

EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

Le sujet, axé sur l'algèbre linéaire, avait comme point de départ des méthodes numériques pour résoudre des systèmes linéaires. Il était composé d'une partie préliminaire (questions de cours) et de trois parties totalement indépendantes. Les deux premières parties étudiaient la décomposition LU de matrices 3×3 . La dernière partie étudiait le rayon spectral d'une matrice quelconque et ses liens avec la norme matricielle subordonnée à la norme euclidienne.

Beaucoup de questions étaient extrêmement simples, il n'y a eu en conséquence que peu de très mauvaises copies. Remarquons l'excellence de certaines qui ont pratiquement eu la totalité des points. Cependant, la plupart des candidats se sont contentés de traiter les questions calculatoires (produit matriciel, inversion de matrice) et se sont avérés incapables de résoudre les questions nécessitant un quelconque (même petit) raisonnement mathématique.

Avant de passer au détail du sujet, nous rappelons qu'il était précisé que « *la présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies* » et que des points supplémentaires étaient octroyés aux candidats ayant respecté ces consignes.

REMARQUES PARTICULIERES

La partie préliminaire était constituée de question de cours sur les matrices. La notion de matrice symétrique est en générale bien connue, celle de matrice orthogonale est beaucoup plus floue. Enfin beaucoup de candidats ignorent les conditions nécessaires sur la taille des matrices pour que le produit matriciel soit possible. La formule de ce produit est en général connue, avec cependant des bornes parfois surprenantes dans la somme.

La première partie, essentiellement calculatoire, demandait de calculer le déterminant de matrice 3×3 , leur produit matriciel et leur inverse. Cette partie à été très largement réussie. Mentionnons toutefois des méthodes lourdes pour calculer le déterminant d'une matrice triangulaire et encore plus lourdes pour inverser une matrice (où l'on résout le système 9×9 issu de $A A^{-1} = I$!). Fort heureusement, les équations obtenues n'étaient pas très compliquées.

La seconde partie donnait une méthode pour décomposer une matrice en produit d'une matrice triangulaire inférieure et d'une matrice triangulaire supérieure sur un exemple particulier. L'obtention de la formule liant les différents coefficients a posé quelques problèmes ; les idées sont en général présentes, mais la rédaction souvent bien confuse. En revanche, l'utilisation de cette formule dans notre cas particulier n'a posé aucun problème. Signalons que :

- une matrice symétrique n'est pas toujours inversible ;
- il est inutile de calculer l'inverse d'une matrice pour montrer que celle-ci est effectivement inversible ;

- pour une matrice triangulaire supérieure, les coefficients situés au-dessus de la diagonale peuvent être nuls.

La troisième et dernière partie étudiait une norme matricielle dans un cadre abstrait. Cette partie a posé beaucoup de difficultés à la plupart des candidats. Ainsi, il est monnaie courante de trouver des égalités entre vecteurs et scalaires, des vecteurs élevés au carré, ou encore des inégalités portant sur des vecteurs. Toutes ces erreurs montrent un total manque de recul des candidats vis-à-vis des objets manipulés et ont été lourdement sanctionnées. Ajoutons également que la notion de borne supérieure est souvent mal maîtrisée. Enfin, mentionnons que seules les matrices symétriques **réelles** sont diagonalisables et que la matrice de passage permettant de diagonaliser une matrice n'est pas forcément orthogonale.

CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

- une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
- L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
- La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
- La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
- La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
- Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
- A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer des points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

- Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisant. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES B

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

La totalité de cette épreuve portait cette année sur le programme de géométries des classes de mathématiques supérieures PTSI et spéciales PT. Il apparaît que cette nouveauté a dérouté bon nombre de candidats. Il nous semble important de leur rappeler, que désormais, nous nous efforcerons de les interroger sur la quasi totalité du programme, il leur faudra donc mieux maîtriser les notions fondamentales de géométrie.

Nous attirons enfin l'attention sur le fait qu'une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, à la propreté des copies ainsi qu'au soin apporté au tracé des courbes étudiées. Nous avons en particulier très sévèrement sanctionné les candidats dont les calculs se simplifient « miraculeusement » à la dernière ligne ; nous rappelons aux candidats que ces procédés ne manquent jamais de mettre de très mauvaise humeur un correcteur initialement bien disposé.

