



Epreuve de Physique A

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

AVERTISSEMENT

Le problème comporte néanmoins un certain nombre d'applications numériques, dont le caractère révèle une certaine importance pour la compréhension de l'ensemble.

Ce sujet est constitué de 6 parties quasiment indépendantes les unes des autres, mais il est conseillé de lire l'énoncé dans l'ordre pour mieux comprendre comment fonctionnent les systèmes étudiés. Tout résultat donné dans l'énoncé peut être utilisé par le candidat pour répondre aux questions suivantes.

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

PREMIERS INSTRUMENTS ELECTRONIQUES

Le sujet s'intéresse aux différents organes d'instruments de musique dans lesquels le musicien crée des signaux électriques pour engendrer in fine à partir de ceux-ci des ondes sonores perçues par les auditeurs. Le problème étudie les transformations des signaux et leurs interactions au fur et à mesure de leur cheminement dans le montage électrique.

Nous allons nous intéresser à deux instruments de musique qui sont les ancêtres des instruments électroniques et qui sont encore utilisés de nos jours pour leur musicalité particulière : le thérémine et les ondes Marthenot, présentés en concert à Paris respectivement en 1927 et 1928. Tous les deux utilisent l'effet hétérodyne découvert en 1917. Nous étudierons essentiellement un thérémine.

Aucune connaissance relative aux ondes sonores n'est requise. Les documents 2 et 3 donnent les informations nécessaires.



Figure 1 - Thérémine

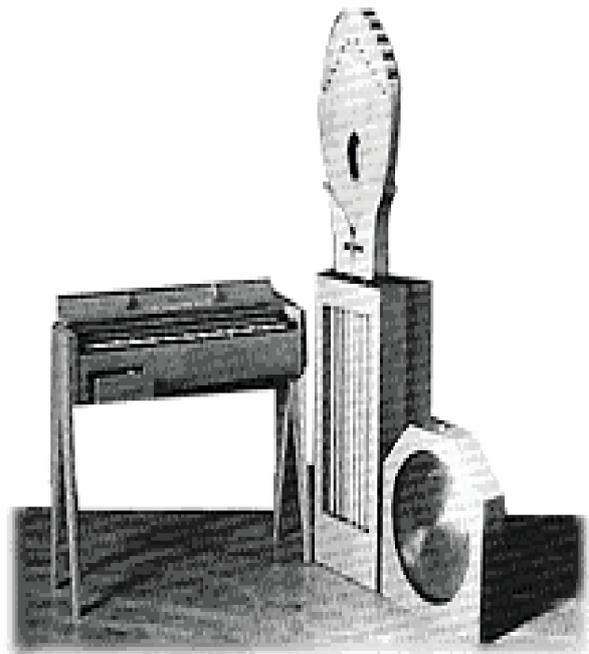


Figure 2 - Ondes Marthenot

Document 1 : description des deux instruments

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la

main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (**figure 1**). La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

Dans les ondes Marthenot (**figure 2**) un oscillateur est relié à un faux clavier, qui sert de repère visuel, et à un ruban mobile avec anneau qui modifie l'électronique intérieure donc la note. Dans un tiroir se trouvent des touches pour régler la forme des signaux, pour introduire des filtres d'effet et enfin pour choisir parmi 4 diffuseurs (1 haut-parleur classique, 1 résonateur à ressorts, un haut-parleur sur lequel sont tendues douze cordes accordées chromatiquement et 1 gong métallique mobile motorisé). L'instrument a « une étendue presque illimitée, une puissance formidable et une douce subtilité » (selon Darius Milhaud) et permet des rendus sonores allant de la scie musicale à l'orgue en passant par la voix humaine. Actuellement il existe plus de 3000 pièces écrites pour ondes Marthenot dans le répertoire classique. Sa forme moderne « ondéa » est souvent préférée au synthétiseur.

Dans les deux instruments les électrons « obéissent » à l'exécutant et jouent le rôle de l'anche d'un instrument à vent ou de la corde d'un instrument à corde. Dans les thérémines de concert ou pour les ondéa, on utilise encore pour réaliser l'amplification des tubes à vide (lampes) plutôt que des montages à transistor car les mélomanes en préfèrent la musicalité.

Document 2 : caractéristiques des sons : hauteur et intensité

La hauteur d'un son est la fréquence du fondamental. Les harmoniques décroissants avec le rang participent au son global. L'oreille perçoit la hauteur même si le fondamental est quasi-inexistant !

Mais il y a un lien avec la durée aussi car l'oreille possède une constante de temps mécanique et la durée limite en dessous de laquelle le son est perçu comme un bruit est 5 ms.

Le « la₃ » ou La du diapason est un son de fréquence 440 Hz.

Une octave correspond à la multiplication par 2 de la fréquence.

Le timbre est lié à la composition spectrale (présence, durée et importance des harmoniques) et même l'oreille la moins exercée distingue facilement le timbre d'un instrument.

Intensité sonore

On obtient des effets musicaux en jouant certaines notes de manière plus intense que d'autres.

Le son est généralement restitué par un haut-parleur qui transforme un signal électrique en son.

L'intensité du son est une fonction croissante de l'amplitude du signal électrique.

Les deux instruments s'appuient sur l'effet hétérodyne pour engendrer la fréquence audible.

Document 3 : audibilité

L'oreille humaine moyenne est sensible aux sons dont la fréquence est dans le domaine]20 Hz, 20 kHz[. Le domaine audible correspond à 10 octaves ($10^3 \sim 2^{10}$). Un son grave est un son de basse fréquence, un son aigu de haute fréquence

Partie I : contrôle de la tonalité du son émis par le théremine (15% du barème)

On donne $\sin(a) \cdot \sin(b) = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$

L'effet hétérodyne est l'exploitation de deux signaux s_1 et s_2 , de fréquence f_1 et f_2 très élevées inaudibles, du domaine des radiofréquences et dont la différence produit une vibration de fréquence audible. L'oscillateur électrique local crée le signal électrique de fréquence f_2 stable et l'instrumentiste engendre le signal électrique de fréquence f_1 . Un « mélangeur » ou multiplieur crée la multiplication des deux signaux $s = k \cdot s_1 \cdot s_2$ avec un coefficient k réel.

I-1-a- On dispose de deux signaux harmoniques : s_1 de fréquence $f_1 = 80,440$ kHz et s_2 de fréquence $f_2 = 80,000$ kHz. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?

I-1-b- On envoie ces signaux à l'entrée du multiplieur. Préciser quel est le spectre en fréquence du signal de sortie du multiplieur. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?

I-2- Pourquoi faut-il placer un filtre en sortie du multiplieur ? Quelle doit être la nature de celui-ci ?

I-3- On suppose que le circuit oscillant local est un circuit série contenant une bobine idéale d'inductance L_0 et un condensateur de capacité C_0 (**figure 3**).

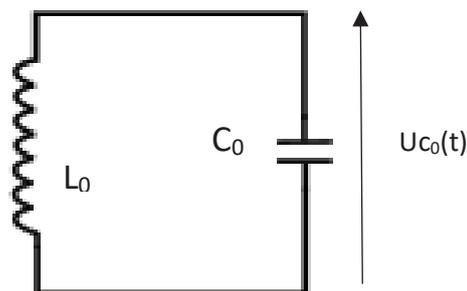


Figure 3 - circuit oscillant

I-3-a- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $U_{C_0}(t)$ aux bornes du condensateur.

I-3-b- Quelle est la forme mathématique de la solution $U_{C_0}(t)$?

I-3-c- En déduire la relation qui lie la fréquence propre du circuit f_2 aux grandeurs L_0 et C_0 ?

I-4- Dans le schéma-bloc partiel d'un thérémine donné ci-dessous (**figure 4**) retrouver les éléments qui correspondent à cet effet hétérodyne et indiquer où est le signal électrique de fréquence « audible ».

