

## Epreuve de Physique B - Thermodynamique

Durée 2 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

---

**L'usage de calculatrices est interdit.**

### AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

### CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est strictement interdit. Les surveillants et surveillantes se réservent le droit de les confisquer.
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session.
- Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance. La présence d'une information d'identification en dehors du cartouche donnera lieu à un point de pénalité et la page concernée pourra être soustraite de la correction.

**Attention : annexe à rendre obligatoirement en fin d'épreuve même si cette dernière n'a pas été complétée.**

**Fabriquer de l'eau à partir de l'air.**  
*Les deux parties du problème sont largement indépendantes.*

**Toutes les données numériques utiles sont regroupées dans le tableau suivant**, avec une éventuelle approximation dont on pourra se servir lors d'applications numériques. Les candidats feront les arrondis nécessaires pour fournir des résultats numériques à 1 ou 2 chiffre(s) significatif(s), ce dernier point étant laissé à l'initiative du candidat.

- pression atmosphérique :  $P_{atm} = 1 \text{ bar}$
- point triple de l'eau :  $0,01 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $611 \text{ Pa}$
- température d'équilibre du mélange glace/eau liquide sous  $P_{atm}$  :  $0 \text{ }^\circ\text{C}$
- température d'équilibre du mélange eau liquide/vapeur sous  $P_{atm}$  :  $100 \text{ }^\circ\text{C}$
- pression saturante de l'eau à  $27 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $P_{sat} = 3,568 \text{ kPa} \approx 3 \text{ kPa}$
- enthalpie massique de vaporisation de l'eau à  $27 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $\ell_v = 2\,454 \text{ kJ.kg}^{-1} \approx 2 \text{ MJ.kg}^{-1}$
- capacité thermique massique de l'eau vapeur :  $c_{vap} = 1\,850 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1} \approx 2 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$
- capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_\ell = 4\,180 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1} \approx 4 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$
- capacité thermique massique de l'air sec :  $c_a = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$
- masse molaire moléculaire de l'eau :  $M_{eau} = 18 \text{ g.mol}^{-1} \approx 20 \text{ g.mol}^{-1}$
- masse molaire moléculaire de l'air sec :  $M_{air} = 29 \text{ g.mol}^{-1} \approx 30 \text{ g.mol}^{-1}$
- masse volumique de l'air à  $27 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $\mu_{air} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3} \approx 1 \text{ kg.m}^{-3}$
- masse volumique de l'eau à  $27 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $\mu_{eau} = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- capacité thermique massique à pression constante du R134a :  $c_p = 800 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$
- constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1} \approx 10 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$

L'eau est une ressource de plus en plus rare dont la demande devrait s'accroître d'environ 12 % au cours des prochaines années, aussi bien dans les pays émergents que dans les pays développés. Le dérèglement climatique entraîne l'aggravation des périodes de sécheresse et d'inondations, et accentue la raréfaction de l'eau. Nous sommes donc contraints de mettre en place des actions pour permettre un accès à l'eau au plus grand nombre.

Une des solutions est de récupérer l'eau contenue dans l'atmosphère sous forme de vapeur.

*Les Incas étaient capables de collecter la rosée et de la canaliser vers des citernes pour une distribution ultérieure. Certains documents historiques indiquent une utilisation de l'eau collectée à partir de pièges à brouillard. Ces méthodes traditionnelles sont totalement passives, ne nécessitant aucune source d'énergie externe que les variations de température naturelles.*

*De nos jours, nous utilisons des systèmes basés sur le même principe que celui d'un réfrigérateur (ou climatiseur), qui en refroidissant l'air ambiant, permet de condenser sous forme liquide la vapeur d'eau qui y est contenue tel que le « générateur d'eau atmosphérique ».*

Dans tout le problème, les gaz seront supposés parfaits.

L'atmosphère terrestre est assimilée à un mélange composé uniquement d'air et de vapeur d'eau.

