

EPREUVE DE MATHEMATIQUES B

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

La totalité de cette épreuve portait sur le programme d'algèbre des classes de mathématiques supérieures PTSI et spéciales PT.

Nous attirons l'attention sur le fait qu'une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, à la propreté des copies.

Enfin, nous ne répèterons jamais assez combien une bonne connaissance de son **cours** et une maîtrise des techniques classiques de **calcul** suffisaient à obtenir, cette année encore, une note tout à fait satisfaisante.

REMARQUES PARTICULIERES

Le problème était constitué d'une question de cours préliminaire et de quatre parties totalement indépendantes et traitait différentes questions de stabilité de sous-espaces vectoriels sous l'action d'un endomorphisme.

La question de cours demandait une CNS de diagonalisation pour des matrices carrées. Il faut regretter la difficulté qu'ont nombre de candidats d'énoncer précisément un théorème du cours. Les candidats donnaient même parfois une réponse erronée (en ne donnant souvent qu'une condition suffisante) alors que le théorème attendu était parfaitement connu du candidat qui l'utilisait de façon tout à fait correcte par la suite.

La première partie, assez simple, nécessitait l'obtention des valeurs propres et des vecteurs propres d'une matrice 3×3 . Cette partie n'a guère posé de problèmes si ce n'est la dernière question où il fallait montrer que le plan engendré par 2 vecteurs propres était stable, et où la rédaction et la rigueur des candidats est parfois insuffisante.

La seconde partie étudiait deux matrices symétriques réelles (le terme « réelle » est souvent oublié pour montrer que ces matrices étaient diagonalisables) qui commutaient. En calculant explicitement les espaces propres de ces matrices, on vérifiait que les sous-espaces propres de l'une étaient stables pour l'autre. La encore, il s'agissait d'une partie facile, car calculatoire, et qui a été plutôt bien réussie.

La troisième partie consistait en la recherche des sous-espaces stables d'une matrice non diagonalisable. C'était assurément la partie la plus difficile du sujet, en particulier la fin de cette partie qui était plus abstraite. Et l'on arrive ici aux limites de la plupart des candidats qui ne sont visiblement pas en mesure de mener un raisonnement même simple à son terme. On voit même bien souvent du n'importe quoi : matrices de mauvaise dimension, composition d'une application avec un ensemble, noyau d'un ensemble ...

La quatrième partie se plaçait dans un cadre euclidien et, bien que quelque peu abstraite également (dimension n , endomorphisme dépendant de paramètres,...), cette partie a été mieux traitée que la précédente même s'il faut tout de même noter là encore de nombreuses

horreurs telles que vecteurs élevés au carré, produit scalaire à valeurs dans l'espace euclidien, produit scalaire entre un vecteur et un scalaire La fin de cette partie a été plus délicate. En particulier le calcul de l'inverse d'un endomorphisme sans utiliser la matrice est très difficile. Précisons aussi que, lorsque l'on demande de caractériser une isométrie, dire qu'il s'agit d'un endomorphisme orthogonal n'est pas la réponse attendue ! Enfin, la dernière question a mis en évidence le manque de rigueur de trop de candidats : même si l'idée principale était souvent présente, l'absence de quantificateurs et un raisonnement approximatif sont toujours à regretter.

En conclusion, ce sujet a, il me semble, permis de bien classer les candidats avec un début de problème relativement facile (reconnaissons que la majorité des candidats maîtrise parfaitement ces techniques de diagonalisation) et des questions plus délicates permettant de mettre en évidence les capacités réellement mathématiques de certains candidats (même si l'on peut regretter que ceux-ci soient si peu nombreux). La présentation des copies est globalement satisfaisante (des points de pénalisation ont été retirés aux copies difficiles à corriger car mal présentées) mais le manque de rigueur dans les raisonnements est très souvent à déplorer.

CONCLUSION

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. C'est l'ensemble du programme des deux années de classes préparatoires qu'il faut connaître.
4. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

5. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
6. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
7. Le tracé des graphes doit être fait avec soin et propreté.
8. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
9. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
10. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très

apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.