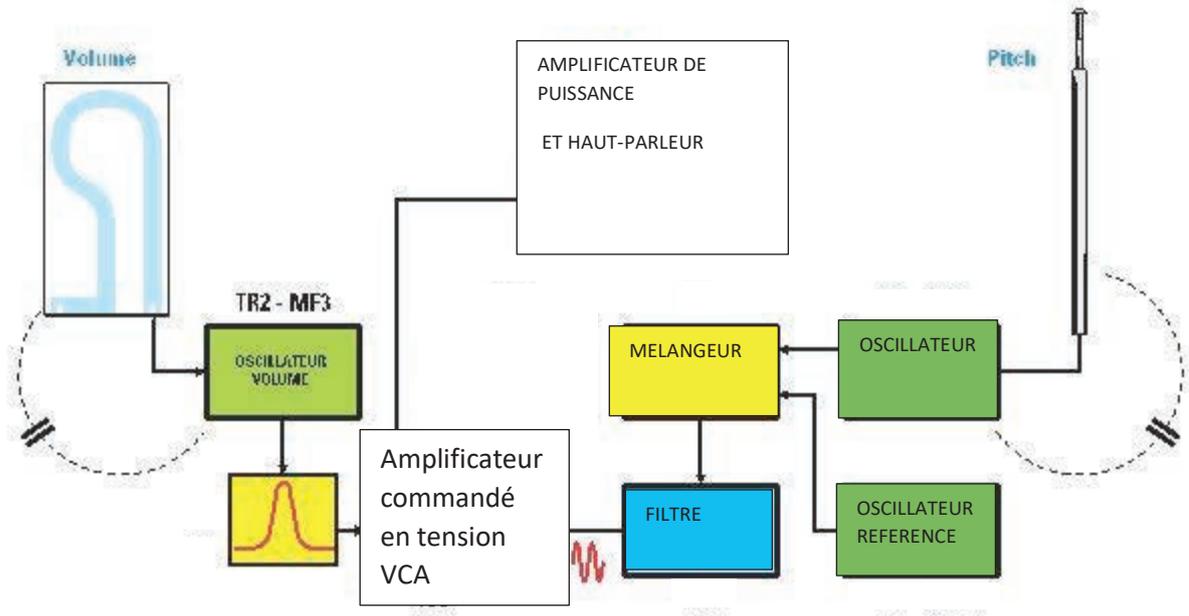


Figure 4 - Schéma-bloc A fonctionnel d'un thérémine

I-5- L'antenne de tonalité (pitch) est reliée à un circuit oscillant (L_0, C_0) identique à celui décrit en I-1-3. Le caractère conducteur du corps humain de l'instrumentiste fait que l'ensemble (antenne de tonalité, main droite en face) revient à placer un condensateur de capacité C_{h1} (**figures 4, 5 et 6**) en parallèle sur le condensateur de capacité C_0 . De même l'antenne de volume introduit une capacité en parallèle sur son circuit électrique C_{h2} (**figures 4, 5 et 6**).

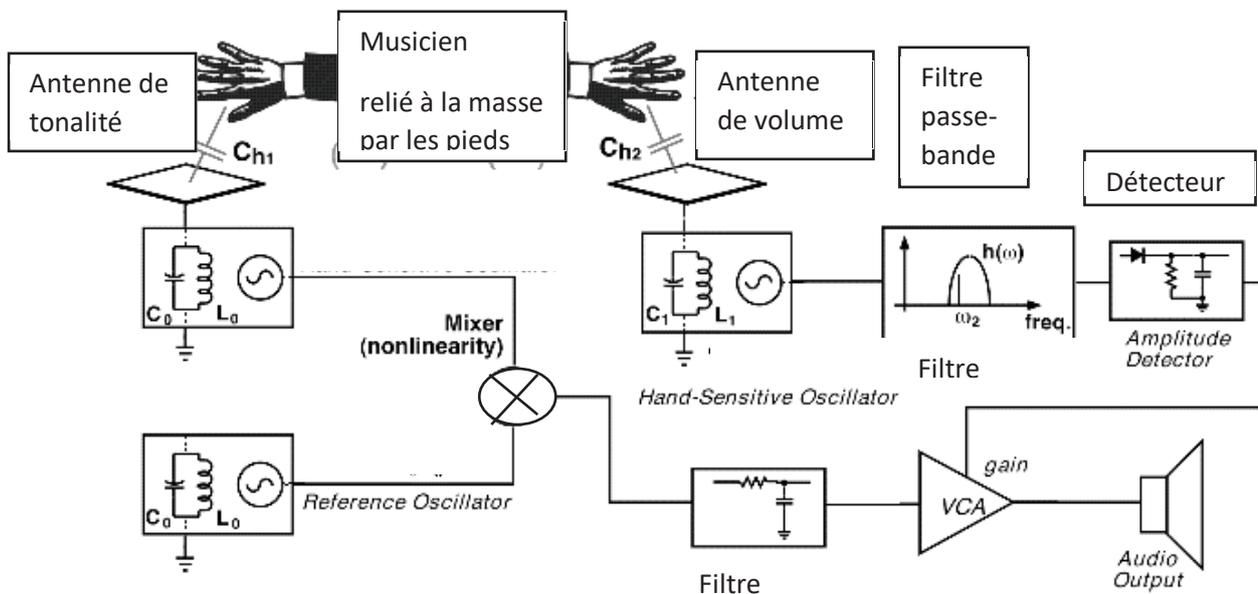


Figure 5 - Schéma-bloc B d'un thérémine

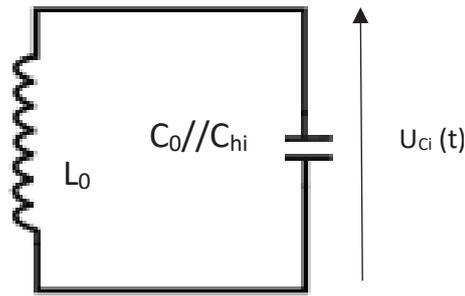


Figure 6 - circuit oscillant des antennes de volume ou de tonalité

I-5-a- Déterminer la fréquence f_1 du signal engendré.

I-5-b- Quel est le spectre de fréquence du signal $u(t)$ qui sort du « multiplieur » exprimé en fonction de L_0 , C_0 et C_{h1} ? Comment choisir la fréquence de coupure du filtre qu'on applique à ce signal électrique $u(t)$?

I-6- On s'intéresse au filtrage du signal $u(t)$. On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C dont le montage est celui du schéma de la **figure 7**.

I-6-a- Etablir la fonction de transfert $T(jf)$. Quelle est la nature du filtre ? Exprimer la fréquence de coupure f_c du filtre à -3 dB en fonction de R et C .

I-6-b- On a une capacité $C = 0,01 \mu\text{F}$, quelle résistance proposez-vous de placer dans le circuit pour isoler la fréquence audible ?

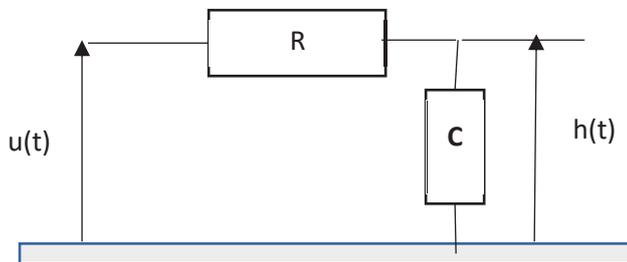


Figure 7 - montage R,C

I-7- Pour déterminer le lien entre la capacité C_{h1} et la position de la main droite, on mesure sur un thérimètre la fréquence f du signal $h(t)$ de sortie du filtre en fonction de la distance x de la main droite à l'antenne en essayant de maintenir la même « forme » de la main. On obtient les valeurs du **tableau 1** ci-dessous.

f en Hz	40	55	110	220	440	880	1760
x en cm	74	58	44	32	20	8	1

Tableau 1

A quelle distance doit-on se placer pour obtenir un signal électrique $h(t)$ de même fréquence que le « La₃ » ? Indiquer, sans faire de calculs, quel est le lien entre x et $\log f$ pour $10 \text{ cm} < x < 44 \text{ cm}$. On rappelle que $\log(2X) = \log(X) + 0,3$ et on suppose que dans ce domaine le lien entre x et $\log(x)$ est une fonction affine.

I-8- Le son qui sort du haut-parleur a la même fréquence que le signal $h(t)$. Rendra-t-on le son plus grave en rapprochant la main droite ou en l'éloignant de l'antenne ? Combien d'octaves couvre ce thérimètre ? De combien doit-on avancer la main pour que la note se déplace d'une octave ?

Partie II : contrôle du volume ou intensité du son émis

L'antenne de volume est reliée à un circuit oscillant constitué d'un condensateur de capacité C_1 et d'une bobine idéale d'inductance L_1 (figures 4 et 5). La main gauche de l'instrumentiste, proche de l'antenne de volume, introduit un condensateur de capacité C_{h2} en parallèle sur C_1 (figure 6). La valeur de la capacité C_{h2} dépend de la position de la main gauche.