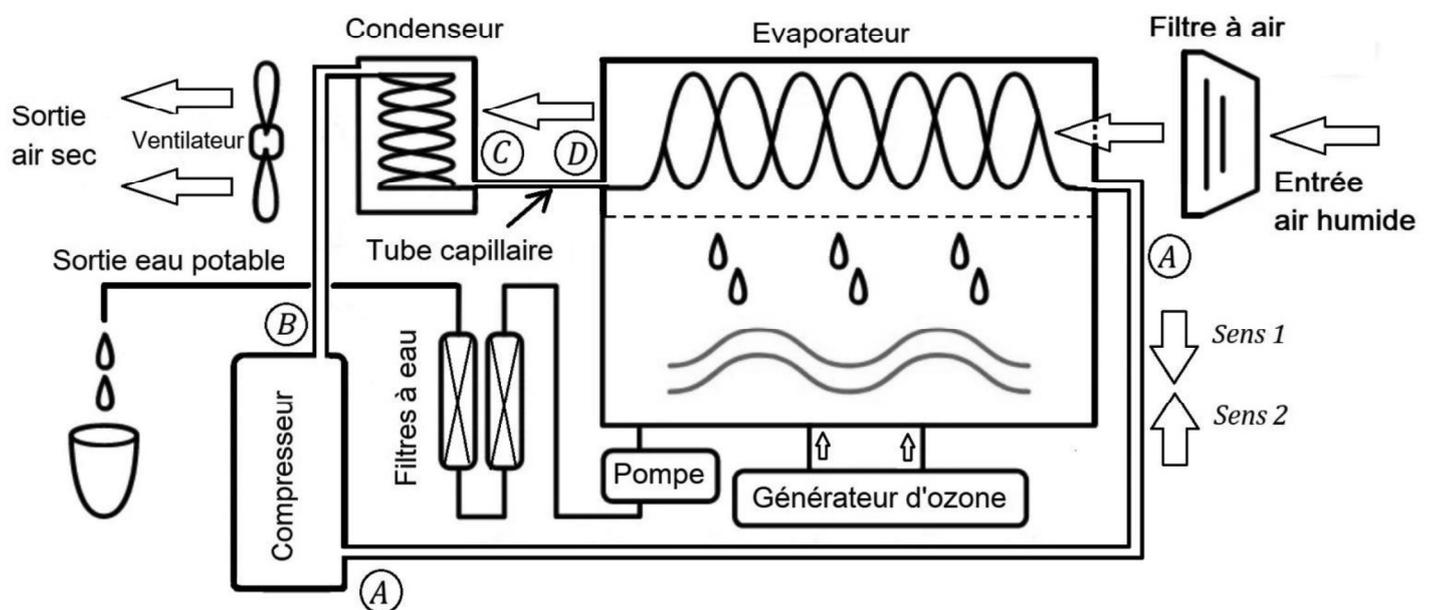
On appellera « air sec » le mélange de dioxygène et de diazote seuls. Sa masse molaire moléculaire est notée  $M_{air}$ .

L'air dit « humide » contient, en plus, de la vapeur d'eau à la pression partielle  $P_{ve}$ . Cette pression partielle varie de 0 (air sec) à une valeur maximale notée  $P_{sat}$  (air humide saturé).

### D) Cycle du fluide réfrigérant dans le système « générateur d'eau atmosphérique »

Voir **Figure 1**.

L'air humide ambiant est aspiré (côté droit) par un ventilateur, cède son eau en passant par l'évaporateur puis ressort (côté gauche) sous forme d'air sec, après avoir traversé le condenseur. L'eau liquide est recueillie dans un réservoir intermédiaire, traitée à l'ozone, puis pompée vers l'extérieur après filtrage.



**Figure 1**

Ce « générateur d'eau atmosphérique » est constitué d'un ensemble d'éléments ayant une structure d'ensemble équivalente à celle d'un réfrigérateur (ou d'un climatiseur).

Ce système comporte donc 4 éléments essentiels traversés par le fluide réfrigérant R314a :

- un compresseur
- un détendeur
- l'échangeur 1 qui extrait de la chaleur du fluide
- l'échangeur 2 qui fournit de la chaleur au fluide

**Q1)** Sur le schéma de principe de la **Figure 1**, seul le compresseur est clairement identifié. Quelles sont les dénominations des 3 autres éléments qui apparaissent sur cette figure ?

On rédigera, en justifiant ses réponses, une phrase du type :

Le détendeur est ..... , l'échangeur 1 est .... , l'échangeur 2 est .... parce que ....

