

EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 4 heures

REMARQUES GENERALES

Le sujet, axé sur l'algèbre linéaire, avait comme point de départ des méthodes numériques pour résoudre des systèmes linéaires. Il était composé d'une partie préliminaire (questions de cours) et de trois parties totalement indépendantes. Les deux premières parties étudiaient la décomposition LU de matrices 3×3 . La dernière partie étudiait le rayon spectral d'une matrice quelconque et ses liens avec la norme matricielle subordonnée à la norme euclidienne.

Beaucoup de questions étaient extrêmement simples, il n'y a eu en conséquence que peu de très mauvaises copies. Remarquons l'excellence de certaines qui ont pratiquement eu la totalité des points. Cependant, la plupart des candidats se sont contentés de traiter les questions calculatoires (produit matriciel, inversion de matrice) et se sont avérés incapables de résoudre les questions nécessitant un quelconque (même petit) raisonnement mathématique.

Avant de passer au détail du sujet, nous rappelons qu'il était précisé que « *la présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies* » et que des points supplémentaires étaient octroyés aux candidats ayant respecté ces consignes.

REMARQUES PARTICULIERES

La partie préliminaire était constituée de question de cours sur les matrices. La notion de matrice symétrique est en générale bien connue, celle de matrice orthogonale est beaucoup plus floue. Enfin beaucoup de candidats ignorent les conditions nécessaires sur la taille des matrices pour que le produit matriciel soit possible. La formule de ce produit est en général connue, avec cependant des bornes parfois surprenantes dans la somme.

La première partie, essentiellement calculatoire, demandait de calculer le déterminant de matrice 3×3 , leur produit matriciel et leur inverse. Cette partie à été très largement réussie. Mentionnons toutefois des méthodes lourdes pour calculer le déterminant d'une matrice triangulaire et encore plus lourdes pour inverser une matrice (où l'on résout le système 9×9 issu de $A A^{-1} = I$!). Fort heureusement, les équations obtenues n'étaient pas très compliquées.

La seconde partie donnait une méthode pour décomposer une matrice en produit d'une matrice triangulaire inférieure et d'une matrice triangulaire supérieure sur un exemple particulier. L'obtention de la formule liant les différents coefficients a posé quelques problèmes ; les idées sont en général présentes, mais la rédaction souvent bien confuse. En revanche, l'utilisation de cette formule dans notre cas particulier n'a posé aucun problème. Signalons que :

- une matrice symétrique n'est pas toujours inversible ;
- il est inutile de calculer l'inverse d'une matrice pour montrer que celle-ci est effectivement inversible ;

- pour une matrice triangulaire supérieure, les coefficients situés au-dessus de la diagonale peuvent être nuls.

La troisième et dernière partie étudiait une norme matricielle dans un cadre abstrait. Cette partie a posé beaucoup de difficultés à la plupart des candidats. Ainsi, il est monnaie courante de trouver des égalités entre vecteurs et scalaires, des vecteurs élevés au carré, ou encore des inégalités portant sur des vecteurs. Toutes ces erreurs montrent un total manque de recul des candidats vis-à-vis des objets manipulés et ont été lourdement sanctionnées. Ajoutons également que la notion de borne supérieure est souvent mal maîtrisée. Enfin, mentionnons que seules les matrices symétriques **réelles** sont diagonalisables et que la matrice de passage permettant de diagonaliser une matrice n'est pas forcément orthogonale.

CONCLUSION

Globalement, cette épreuve a permis d'assurer une bonne sélection des candidats, dont un nombre significatif obtient des résultats parfaitement honorables. De plus, les correcteurs ont eu la satisfaction de corriger un nombre significatif de bonnes copies, et parfois d'excellentes, ayant remarquablement traité la totalité du problème.

Nous rappelons aux futurs candidats les conseils suivants :

- une bonne connaissance de la terminologie et des théorèmes de cours est indispensable. Les définitions et théorèmes doivent être donnés de façon précise.
- L'utilisation d'un théorème nécessite le rappel de celui-ci (en ne se contentant pas de le nommer) et la vérification des hypothèses au moment de l'utilisation.
- La rédaction doit être à la fois précise et concise, proportionnée à la difficulté des questions, en insistant sur les points clés. Les raisonnements trop longs et incompréhensibles doivent être bannis. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.
- La présentation matérielle ne doit pas être négligée. Les copies illisibles ne passent pas au bénéfice du doute.
- La qualité du français et de l'orthographe est à surveiller. C'est un point de grande importance dans la vie professionnelle d'un ingénieur, appelé à rédiger des rapports scientifiques et techniques.
- Il faut maîtriser les techniques basiques de calcul.
- A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer des points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

- Nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié ; en revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisant. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle, doivent être bannis.

Les candidats ayant mis en pratique ces conseils ont obtenu des notes bien supérieures à la moyenne.

Nous espérons que ces remarques aideront les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours. La prise en compte de ces conseils tout au long de l'année de préparation leur permettra d'être fin prêts le jour du concours.