Le signal provenant de l'antenne de volume $v(t)$ doit subir un traitement pour pouvoir contrôler l'amplification du signal de tonalité $h(t)$. On convertit le signal $v(t)$ en une tension continue S dont l'amplitude dépend de la fréquence f' de $v(t)$. On a ainsi constitué un convertisseur fréquence-tension.

A- Filtrage passe-bande (20% du barème)

II-A-1- A partir du schéma bloc (figure 5) indiquer les étapes successives qui correspondent à la transformation décrite ci-dessus. Quelle est la fréquence f' du signal $v(t)$ pour une position de la main gauche qui correspond à C_{h2} ?

II-A-2- Pour opérer le filtrage on a une série de 4 « boites » dont on peut voir les composants et leur montage. Les ALI seront toujours supposés idéaux et fonctionnant dans leur domaine de linéarité.

II-A-2-a- Indiquer sans calculs (en utilisant les équivalents d'une capacité en haute fréquence et en basse fréquence) parmi les différents montages présentés ci-dessous (figure 8) lesquels réalisent un filtre passe-bande.

II-A-2-b- Parmi ceux que vous avez sélectionnés, pourquoi celui dans lequel est placé un ALI est-il plus intéressant ? Par la suite on utilisera ce montage noté M.

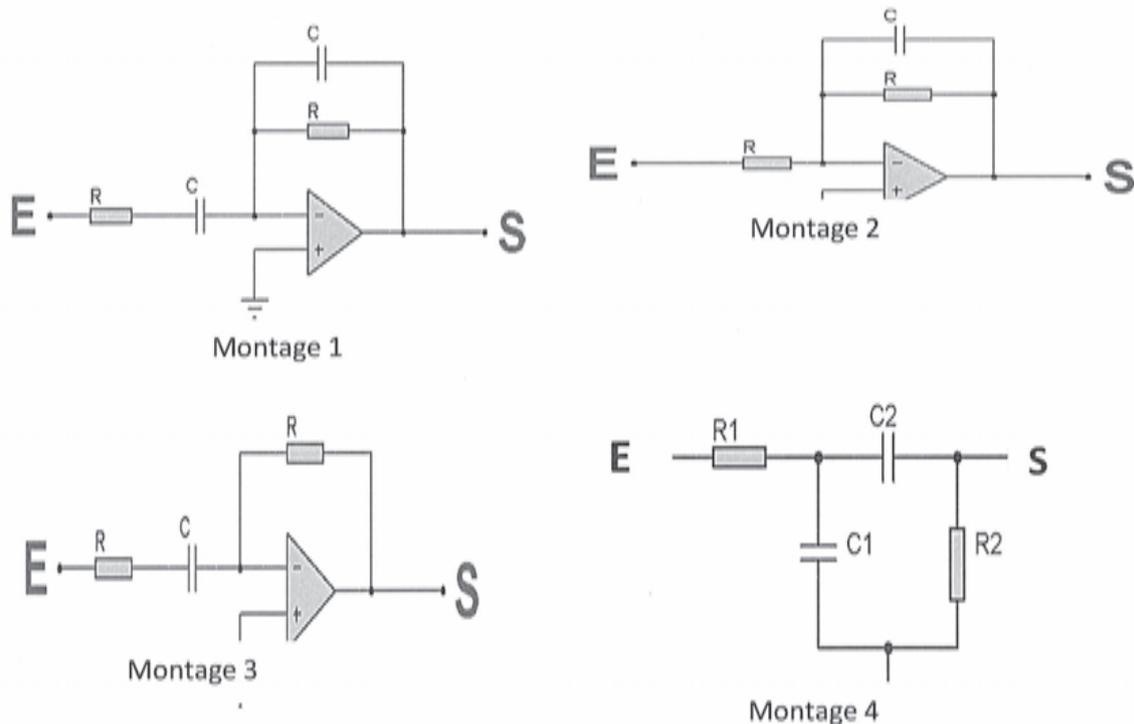


Figure 8 – Filtres (E est la borne d'entrée et S la borne de sortie)

II-A-3- Dans les représentations ci-dessous (**figure 9-a, figure 9-b et figure 9-c**), indiquer quel est le diagramme qui peut correspondre au montage M.

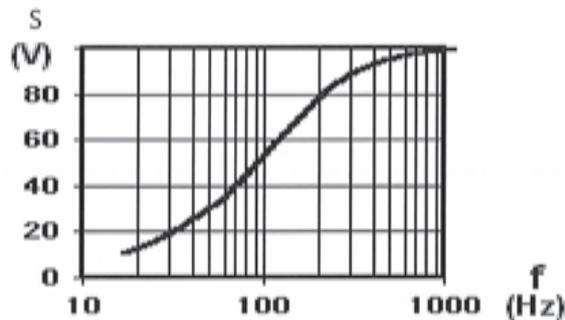


Figure 9-a

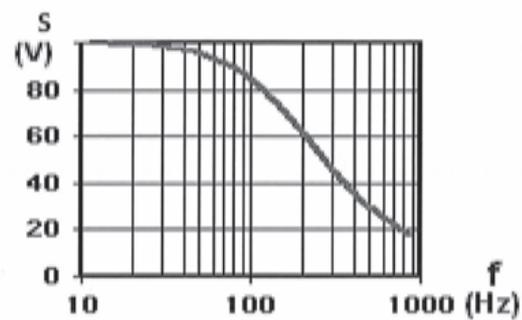


Figure 9-b

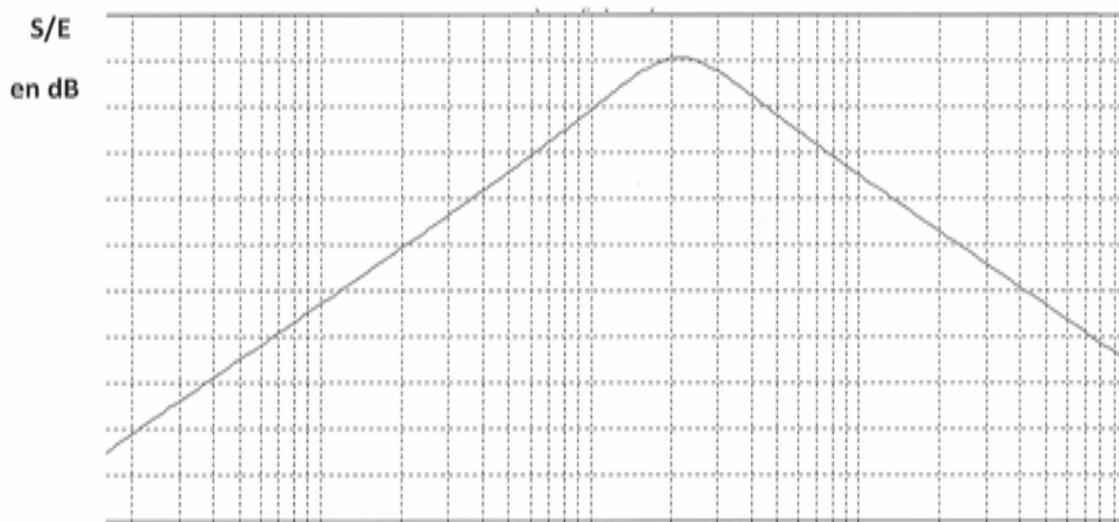


Figure 9-c

II-A-4- On rappelle que la fonction de transfert d'un filtre passe-bande du second ordre s'écrit sous la forme canonique suivante :

$$H(jf) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}$$

II-A-4-a- Que représentent les grandeurs H_0 , Q et f_0 ?

II-A-4-b- Rappeler la définition des pulsations de coupure à -3 dB. En déduire que la largeur de bande passante vaut $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$.

II-A-5- Montrer que la fonction de transfert du montage M est bien de cette forme et établir les valeurs des caractéristiques H_0 , Q et f_0 du filtre M.

II-A-6- On suppose que le déplacement de la main gauche fait varier la capacité introduite par l'antenne de volume de la valeur $C_m = C_1 + C_{h2min} = 81$ pF à la valeur $C_M = C_1 + C_{h2max} = 100$ pF. Exprimer la valeur du facteur de qualité Q du filtre en fonction de C_M et C_m , en admettant que la fréquence de résonance f_0 est au milieu de la bande passante. Calculer sa valeur numérique.

B-Détection de l'amplitude (20% du barème)

On reprend ci-dessous (**figure 10**) le détecteur qui figure dans le schéma-bloc B de la **figure 5**.

