

◆  
**EPREUVE DE MATHEMATIQUES A**  
◆

**I. REMARQUES GENERALES**

Le sujet était composé d'une question préliminaire utilisée plusieurs fois au cours du problème et de trois parties totalement indépendantes.

Les copies sont plutôt propres et bien présentées, ce qui est pris en compte lors de la notation, mais les réponses manquent bien souvent de précision. Bien souvent, un argument bien précis est attendu mais celui ci est vaguement énoncé, noyé parmi d'autres arguments inutiles voire faux. Il faut vraiment faire un effort sur la concision et la précision des réponses car c'est ce qui est pris le plus en compte par la notation.

**II. REMARQUES PARTICULIERES**

**Préliminaire**

Cette question a été en général bien traitée.

**PARTIE I**

Cette partie traitait de la trigonalisation simultanée de 2 matrices  $3 \times 3$  particulières qui commutaient. La recherche des valeurs propres et vecteurs propres est en général bien maîtrisée (il faut cependant à tout prix éviter les sous-espaces propres réduits au vecteur nul !) de même que les arguments pour dire si les matrices sont diagonalisables ou non. En revanche, la trigonalisation est souvent affirmée sans aucune justification (ce qui ne rapporte bien entendu aucun point). La dernière question dans laquelle il fallait trouver la base commune de trigonalisation était plus délicate et les arguments étaient trop souvent trop imprécis.

## **PARTIE II**

Cette partie alternait questions théoriques et applications numériques sur des endomorphismes définis comme polynômes d'un autre endomorphisme, et leur trigonalisation dans une base commune. Dès la première question, on peut constater de graves erreurs de raisonnement, les candidats confondant souvent liberté et co-linéarité des vecteurs. Les candidats savent généralement que des vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes sont libres entre eux, mais bien peu sont en mesure de le démontrer. Les démonstrations du cours sont à connaître tout autant que les théorèmes ! Les méthodes mises en œuvre dans ces preuves sont bien souvent réutilisables pour d'autres démonstrations.

Mentionnons que le calcul du déterminant  $5 \times 5$  a été très laborieux, de très nombreuses erreurs de calcul ont été commises et, point important, la règle de Sarrus ne s'applique qu'aux matrices  $3 \times 3$  !

Les parties théoriques ont été globalement très mal traitées, avec de mauvais arguments. Ainsi, bien souvent les candidats affirment que les images de réels deux à deux distincts par un polynôme sont deux à deux distinctes (le monôme  $x^2$  donne un contre-exemple très simple), et peu ont vu que la question 4. d. consistait en fait à montrer la bijectivité de l'application. Là encore, l'argument le plus courant était que les  $\lambda$  étaient non tous nuls, leurs images ne pouvaient donc pas être nulles !

La dernière question a mis en évidence que beaucoup de candidats ne savent pas ce qu'est une matrice orthogonale, de même que le manque de synthèse : il suffisait d'appliquer les résultats précédents pour répondre en quelques lignes à la question 4.d. ii., ce qui a été très rarement le cas.

## **PARTIE III**

Cette dernière partie étudiait des exemples d'isométries en dimension 3. Clairement, cette partie du programme n'est pas du tout assimilée. Il est pourtant assez facile de savoir que la composition de deux réflexions donne une rotation dont on connaît les éléments caractéristiques même s'ils sont plus délicats à déterminer en pratique. Ajoutons qu'un endomorphisme dont le déterminant vaut 1 n'est pas nécessairement une rotation, il convient de montrer d'abord qu'il s'agit d'un endomorphisme orthogonal.

## **III. CONCLUSION**

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.  
Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
6. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

**Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.**

*Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.*