

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 4 heures

### REMARQUES GENERALES

Le sujet était composé de trois parties : les deux premières traitaient de matrices  $2 \times 2$  à coefficients entiers et étaient largement indépendantes, la troisième était totalement indépendante des premières et étudiait un produit scalaire dans l'espace des polynômes de degré au plus 3.

Le sujet était relativement court et il est anormal que certains candidats se retrouvent dans l'incapacité de finir le problème faute de temps, ce qui dénote un problème dans leur organisation et leur gestion du temps.

Globalement, les copies sont plutôt propres et bien présentées mais la rédaction est souvent très imprécise comme nous le précisons ensuite et les arguments principaux ne sont en général pas assez mis en évidence (car non identifiés pour beaucoup de candidats).

### REMARQUES PARTICULIÈRES

#### PARTIE A

Cette partie étudiait les matrices  $2 \times 2$  à coefficients entiers inversibles et dont l'inverse était encore à coefficients entiers. Le début de cette partie, purement calculatoire sur quelques exemples, a été en général bien traité, la troisième question nécessitait cependant un petit raisonnement et a mis en évidence l'incapacité de la majorité des candidats à effectuer un raisonnement logique correct : utilisation abusive des équivalences, arguments faux, erreurs de raisonnement.

#### PARTIE B

Cette partie cherchait à déterminer toutes les matrices à coefficients entiers qui, élevées à une certaine puissance, donnaient l'identité. Cette partie était plus abstraite et a vraiment été discriminante entre les candidats.

Mentionnons tout d'abord les erreurs grossières qui ont été vues à de très nombreuses reprises :

- Le produit matriciel n'est pas commutatif, ainsi, en général  $(AB)^2 \neq A^2B^2$ .
- Les matrices ne sont pas diagonalisables en général, même dans  $\mathbb{C}$ . La trigonalisation suffisait souvent pour conclure.
- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ . Lorsque l'on parle des valeurs propres complexes d'une matrice, il ne faut pas exclure les valeurs propres réelles.

Là encore, seules les questions purement calculatoires (comme la recherche des valeurs propres de la question 8) ont été correctement traitées par beaucoup de candidats mais dès que les questions traitaient du cadre général abstrait, les erreurs de raisonnement sont nombreuses, y compris pour des questions relativement simples. Et une main suffit pour dénombrer les candidats qui ont donné le bon argument pour la diagonalisabilité pour des valeurs propres doubles.

## **PARTIE C**

Cette dernière partie, plus simple que la précédente, a permis à certains de candidats de se rattraper malgré une partie B mal traitée. Le procédé d'orthogonalisation est souvent connu même si la mise en place pratique est parfois difficile (je ne parle pas ici d'erreurs dans des calculs un peu fastidieux). L'inégalité de Cauchy-Schwartz a été très souvent reconnue et correctement justifiée. Seule une manipulation parfois anarchique des signes somme est à regretter (carré d'une somme égale somme des carrés par exemple).

## **CONCLUSION**

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre satisfaisant de bonnes, voire d'excellentes copies.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci ainsi que la vérification de ses hypothèses.
3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée.
5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. Il s'agit là d'un point très important dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
6. Il faut maîtriser les techniques de base du calcul.
7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

**Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.**

*Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être prêts le jour du concours.*