Le composant D est un dipôle passif fonctionnant comme un interrupteur K commandé par la tension $U = e - S$.

-Si $U < 0$, l'interrupteur K est ouvert (courant électrique i nul), D est à l'état bloqué.

-Si $U = 0$, l'interrupteur K est fermé, un courant électrique circule de E vers S (sens passant), D est à l'état passant

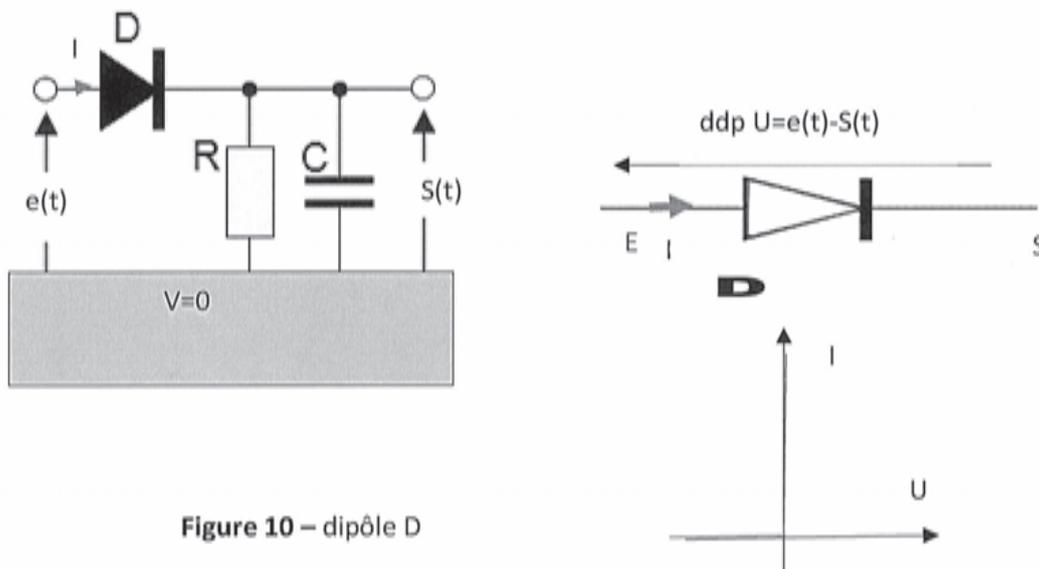


Figure 10 – dipôle D

II-B-1- Un signal sinusoïdal de période T' de la forme $e(t) = E_{max} \sin(2\pi f't)$ avec $E_{max} > 0$ est branché en entrée à l'instant $t = 0$, le condensateur étant déchargé et la sortie étant « ouverte » (impédance de charge infinie).

II-B-1-a- Quel est l'état 1 (passant ou bloqué) du dipôle D juste après le branchement ? Dessiner un schéma électrique équivalent.

II-B-1-b- Tant que le dipôle D reste dans le même état 1, quel est le lien entre $e(t)$ et $S(t)$ et quelle est l'expression de l'intensité $I(t)$ qui traverse le dipôle en fonction de $e(t)$, R et C ?

II-B-1-c- A quel instant θ_1 , le dipôle D change-t-il d'état pour la première fois ? A quelle condition sur RC peut-on confondre θ_1 avec $T'/4$? On suppose par la suite que cette condition est respectée.

II-B-2- Pour $t > \theta_1 = T/4$, le dipôle D change d'état passant de 1 à 2. Dessiner le schéma équivalent. A quelle équation différentielle obéit le signal $s(t)$ pour $t > \theta_1 = T/4$ tant que le dipôle est à l'état 2? Donner sa solution tant que le dipôle reste à l'état 2.

II-B-3- Représenter sur une même figure la tension $e(t)$ et la tension $S(t)$ pour $t < 5T/4$. Représenter sur la figure l'instant θ_2 auquel D sera de nouveau à l'état 1.

II-B-4- A quel régime permanent aboutit-on pour $t > T/4$? En déduire que le signal de sortie $S(t)$ est un signal quasi-continu S dont on donnera la valeur.

II-B-5- Le signal $v(t) = V_{\max} \sin(2\pi f't)$ est le signal d'entrée du filtre M c'est-à-dire le signal électrique engendré par l'instrumentiste avec sa main gauche. Le signal de sortie de ce filtre passe bande M est $e(t) = E_{\max} \sin(2\pi f't)$.

II-B-5-a- A partir de la fonction de transfert de la question II-A-4, expliciter E_{\max} en fonction de f' , V_{\max} , H_0 , Q et f_0 .

II-B-5-b- Quelle est l'expression approchée quand la fréquence f' est voisine de f_0 ?

II-B-5-c- Expliciter ce que vaut $S(f')$ en fonction de V_{\max} , H_0 , Q et f_0 .

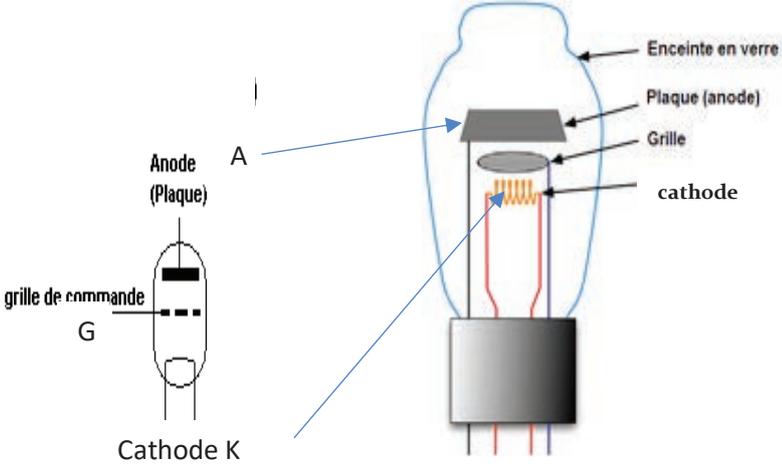
II-B-6- Serait-il plus intéressant de placer un ALI en sortie et/ou en entrée du montage schématisé **figure 10** ?

Partie III : modulation de l'amplitude d'un signal électrique par une lampe triode (9% du barème)

Une triode (**figure 11**) est un composant électronique formé d'une ampoule à vide dans laquelle sont insérées trois électrodes : une cathode K maintenue à un potentiel nul, une anode A (plaque) portée à un potentiel U_A positif et une grille G portée à un potentiel U_G négatif. A l'aide d'un dispositif annexe non représenté, on porte la cathode K à une température suffisante pour qu'elle émette des électrons.

Un générateur idéal de f.e.m U alimente la branche de l'anode.

Figure 11- lampe triode



Le montage utilisant la triode est donné figure 12.