**Q2)** Expliquer brièvement pourquoi le fluide doit circuler obligatoirement dans le sens 1.

**Q3)** Quel est l'intérêt de forcer l'air à traverser le condenseur ? Est-ce aussi le cas dans un réfrigérateur ?

*Dans le compresseur le fluide frigorigène utilisé (R134a) arrive à l'état gazeux sec saturant, sous basse pression réglée à **3 bars** et on considère la compression isentropique. Le diagramme ( $\log P, h$ ) du R134a est fourni en annexe. Il n'y a ni sur-chauffe, ni sous-refroidissement. La haute pression est fixée à **20 bars**.*

*Dans le condenseur, les vapeurs de fluide frigorigène se refroidissent puis le fluide se condense totalement. Les transformations y sont toutes supposées isobares.*

*Le détendeur est constitué d'un tuyau très fin, indéformable, qui ne reçoit pas de chaleur. Le fluide frigorigène s'y vaporise partiellement. La détente est adiabatique.*

*Dans l'évaporateur, le fluide frigorigène s'évapore totalement. Les transformations y sont toutes supposées isobares. L'écoulement du fluide à travers les différents organes est lent et stationnaire.*

**Q4)** Placer, en les reliant et en précisant le sens du cycle décrit, les quatre points A, B, C et D (**Figure1**) sur le diagramme joint en annexe, à rendre avec la copie. On justifiera chaque résultat.

**Q5)** Quelle est la température à l'entrée, puis à la sortie du condenseur ?

**Q6)** Quel est le titre massique en vapeur à la sortie du détendeur ?

**Q7)** Exprimer puis déterminer la valeur numérique du transfert thermique massique, notée  $q_F$ , reçu par le fluide R134a dans l'évaporateur.

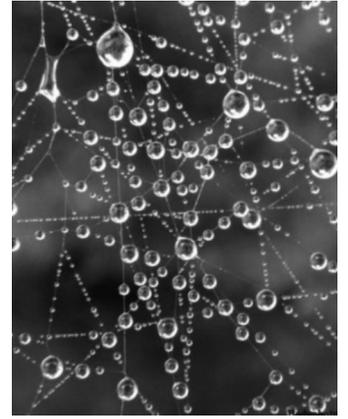
**Q8)** Exprimer puis déterminer la valeur numérique du travail massique indiqué, noté  $w_i$ , reçu par le fluide dans le compresseur.

**Q9)** Exprimer puis calculer le COP (coefficient de performance ou efficacité) de ce « générateur d'eau atmosphérique ».

**Q10)** Comparer cette valeur du COP à celui d'un cycle de Carnot qui fonctionnerait entre une source chaude et une source froide. Expliquer pourquoi il ne serait pas déraisonnable de choisir la température de cette source chaude à environ 30 °C et celle de la source froide autour de 0 °C.  
Conclure.

## II) L'humidité dans l'air

Chacun de nous a déjà pu observer par un matin d'automne un peu frais, ces gouttelettes d'eau de condensation sur une toile d'araignée **Figure 2**.



**Figure 2**

**Q11)** Esquisser le diagramme de phase de l'eau dans le plan P, T (pression en fonction de la température) en y faisant apparaître :

- Les domaines des différentes phases séparées par les courbes d'équilibre
- Le point triple avec ses valeurs numériques
- Le point critique
- Le point d'équilibre liquide-vapeur à la pression de 1 bar

**Q12)** On rappelle l'expression du potentiel chimique pour :

- un gaz parfait (gp) à la température T et la pression P :

$$\mu_{gp}(T,P) = \mu_{gp}^0(T) + RT \ln\left(\frac{P}{P_0}\right), \text{ avec } \mu_{gp}^0(T) \text{ le potentiel standard du gaz parfait à la température } T.$$

- une phase condensée pure (pcp) à la température T :

$$\mu_{pcp}(T,P) = \mu_{pcp}^0(T), \text{ avec } \mu_{pcp}^0(T) \text{ le potentiel standard de la phase condensée à la température } T.$$

En un point quelconque de la courbe de saturation de l'eau à la température T, quelle est la relation entre les potentiels chimiques de l'eau liquide notée  $\mu_{liq}(T)$  et celui de la vapeur d'eau noté  $\mu_{vap}(T)$  ?  
En déduire l'expression de la différence :  $\mu_{liq}^0(T) - \mu_{vap}^0(T)$  en fonction de T et de la pression de vapeur saturante à la température T notée  $P_{sat}(T)$ .

