'applique qu'à des endomorphismes. Les hypothèses sont rarement rappelées (de très nombreuses copies se contentent de dire que le théorème s'applique car f est un endomorphisme).

1. (a) Il y a eu très de bonnes réponses à cette question.

   (b) Cette question est encore moins bien réussie que la précédente.

   (c) De nombreux candidats font le lien avec le *b.*, mais beaucoup pensent que « $\dim F = \dim G$ » équivaut à « $F = G$ ».

   (d) Les candidats sont moins nombreux à faire le lien avec le *a.* (la question semble trop loin pour être utilisée ...) La somme directe $E = F \oplus G$ se limite parfois à $F \cap G = \{0\}$ (ou « 0 », ou « $\emptyset$ », ou « $\{\emptyset\}$ »). Régulièrement, on rencontre des copies où seule une implication est démontrée.

2. De nombreux candidats écrivent, sans justification, que « $f(x) = y$ » équivaut à « $f^2(x) = f(y)$ ».

   (a) Cette question semble la mieux réussie de la partie III. La notion d'image apparaît comme correctement maîtrisée.

   (b) Les réponses, en général, manquent d'efficacité (une fois sur deux, le candidat n'utilise pas le résultat précédent).

(c) On trouve souvent « $A \subset B$ et $A \cap C = \{0\}$ donc $B \cap C = \{0\}$ ».

(d) L'appartenance $f(x) \in \mathcal{I}m\ (f - Id_E)$ est assez bien traitée. Peu de candidats réussissent à montrer que la famille $(x, f(x))$ est libre.

3. (a) Il y a peu de bonnes réponses Quelques copies n'étaient pas loin d'arriver au résultat.

   (b) De même que précédemment, il y a peu de bonnes réponses, et quelques copies qui n'étaient pas loin d'arriver au résultat (ce ne sont pas forcémment les mêmes qu'en a). Certains candidats font appel aux valeurs propres complexes de f. Comme dim ker $(f - Id_E) = 1$, peu envisagent la possibilité que 1 soit valeur propre triple (ou double).

   (c) L'exemple proposé vérifie toujours dim ker $(f - Id_E) = 1$ mais pas, dans un cas sur deux, $f^3 = Id_E$. Il est à noter que l'utilisation des résultats du programme de seconde année et non de première année permettait d'obtenir la réponse la plus efficace.