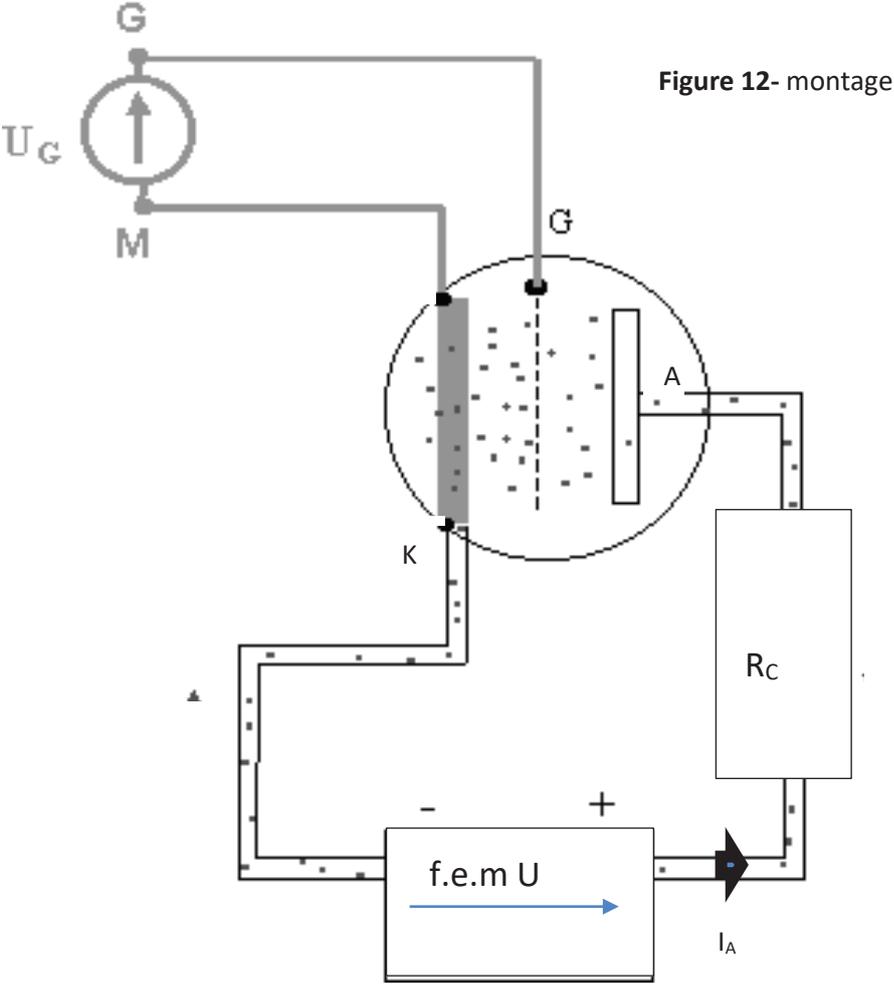


Figure 12- montage

Le réseau des caractéristiques de fonctionnement de la triode est représenté **figure 13**. On a représenté les courbes de l'intensité I_A en fonction du potentiel de l'anode U_A , pour une valeur fixée du potentiel de grille U_G .

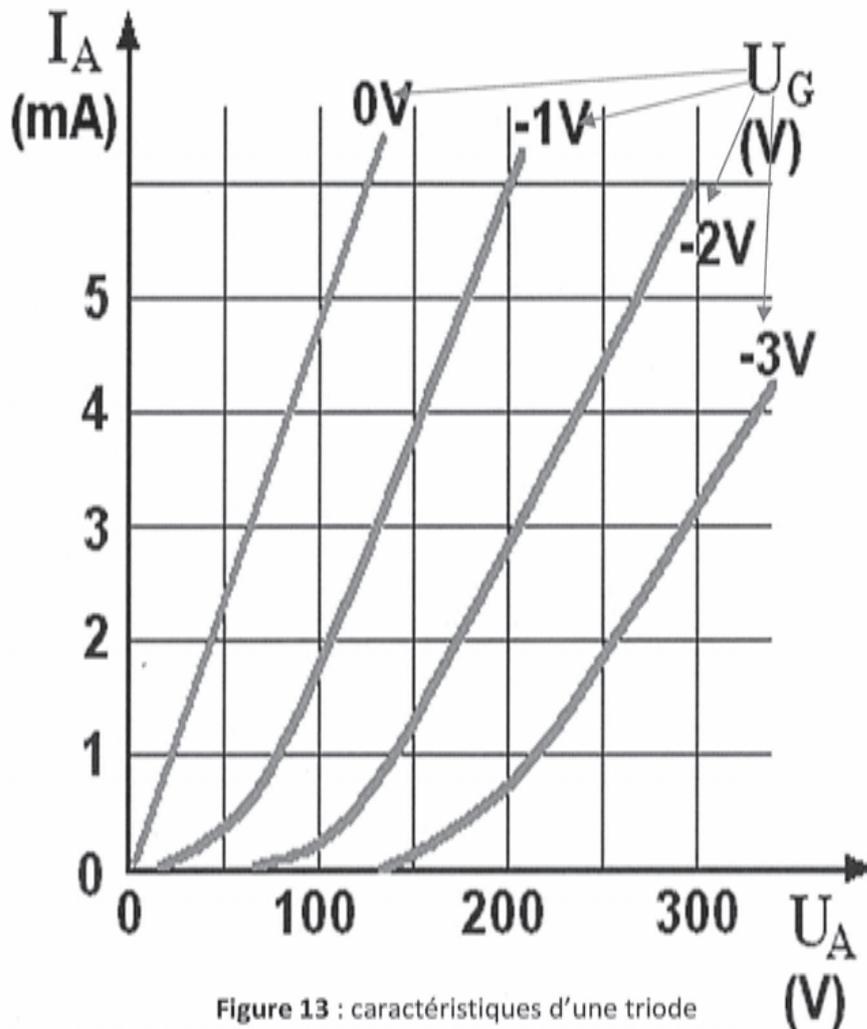


Figure 13 : caractéristiques d'une triode

A- Point de fonctionnement de la triode :

On appelle point de fonctionnement F le point de coordonnées (I_A, U_A) qui correspond à un triplet de valeurs (I_A, U_A, U_G) .

III-A-1- Fonctionnement statique :

La partie utile correspond aux situations dans lesquelles les caractéristiques tracées en **figure 13** peuvent être approchées par une loi affine $I_A = G.U_A + b$. Le **tableau 2** ci-dessous indique les valeurs de G pour un potentiel de la grille donné.

Potentiel U_G (V)	0	-1	-2	-3
Coefficient G (S)	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$

Tableau 2

III-A-1-a- On fixe la fem du générateur à la valeur $U_0 = 300 \text{ V}$: faire apparaître sur le graphe le point de fonctionnement F_0 qui correspond à $I_{A0} = 2,9 \text{ mA}$ et à $U_G = -1 \text{ V}$ et en déduire les valeurs du potentiel U_A et de la résistance de charge R_C .

III-A-1-b- A quelle valeur de U_G correspond le point de fonctionnement F_0 ($I_A = 2,9 \text{ mA}$, $U_A = 150 \text{ V}$) ?

III-A-2- Fonctionnement dynamique :

En fonctionnement dynamique, le potentiel de grille reste fixée à $U_G = -1 \text{ V}$ mais la f.e.m $U(t)$ du générateur est la somme d'une composante statique de valeur U_0 fixant le point de fonctionnement F_0 et d'une composante dynamique $h(t)$ fonction du temps soit $U(t) = U_0 + h(t) = U_0 + h_{\max} \sin(2\pi ft)$ avec $h_{\max} \ll U_0$.

Sous l'action du signal variable $U(t)$, le point de fonctionnement F se déplace autour de F_0 . L'amplitude h_{\max} étant faible, on considère que $h(t)$ est une petite variation δU de U engendrant une petite variation δi de l'intensité I_A qui circule dans le circuit.

III-A-2-a- Comment se déplace le point de fonctionnement autour de F_0 ?

III-A-2-b- Montrer que la différence de potentiel aux bornes de la résistance de charge R_C (**figure 12**) est $U_R = U_{0R} + U_{\max R} \sin(2\pi ft)$ avec $U_{\max R} = h_{\max} \frac{GR_C}{1+GR_C}$.

III-A-3- On s'intéresse à la partie variable de U_R . On admet que la loi $U_{\max R} = h_{\max} \frac{GR_C}{1+GR_C}$ reste valable avec la valeur de G qui dépend de la valeur du potentiel de la grille U_G . Pour augmenter l'amplitude du signal $U_{\max R}$ doit-on augmenter ou diminuer U_G ?

B- Application au thérémine

La main droite de l'instrumentiste crée, après traitement, le signal de tonalité appliqué à la triode $U(t) = U_0 + h(t) = U_0 + h_{\max} \sin(2\pi ft)$ correspondant à la note de fréquence f .

La main gauche de l'instrumentiste crée, après traitement, la différence de potentiel continue S étudiée **question II-B-5-c** qui est appliquée, après passage par un inverseur, sur la grille de la triode

III-B-1- Pour augmenter la hauteur de note, l'instrumentiste doit-il déplacer sa main droite ou sa main gauche ? Pour augmenter la hauteur de note, l'instrumentiste doit-il approcher ou éloigner sa main de l'antenne ?

II-B-2- Pour donner plus de volume à la note jouée, c'est-à-dire augmenter son intensité, l'instrumentiste doit-il déplacer sa main droite ou sa main gauche ? Pour donner plus de volume à la note jouée, l'instrumentiste doit-il approcher ou éloigner sa main de l'antenne ?

Partie IV : transformation d'un signal électrique en son : Les haut-parleurs (9% du barème)

Un câble coaxial relie le signal électrique de sortie des amplificateurs $s(t)$ de fréquence f et d'amplitude s_{\max} avec le transducteur électromécanique qu'est le haut-parleur.

IV-1- Les ondes de tension dans le câble coaxial se déplacent avec une célérité $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹. Si le cablage de la sortie de l'amplificateur nécessite une longueur de câble de 10 m, doit-on tenir compte du phénomène de propagation.