On donne quelques valeurs supplémentaires de  $P_{sat}(T)$  :

T (°C)	100	80	30	10	0
$P_{sat}$ en kPa	100	47	4,3	1,2	0,62

**Q13)** On dispose d'un mélange eau-liquide/eau-vapeur à T = 10 °C et à la pression P = 3,6 kPa. Ce mélange peut-il être en équilibre ?

Que vaut la différence :  $\mu_{liq}(T) - \mu_{vap}(T)$  à T = 10 °C ?

Prévoir l'évolution du système.

*Aide numérique :  $8,314 \times 283 \times \ln(3) \approx 2,6 \cdot 10^3$*

**Q14)** Expliquer maintenant, en termes de potentiels chimiques, pourquoi des gouttes de rosée peuvent se déposer, durant la nuit, sur les toiles d'araignée. Représenter, directement sur votre diagramme de la question Q11, la trajectoire de ce processus.

Calculons maintenant quelques ordres de grandeur à 27 °C pour un système industriel.

**Q15)** Quelle est la masse maximale d'eau « récupérable » dans 1 m<sup>3</sup> d'air humide ?  
En déduire le volume minimal d'air à traiter pour obtenir 1 m<sup>3</sup> d'eau, commentez le résultat obtenu.

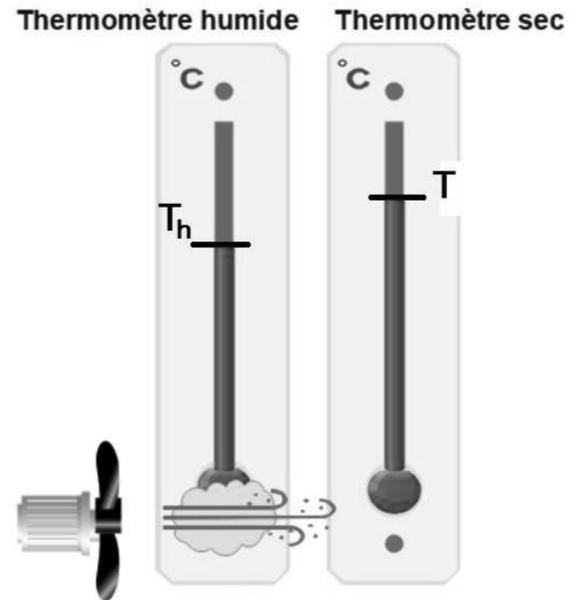
**Q16)**

Pour connaître la quantité maximale d'eau « récupérable » dans un volume donné d'air, il est utile de pouvoir mesurer ce qu'on appelle le « **taux d'humidité** ». Un instrument destiné à mesurer le taux d'humidité est le « **psychromètre** ». Le terme vient du grec « psuchron » signifiant « froid » et « métron » signifiant « mesure ».

Cet appareil, constitué de deux thermomètres, (voir **Figure 3**) permet de mesurer :

- la **température dite sèche** de l'air notée T (appelée aussi "de bulbe sec" par analogie au bulbe du thermomètre) qui définit la température habituelle ou "degré d'agitation moléculaire de l'air".

- la **température humide** de l'air notée T<sub>h</sub> (appelée aussi "de bulbe humide") obtenue par la mesure, à l'aide d'un bout de tissu enveloppé sur l'élément de mesure (bulbe), imbibé d'eau et ventilé pour provoquer l'évaporation de cette eau.



**Figure 3**

Ces deux mesures permettent de définir les caractéristiques de l'air humide.

**Q17)** Expliquer qualitativement pour quelle(s) raison(s) l'évaporation de l'eau implique que l'on ait toujours T<sub>h</sub> ≤ T.

### Définitions des taux d'humidité dans l'atmosphère :

On appelle **taux d'humidité absolu** noté X<sub>a</sub>, pour un volume V donné d'air contenant une certaine quantité de vapeur d'eau, le rapport :

$$X_a = M_{ve}/M_{as}$$
 avec : M<sub>ve</sub>, la masse de vapeur d'eau contenue dans V et M<sub>as</sub>, la masse d'air sec de ce même volume V.

On appelle **taux d'humidité relative** noté X<sub>r</sub>, pour ce même volume V défini précédemment, le rapport :

$$X_r = M_{ve}/M_{vemax}$$
, avec M<sub>vemax</sub> la quantité maximale d'eau sous forme de vapeur pouvant être contenue dans ce volume V à la température T. Cette grandeur est surtout utile pour qualifier le « confort climatique » des personnes qui vivent dans cette atmosphère humide.