Enfin, nous ne répèterons jamais assez combien une bonne connaissance de son **cours** et une maîtrise des techniques classiques de **calcul** suffisaient à obtenir, cette année encore, une note tout à fait satisfaisante.

REMARQUES PARTICULIERES

PARTIE A

1, 2 : 70% des candidats répondent correctement à ces questions, il faut signaler qu'environ 10% des candidats ne reconnaissent pas l'ellipse, on trouve (en vrac) : cercle, hyperbole, parabole, segment, droite, plan, triangle et même losange...

3, 4 : à peine 40% des candidats ont traité efficacement cette question. On trouve beaucoup d'erreur de calcul.

5 : les fonctions sont correctement dérivées, mais l'étude des points singuliers pose des problèmes à 30% des candidats. Le tracé est assez bien effectué.

6 : environ 50% des candidats se contentent de fournir les deux symétries sans aucune justification, ou inventent rotations incongrues et autres translations...

7, 8 : très peu de candidats résolvent ces questions pourtant classiques.

PARTIE B

1 : la question est traitée de façon satisfaisante par environ 80% des candidats même si nombre d'entre eux ne parvient pas à étudier rigoureusement les tangentes aux points extrêmes.

2 : beaucoup d'erreur de calcul et quelques tentatives assez malhonnêtes pour une question finalement bien traitée par environ 40 % des candidats.

3 : énormément d'erreurs de calcul ici encore, quant à l'étude de la branche infinie, beaucoup se contentent d'étudier la limite du rapport y/x pour conclure à l'existence d'une asymptote. La question a été bien traitée par moins de 5% des candidats.

4 : question très facile pourtant abordée par moins de 5% des candidats.

PARTIE C

1 : beaucoup d'erreurs de calcul, 60% des candidats trouvent une équation correcte.

2 : question bien traitée par environ 10% des candidats.

3 : beaucoup de candidats confondent mesure algébriques, distances et vecteurs ! La question c n'est que très rarement traitée.

5 : manque de rigueur pour 10% des candidats qui abordent cette question.

Les questions 6 et 7 n'ont été abordées que par un nombre infime de candidats.

CONCLUSION

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. C'est l'ensemble du programme des deux années de classes préparatoires qu'il faut connaître.
4. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
5. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
6. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
7. Le tracé des graphes doit être fait avec soin et propreté.
8. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
9. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

10. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.

EPREUVE DE MATHEMATIQUE C

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

Cette épreuve d'Analyse portait cette année sur les intégrales de Wallis et proposait une méthode d'obtention de la formule de Stirling.

Une très grande importance a été accordée à la rigueur des raisonnements, et à la qualité de la présentation. Un grand nombre de candidats a fait un effort de présentation incontestable, effort apprécié des correcteurs. Toutefois, les correcteurs déplorent les candidats ouvertement malhonnêtes (dissimulant des erreurs de calcul ou de raisonnement pour laisser penser au correcteur qu'une question a été bien traitée). Il est toujours préférable de reconnaître sur la copie qu'on n'a pas réussi à aller au bout d'une question plutôt que d'espérer faire illusion en semant la confusion et en encadrant le résultat final donné dans l'énoncé.