Un haut-parleur est représenté sur la **figure 14**. Une partie mobile β est constituée d'une membrane et d'une bobine conductrice plate, solidaires l'une de l'autre. Elles peuvent se translater le long de leur axe de révolution commun zz' . Lorsque la bobine s'écarte de sa position d'équilibre elle est rappelée par une force élastique analogue à celle exercée par un ressort de raideur k . L'air exerce sur la membrane une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$ ($h > 0$), en notant \vec{v} la vitesse de la partie mobile β . Un aimant permanent crée au niveau de la bobine un champ magnétique radial $\vec{B} = b_0 \vec{e}_r$.

La bobine plate est un enroulement de N spires de rayon a . Elle est caractérisée par une résistance R , et une inductance propre L . La masse de β vaut m . On relie le signal sinusoïdal $s(t)$ en entrée de la bobine plate.

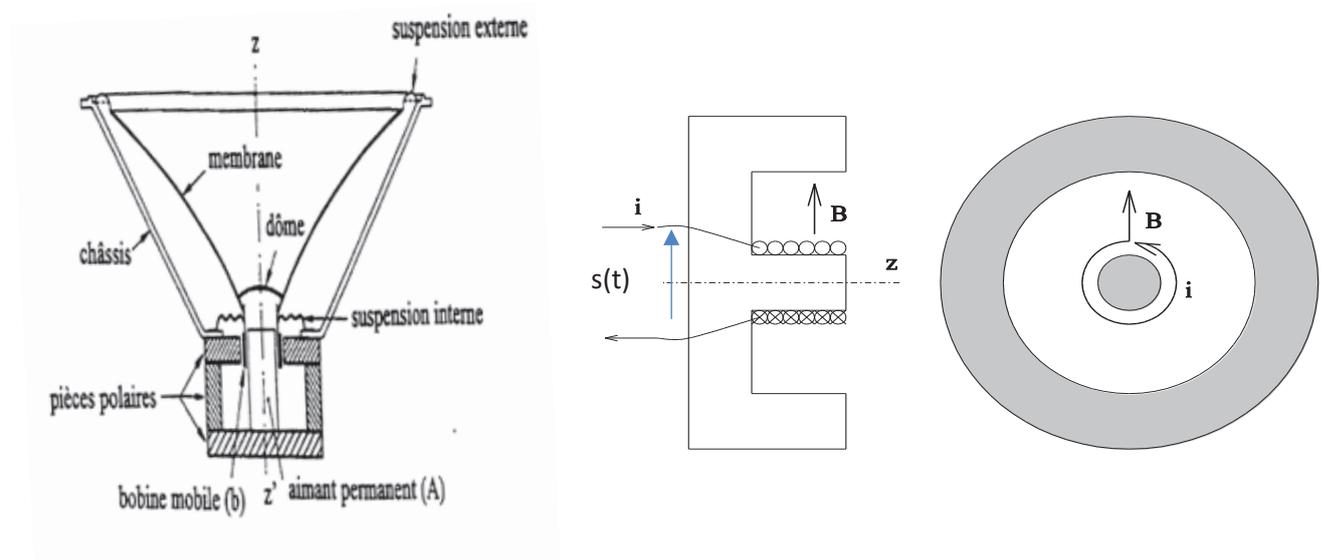


Figure 14 : haut-parleur

IV-2- Expliquer pourquoi il y a un phénomène d'induction et la création d'une force de Laplace exercée sur la bobine. Exprimer l'expression de la force de Laplace en fonction de i , N , b_0 et a .

IV-3- Traduire le théorème de la résultante cinétique pour le système β .

IV-4- On peut établir, en faisant l'étude du phénomène d'induction, que l'équation électrique s'écrit sous la forme $s(t) = -2\pi Na \frac{dz}{dt} b_0 + Ri + L \frac{di}{dt}$. Que représente la quantité $e = 2\pi Na \frac{dz}{dt} b_0$? Faire le schéma électrique équivalent.

IV-5- Le signal $s(t)$ étant harmonique de fréquence f montrer que le facteur de transfert vitesse sur tension est de la forme $T(jf) = \frac{-A}{(B)^2 + (C)(jm2\pi f + \frac{k}{j2\pi f} + h)}$ en exprimant les grandeurs A , B et C avec les grandeurs N , a , b , L , f et R . Simplifier dans la situation habituelle où l'impédance $2\pi f L$ est négligeable devant R .

bilans

IV-6-Compléter les cases vides du schéma bloc C ci-dessous (figure 15) d'un thérémine.

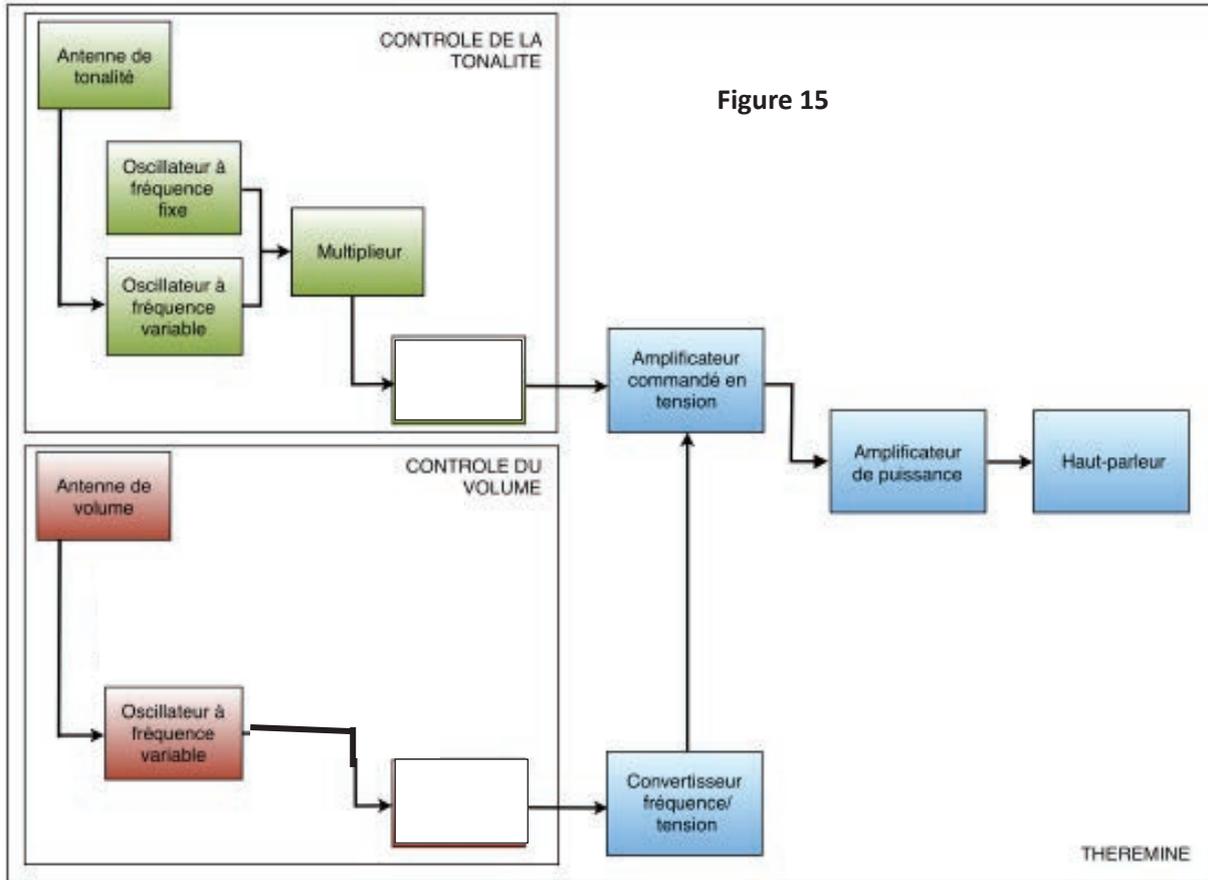


Figure 15

IV-7- A partir de cet extrait ci-dessous (figure 16) d'une notice japonaise pour utilisateur d'ondéa retrouver les similitudes et les différences des deux instruments. Préciser ce qui est noté detector.