L'atmosphère est à la température T et la pression P. On note P<sub>sat</sub> est la pression de vapeur saturante pour cette même température T et P<sub>ve</sub> est la pression partielle de vapeur d'eau.

On notera δ le rapport des masses molaires moléculaires :  $\delta = M_{eau}/M_{air}$ .

**Q18)** Exprimer  $X_a$  uniquement en fonction de  $P$ ,  $P_{ve}$  et  $\delta$ .

En déduire que le taux d'humidité absolu de l'air saturé est :

$$X_{as} = \frac{\delta}{\frac{P}{P_{sat}} - 1} \quad \text{Quelle est la valeur de } X_{as} \text{ à } 27^\circ\text{C} ?$$

**Q19)** Exprimer  $X_r$  uniquement en fonction de  $P_{ve}$  et  $P_{sat}$  d'une part, puis uniquement en fonction de  $X_a$ ,  $P$ ,  $P_{sat}$  et  $\delta$  d'autre part.

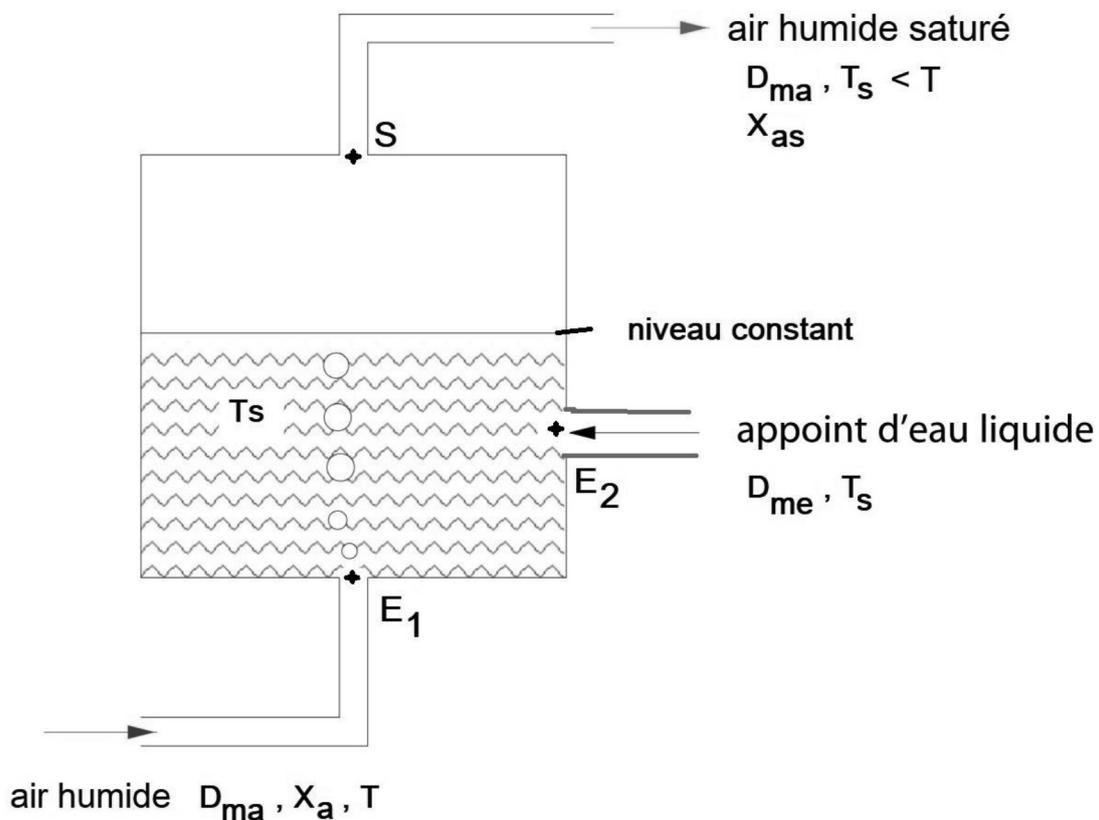
Faire l'application numérique pour  $X_a$  et  $X_r$  lorsque l'on a 10 g de vapeur d'eau contenue dans 1 m<sup>3</sup> d'air.