REMARQUES PARTICULIERES

Première partie

1. Pour cette question, calculatoire, la plupart des candidats ont répondu correctement.
2. Beaucoup de candidats ont eu des difficultés pour appliquer la formule du binôme de Newton. Certains ne semblent pas bien la connaître, et font commencer la sommation à 1 et non 0. D'autre part, le $(-1)^k$ attendu dans la sommation est souvent remplacé par $(-1)^n$, ou rien ...
3. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.
4. Cette question a été traitée par plus de la moitié des candidats. On trouve pas mal de résultats faux en raison de fautes de calcul (fautes de signe ou de calcul de puissance).
5. Beaucoup de candidats ont essayé de démontrer par récurrence la formule donnée, sans faire d'intégration par partie.
On trouve aussi d'autres copies où les candidats montrent la relation demandée en invoquant une récurrence sur n , alors qu'ils la montrent directement par le calcul sans utiliser l'hypothèse de récurrence. Cela dénote un manque de compréhension de la récurrence, qui apparaît comme une méthode magique pour résoudre les questions difficiles mais dont la philosophie échappe bien souvent aux étudiants
6. Cette question a été traitée par la plupart des candidats. Toutefois, certaines copies, très faibles, donnent ici des résultats aberrants $(\frac{(2p)!}{(2p-1)!})$ et autres)
7. Cette question a curieusement posé des problèmes à une quantité non négligeable de candidats. On trouve des démonstrations "exotiques" (l'étude des variations de fonctions très compliquées, ou encore des implications

" comme $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$ alors $f(x) \leq g(x) \dots$ " (sic))

Là encore, si les candidats avaient un peu de recul par rapport au sujet, ils verraient que c'est l'implication inverse qui est demandée.

8. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

9. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats.

10. Cette question a été traitée par une grande partie des candidats.

11.a, b, c. On trouve ici une grande confusion entre les limites et les équivalents. Beaucoup de candidats écrivent des limites qui dépendent encore de n .

Deuxième partie

1. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

2.a. Un grand nombre de candidats ne connaît pas le développement limité de $\ln(1+x)$, ce qui est très regrettable.

2.b. Beaucoup de candidats ont du mal à maîtriser les ordres dans les calculs de DL. Il se trouve que le DL demandé en 2.a était à l'ordre 3 en x mais le DL obtenu en 2.b n'était plus qu'à l'ordre 2 en $1/n$. Il faut plus de précision dans ce type de calcul qui, parce qu'il est une approximation locale, est souvent traité sans aucune rigueur par les candidats.

2. c. Lu sur un très grand nombre de copies : " $\frac{u_{n+1}}{u_n} \rightarrow 1$ et donc u converge..." ou, variante " $u_{n+1} - u_n \rightarrow 0$ et donc u converge"... Même lorsque les souvenirs de cours sont partiels, les candidats devraient avoir suffisamment de recul pour pouvoir vérifier leurs affirmations sur des exemples très simples.

3. Beaucoup de candidats ont échoué à cause du résultat incorrect en 2. b. D'autres se sont contentés d'affirmer que "le terme général de la série convergeant vers zéro, alors la série converge".

4. La plupart des justifications sont fausses, soit suite à une erreur venant de la question 2.b, soit parce qu'ils tirent la conclusion fautive que "si $\ln \left[\frac{u_{n+1}}{u_n} \right] \rightarrow 0$, alors $\frac{u_{n+1}}{u_n} \rightarrow 1$ et donc la suite est convergente "...

5. Cette question a été traitée par la majorité des candidats.

6. Cette question a été peu souvent correctement traitée. Comme en I. 10., 11., on trouve à nouveau ici une grande confusion entre les limites et les équivalents. Un grand nombre de candidats écrivent ainsi que "au voisinage de $+\infty$, $u_n = l$ " (Sic).

Troisième partie

1. Cette question a été traitée correctement traitée par peu de candidats. On déplore ici un certain manque de rigueur et de précision dans les calculs (en particulier dans l'indexation des

sommes). Les candidats oublient de prendre en compte les termes de degré 0 ou 1, et ne pensent pas à vérifier que la formule donnée reste vraie pour $n = 1$.

2. Cette question a été en partie traitée par les candidats Le critère de D'Alembert n'est pas toujours cité, certains candidats se contentent de calculer la limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ et d'en déduire

$R = 1 \dots$ On trouve aussi, dans certaines copies, des valeurs exotiques pour le rayon de convergence (8, 2, ou $+\infty \dots$)

3. Les candidats ont éprouvé des difficultés pour la contraction du produit.

4. Cette question n'a été traitée que dans les excellentes copies.

CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

1. Une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
2. L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
3. La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

4. La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
5. La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
6. Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
7. A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de « court-circuiter » la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
8. Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les

correcteurs et peut être très pénalisante. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.