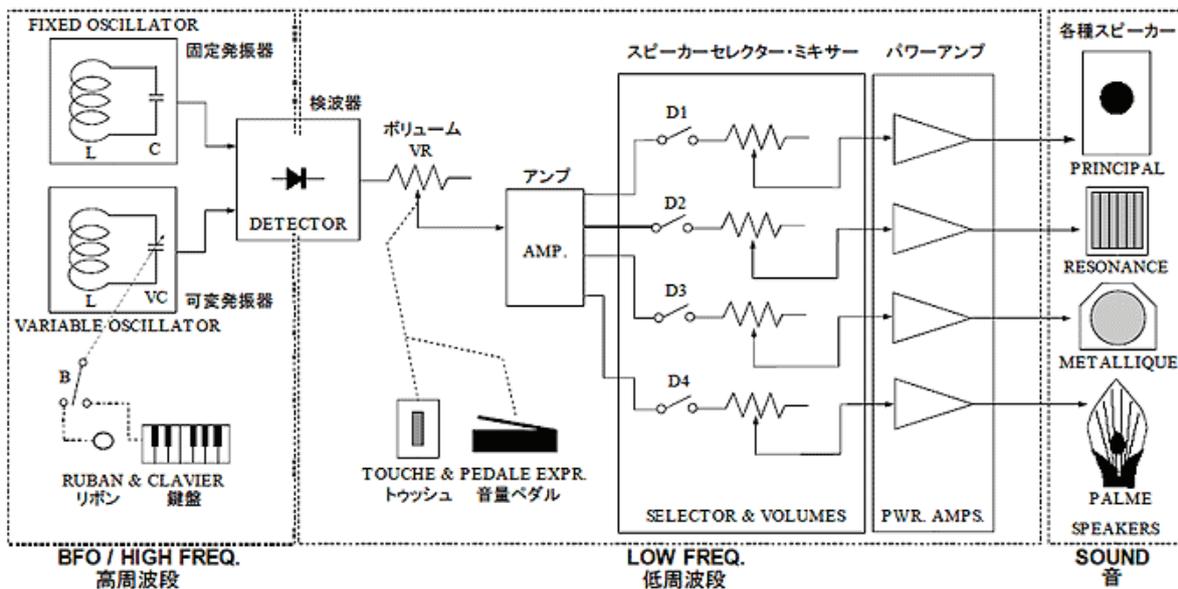


Figure 16 : schéma d'un ondéa

Partie V : modèle explicatif de l'influence des mains (7% du barème)

Dans cette partie nous justifions l'existence des condensateurs de capacités variables C_{H1} engendrées par les mains de l'instrumentiste.

La permittivité diélectrique du vide vaut $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. On assimile la permittivité de l'air à celle du vide.

V-1- Définir ce qu'est un condensateur et ce qu'est sa capacité en électrostatique.

V-2- On considère un condensateur plan (**figure 17**). Les armatures ont une surface S et sont distantes de d avec $d \ll \sqrt{S}$. On néglige les effets de bord. Etablir, en le justifiant, l'expression du champ électrostatique \vec{E} qui règne dans l'espace entre les armatures planes en fonction de la densité surfacique de charge σ de l'armature chargée positivement.

En déduire l'expression de la différence de potentiel $U = (V_1 - V_2)$ entre les deux armatures. Exprimer la capacité du condensateur en fonction de ϵ_0 , S et d .

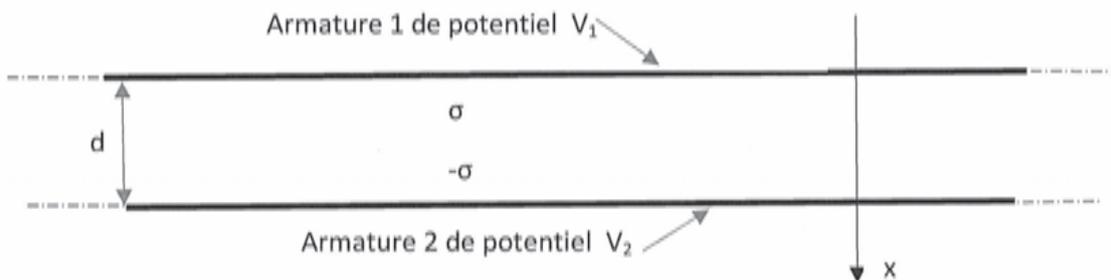


Figure 17 : condensateur plan

V-3- Modélisation de l'influence des mains

En première approche on utilise le modèle plan suivant (**figure 18**) :

- l'antenne constitue l'armature 1 d'un condensateur plan de potentiel V_1 et de surface S ,
- l'autre armature de potentiel nul est constituée par :
 - le corps immobile de l'instrumentiste à la distance d de l'armature 1,
 - avec sa main droite « en avant » du corps, modélisée par une surface plane de surface $s \ll S$. S est l'aire totale des armatures en regard.

Exprimer la capacité C_{H1} en fonction de ϵ_0 , S , s , x et d .

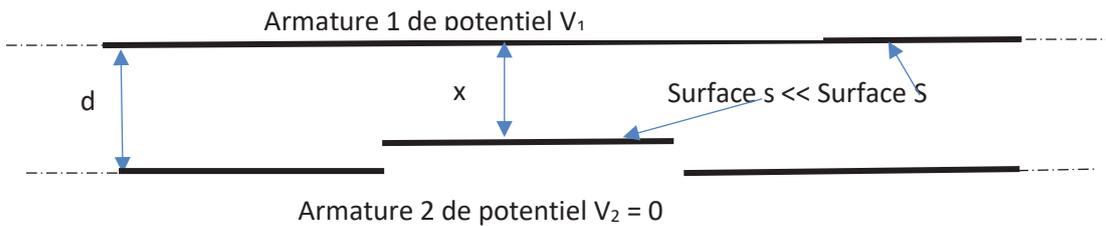


Figure 18 :modèle plan

V-4- L'instrumentiste déplace très légèrement la main d'une quantité δx petite devant $(x-d)$. Exprimer la nouvelle capacité de l'ensemble.

Quelle est la variation δC_{h1} de la capacité au premier ordre en fonction de $\epsilon_0, s, \delta x$, et x ? Faire l'application numérique pour $s = 100 \text{ cm}^2$, $x = 20 \text{ cm}$ et $\delta x = 0,5 \text{ cm}$. Commenter.

V-5- Le modèle est trop simpliste pour traduire la capacité de l'ensemble antenne et instrumentiste. Il faut évidemment tenir compte de la géométrie de l'antenne qui est un cylindre de hauteur h et de rayon r .

Des études sur les antennes conduisent à une évaluation de la capacité de la forme $C_{a0} = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\text{Ln}(\frac{2h}{d})}$ en absence d'instrumentiste. La présence de l'instrumentiste avec une main à la distance x introduit une modification de la capacité égale à $\Delta C_{a0} = \frac{\pi\epsilon_0 h}{10 \text{ Ln}(\frac{2x}{d})}$. Calculer l'ordre

de grandeur de $\Delta C_{a0}/C_{a0}$ pour une antenne de hauteur $h = 50 \text{ cm}$, de diamètre $d = 1 \text{ cm}$ avec une distance $x = 20 \text{ cm}$ entre la main droite et l'antenne. On donne $\log 2 = 0,30$.

Partie VI : Théorie des tubes à vide (20% du barème)

La triode (**figure 11**) se compose d'une cathode K qui émet des électrons, d'une anode A ou plaque et d'une grille G de commande, placée entre les deux très près de la cathode, à l'intérieur d'une enceinte de verre dans laquelle on a fait le vide. La cathode est au potentiel nul (ou masse), la grille à un potentiel $U_G < 0$ et l'anode au potentiel $U_A > 0$. Un circuit conducteur extérieur contenant un générateur de tension relie l'anode à la cathode et un autre de même type la grille à la cathode (**figure 19**). Un dispositif annexe de chauffage porte la cathode K à une température suffisante pour qu'il y ait un nuage d'électrons autour de la cathode. En jouant sur le potentiel de la grille une quantité plus ou moins grande d'électrons arrive sur l'anode. On a donc créé un générateur d'intensité commandé par la tension de grille U_G . Le montage avec ou sans grille est représenté ci-dessous figure 19.