On va maintenant s'attacher à montrer que la mesure de  $T$  et de  $T_h$  permet d'accéder au taux d'humidité  $X_a$  et par conséquent également à  $X_r$ . Pour cela, on modélise le psychromètre par le système simplifié et idéalisé de la **Figure 4** qui permettra de trouver la relation recherchée. Toutes les transformations sont supposées être isobares, à la même pression  $P$ .

De l'air humide, au taux d'humidité absolu  $X_a$ , à la température  $T$  est injecté dans un récipient calorifugé contenant de l'eau liquide pure à température constante  $T_s$ .

Cet air humide va par conséquent se saturer en eau et aura un taux d'humidité absolu  $X_{as}$  en sortie.

Pour maintenir constant le niveau d'eau, on injecte de l'eau liquide pure à la même température  $T_s$  avec un débit massique  $D_{me}$ . On note  $D_{ma}$  le débit massique **d'air sec** à l'entrée qui sera donc identique au débit **d'air sec** en sortie par conservation de la quantité de matière de l'air sec.



**Figure 4**

**Q20)** En utilisant la définition de  $X_a$ , exprimer le débit massique de vapeur d'eau entrant en A, noté par  $D_{mve}$ , en fonction de  $X_a$  et  $D_{ma}$ .  
Effectuer ensuite un bilan de matière, **uniquement sur l'eau**, en régime permanent, et en déduire une relation simple entre  $X_a$ ,  $X_{as}$ ,  $D_{ma}$  et  $D_{me}$ .

**Q21)** Rappeler le 1<sup>er</sup> principe pour un système ouvert (ou 1<sup>er</sup> principe industriel), à plusieurs entrées et sorties, écrit en puissance.

*Nous allons maintenant utiliser ce principe pour trouver une relation liant  $X_a$  et  $\Delta T = T - T_s$  indépendamment des débits d'air et d'eau, avec les conventions et notes ci-dessous.*

**Rappel des notations et simplifications :**  $c_{vap}$ ,  $c_\ell$ ,  $c_a$ ,  $\ell_v(T)$  : respectivement capacité thermique **massique** de la vapeur d'eau, de l'eau liquide, de l'air sec et enthalpie massique de vaporisation de l'eau à la température T. On admettra pour simplifier que les 3 grandeurs :  $c_{vap}$ ,  $c_\ell$  et  $c_a$  sont indépendantes de la température.

**Conventions :** On prendra comme état de référence et donc une valeur d'enthalpie massique nulle pour l'eau liquide à 0 °C et l'air sec gazeux à 0 °C. On convient de noter «  $h_i$  » la variation d'enthalpie massique entre l'état de référence et un état quelconque d'un constituant « i », ce qui permet d'adopter la définition simplifiée :  $h_i =$  enthalpie massique du constituant « i ».

**Q22)** Exprimer l'enthalpie massique de l'air sec, notée  $h_a$ , en fonction de T (en °C) et des données. Faire de même avec l'eau liquide (notée  $h_{el}$ ).

**Q23)** Montrer que l'enthalpie massique de l'eau sous forme de vapeur est égale à :

$$h_{ve} = 27(c_\ell - c_{vap}) + \ell_v(27\text{ °C}) + c_{vap}T, \text{ avec } T \text{ en } \text{°C}.$$

**Q24)** Appliquer le principe énoncé question 21 au modèle simplifié du psychromètre représenté Figure 4 pour trouver l'expression recherchée de  $X_a$ . En négligeant les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur, montrer que :

$$X_a = \frac{AX_{as} - B\Delta T}{A + D\Delta T}$$

Expliciter les constantes A, B et D en fonction des capacités thermiques massiques, de  $T_s$  et de  $\ell_v(27\text{ °C})$ .

**Q25)** En prenant par exemple  $T_s = 17\text{ °C}$  et  $\Delta T = 10\text{ °C}$ , comparer les ordres de grandeur des différents termes apparaissant dans l'expression de  $X_a$ , puis montrer que :