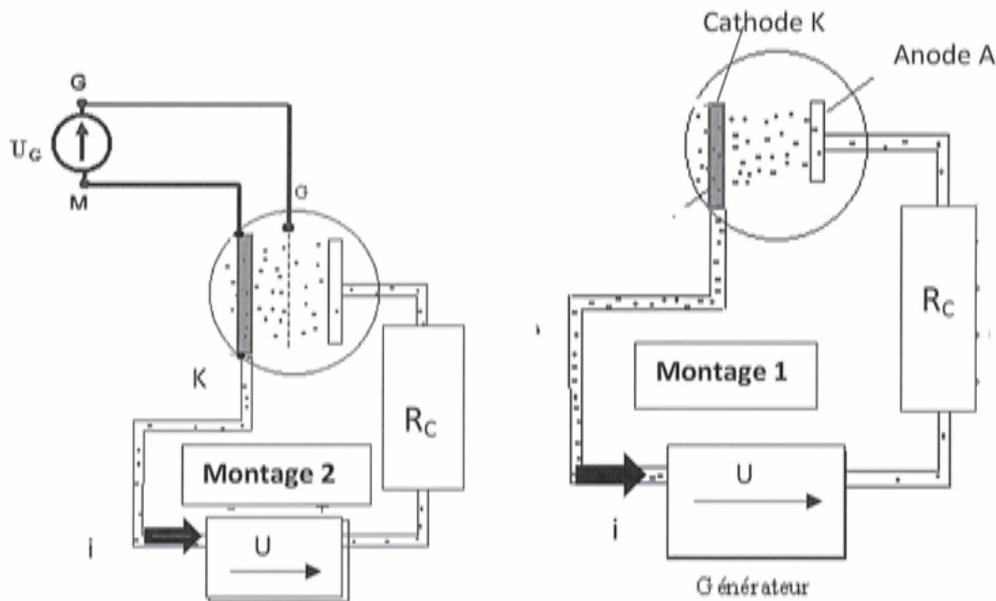


figure 19

On suppose que les électrodes sont planes de surface S , parallèles, orthogonales à $x'x$. Les grandeurs dans le tube à vide ne dépendent que de x . La distance cathode-anode vaut d . On confond la cathode K avec le plan $x=0$.

VI-1- a- Rappeler le théorème de l'énergie cinétique.

VI-1-b- En supposant que les électrons sont émis par la cathode chauffée sans vitesse initiale et qu'on a pas placé de grille (**montage 1 de la figure 19**), exprimer l'énergie cinétique des électrons qui arrivent à l'anode.

VI-1-c- A quelle condition sur le potentiel U_A le passage du courant est-il possible ?

VI-1-d- Dans quel sens est-il réellement dirigée à travers l'ampoule ?

VI-1-e- Expliquer pourquoi on peut ainsi réaliser le dipôle D de la partie II-B.

VI-2- Comme on ne peut pas considérer les électrons indépendants les uns des autres on utilisera une description avec une densité volumique d'électrons $n(x)$, une densité volumique de courant $\vec{j} = -j\vec{e}_x = -en(x)v(x)\vec{e}_x$, supposée indépendante de x , au moins par morceaux. Rappeler à quelle équation différentielle (dite équation de Poisson) obéit le potentiel $V(x)$. En déduire l'équation différentielle (1) qui traduit le lien entre $V(x)$, $v(x)$, j et ϵ_0 pour un faisceau d'électrons qui se déplacent tous dans le même sens.

VI-3- On considère toujours le montage sans grille 1. On suppose que les électrons sortent de la cathode K avec une énergie cinétique initiale $\frac{1}{2}m_e v_0^2$ et qu'on peut toujours leur appliquer le théorème de l'énergie cinétique individuellement. Par souci de simplification de notation, on posera la valeur de l'énergie mécanique initiale sous la forme $E_{m0} = \frac{1}{2}m_e v_0^2 = eV_0$.

Exprimer l'équation (2) qui donne $v(x)$ en fonction de e , m_e , V_0 et $V(x)$. A quelle condition sur $V(x)$ un plan $x = Cste = a$ est-il atteint par les électrons ?

VI-4- La répartition des électrons autour de K implique que la fonction potentiel $V(x)$, entre $x = 0$ et $x = d$, est une fonction décroissante puis croissante de x allant de 0 à U_A représentée **figure 20**. On note x_m et $-V_m = V_{min}$ les coordonnées du minimum de $V(x)$. La densité du courant d'électrons sortant de la cathode imposée par le chauffage vaut $\vec{j}_0 = -j_{Max} \vec{e}_x$.

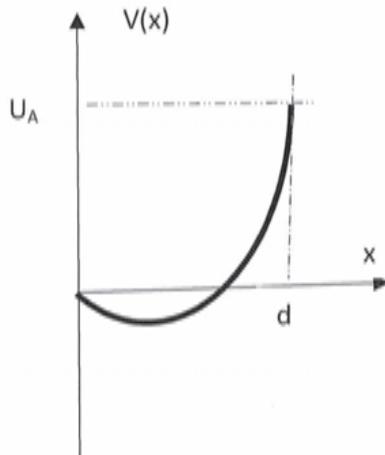


Figure 20

On admettra qu'il y a conservation de l'énergie mécanique des électrons se déplaçant au sein de la distribution de charges.

VI-4-a- Représenter graphiquement l'énergie potentielle d'un électron en fonction de sa position x au sein de la distribution.

VI-4-b- Représenter sur le même graphe l'énergie mécanique pour $V_0 < V_m$. Expliquer pourquoi l'intensité du courant est nulle.

VI-4-c- Représenter sur le même graphe l'énergie mécanique pour $V_0 > V_m$. Expliquer alors pourquoi l'intensité se sature à la valeur I_{max} . Expliciter dans ce cas I_{max} en fonction de S et j_{max} .

VI-5- Pour l'état intermédiaire $V_0 = V_m$, on a une intensité i telle que $0 < i < I_{max}$.

VI-5-a- En quelle position $x = x_0$, la vitesse des électrons s'annule-t-elle ?

VI-5-b- Que vaut le champ électrique en ce plan ?

On admet que les électrons peuvent repartir de $x = x_0$ vers l'anode A et vers la cathode K.

VI-5-c- Quelle est la densité volumique de courant et $\vec{j} = -j\vec{e}_x$ en fonction de i et S pour $x > x_0$?

VI-6- On est toujours dans le cas $V_0 = V_m$.

On note $\vec{j}^+ = -j^+\vec{e}_x$ et $\vec{j}^- = j^-\vec{e}_x$ les densités volumiques de courant associées aux électrons qui vont dans le sens des x croissants et dans le sens des x décroissants pour $x > x_0$. On note $n^+(x)$ et $n^-(x)$ les densités correspondantes des électrons.

VI-6-a- A partir de la loi aux nœuds en $x=x_0$, établir le lien entre j^+ , j^- et j .

VI-6-b Donner j^+ et j^- en fonction de i , I_{Max} et S , en utilisant le fait que le flux d'électrons sortant de la cathode est imposé par le chauffage.

VI-6- c- Montrer que pour une même valeur de x la norme notée $v(x)$ de la vitesse est la même quel que soit le sens de déplacement.

VI-6-d- Etablir la densité volumique de charges $\rho(x)$ en fonction de $v(x)$, i , I_{Max} et e . En déduire que la grandeur j de l'équation (1) doit être remplacée par $j = \frac{2 I_{\text{Max}} - i}{S}$

VI-7- La combinaison des équations (1) et (2) conduit à l'équation différentielle suivante

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{j}{\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_e}}} (V(x) + V_0)^{-\frac{1}{2}}.$$

Une double intégration permet de déterminer que, dans la situation intermédiaire, on a la

relation $(V_0 + V(x))^{\frac{3}{4}} = (x - x_0) \sqrt{\frac{j \sqrt{\frac{m_e}{2e}}}{\varepsilon_0}}$ pour $d \geq x \geq x_0$. Montrer qu'on obtient une équation caractéristique en état intermédiaire de la forme $i = p(V_0 + U_A)^{\frac{3}{2}}$.

Fin des questions

Quand on s'intéresse au **montage 2 de la figure 19** avec grille donc à celui de la lampe triode, la situation de la grille portée à un potentiel U_G placée entre l'anode et la cathode rend l'étude précédente beaucoup plus difficile à mener mais on peut établir la loi de Child qui donne le courant i d'une triode en fonction des potentiels U_G de la grille et U_A de la cathode $i = p(\mu U_G + U_A)^{3/2}$ avec comme dans la question précédente un coefficient p qui est lié à la géométrie du tube à vide. On appelle μ le coefficient d'amplification.

Pour une lampe donnée, on trace les courbes expérimentales i fonction de U_A pour une tension de grille U_G donnée : ces caractéristiques sont celles reproduites en **figure 13**.

Fin du problème