$$X_a \approx X_{as} - \frac{c_a}{\ell_v(27\text{ °C})} \Delta T$$

**Q26)** Calculer la valeur numérique de  $X_a$  pour  $T = 27\text{ °C}$ , si  $\Delta T = 10\text{ °C}$ .

Fin de l'énoncé



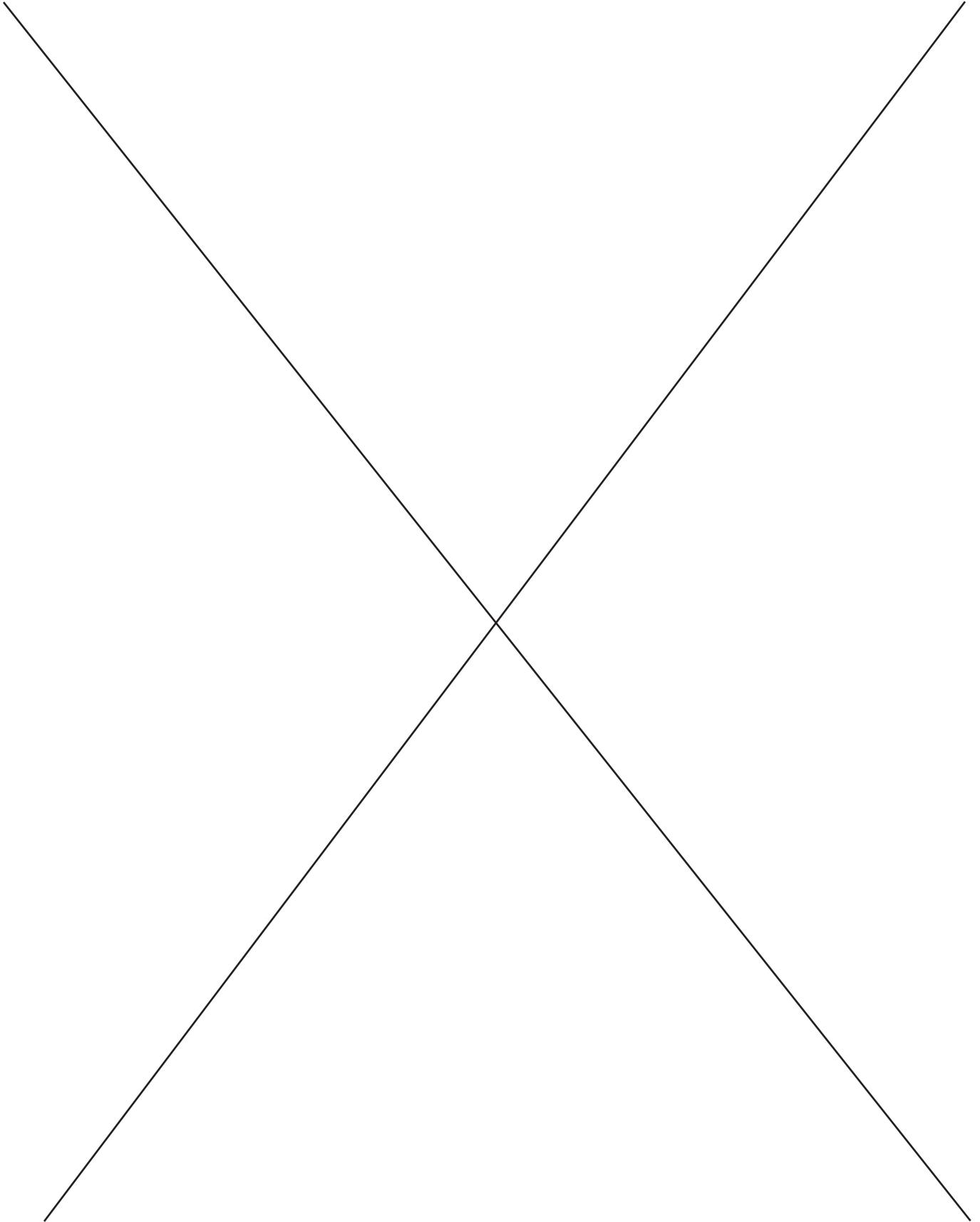


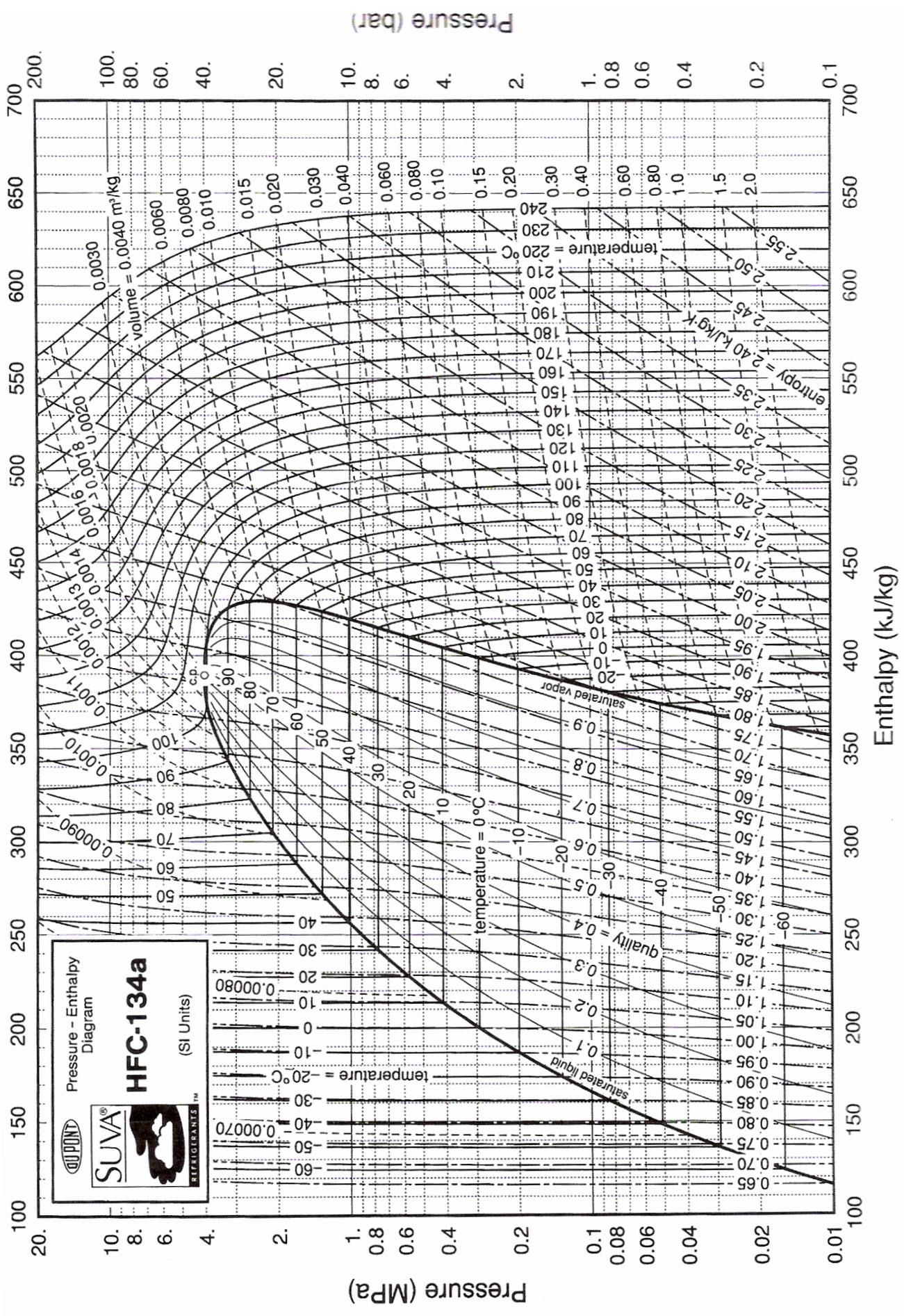






**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**






**SUVA**  
 REFRIGERANTS™  
**HFC-134a**  
 (SI Units)

Pressure - Enthalpy Diagram

0.00070

0.00080

temperature = -20 °C

temperature = 0 °C

quality = 0.4

saturated vapor

saturated liquid

volume = 0.0040 m³/kg

0.0060

0.0080

0.010

0.015

0.020

0.030

0.040

0.060

0.080

0.10

0.15

0.20

0.30

0.40

0.60

0.80

1.0

1.5

2.0

2.55

2.50

2.45

2.40

2.35

2.30

2.25

2.20

2.15

2.10

2.05

2.00

1.95

1.90

1.85

1.80

1.75

1.70

1.65

1.60

1.55

1.50

1.45

1.40

1.35

1.30

1.25

1.20

1.15

1.10

1.05

1.00

0.95

0.90

0.85

0.80

0.75

0.70

0.65

0.60

0.55

0.50

0.45

0.40

0.35

0.30

0.25

0.20

0.15

0.10

0.05

0.04

0.03

0.02

0.015

0.010

0.008

0.006

0.004

0.002

