



Epreuve de Sciences Industrielles B

Durée 6 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- 1 cahier de 19 pages de texte numérotées de 1 à 19
- 1 cahier de documents ressources numérotés Document i avec $i = 1$ à 8
- 1 calque format A3 **à rendre à la fin de l'épreuve**
- 1 cahier réponse de 12 pages **à rendre à la fin de l'épreuve**

Gestion du temps :

En admettant une durée d'une demi-heure pour la lecture et l'assimilation du sujet, il est vivement conseillé de consacrer entre 2 h 30 et 3 h 00 au maximum à la réponse aux questions de la notice et 2 h 30 à 3 h au tracé des dessins.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

ETUDE D'UN TAPIS DE COURSE A PIED



Figure 1 : Vue du tapis de course à pied TC790

A - Cahier des Charges Fonctionnel (Extraits)

A.1 - Présentation du problème

A.1.1 - Le contexte

Depuis maintenant plusieurs décennies, on constate un essor de la pratique des sports d'extérieur dans les salles de fitness, faisant apparaître régulièrement de nouveaux appareils. On a ainsi vu apparaître au début des années 1980 des tapis permettant de pratiquer la course à pied à l'instar des vélos d'appartement ou encore des rameurs.

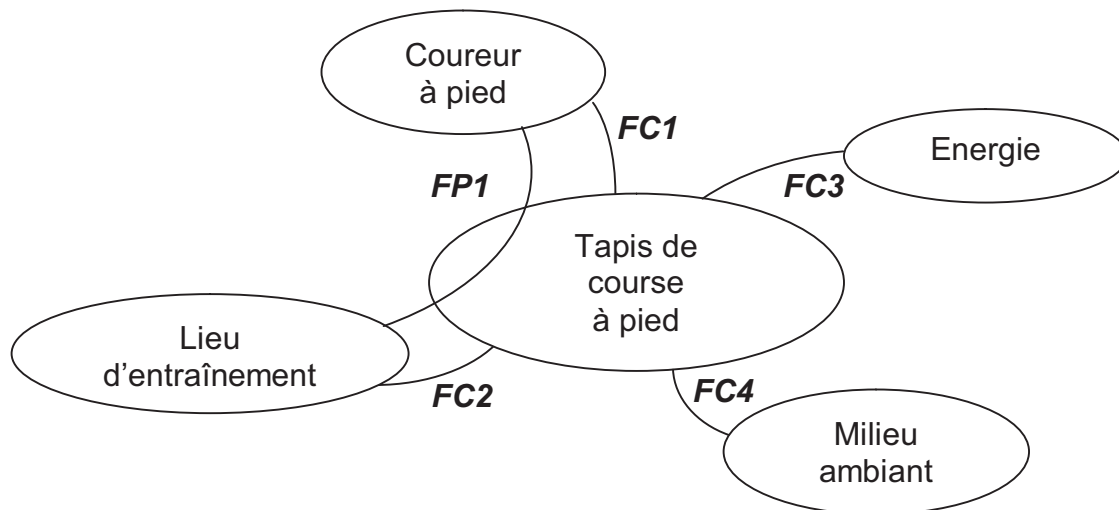
Avec le nombre grandissant de coureurs à pied souhaitant avoir une pratique régulière mais pas forcément toujours prêts à subir les conditions extérieures, il a été commercialisé des tapis de course à pied accessibles à un particulier. Celui-ci comporte des différences par rapport à un tapis destiné à une salle de fitness : il n'est pas aussi robuste puisqu'employé de manière beaucoup moins intensive ; il doit pouvoir être rangé ; ses performances seront liées au niveau de course de son propriétaire.

A.1.2 - Le produit à concevoir

Le support de l'étude est le tapis de la marque DOMYOS TC790 (voir **figure 1**, page **T2/19**). Il s'agit d'un modèle haut de gamme de la marque, destiné au coureur ayant une pratique intensive (plus de 5h par semaine).

A.2 - Analyse fonctionnelle du besoin (extraits)

Le produit considéré est le tapis de course à pied.



Enoncés des fonctions de service

Fonction principale :

FP1 Permettre à un coureur à pied de s'entraîner dans un lieu fermé

Fonctions contraintes :

FC1 Permettre différents cycles d'entraînement

FC2 Permettre un rangement aisé

FC3 S'adapter à l'énergie disponible

FC4 S'adapter au milieu ambiant

Caractérisation des fonctions

	Critères	Niveaux
FP1	<ul style="list-style-type: none"> • Masse du coureur • Encombrement du dispositif (Longueur x largeur x hauteur) • Dimensions de la zone de course (Longueur x largeur) 	<ul style="list-style-type: none"> • 130 kg maxi • 1880mm x 820mm x 1330mm • 1430mm x 480mm
FC1	<ul style="list-style-type: none"> • Vitesse de défilement du tapis • Incréments de vitesse • Temps de montée jusqu'à vitesse maxi • Inclinaison du tapis • Incréments d'inclinaison • Temps de montée jusqu'à inclinaison maxi • Programmes 	<ul style="list-style-type: none"> • 18 km.h⁻¹ maxi • 0,1 km.h⁻¹ • 30s de 0 à 18 km.h⁻¹ • 12% maxi¹ • 1% • 30s de 0 à 12% • Différents modes : <ul style="list-style-type: none"> ○ préprogrammé ○ utilisateur ○ cardiotraining

¹ Une pente de 12% correspond à une pente inclinée d'environ 6,9° par rapport à l'horizontale

FC2	<ul style="list-style-type: none"> • Encombrement du dispositif replié • Effort à fournir pour le pliage • Vitesse d'impact au sol lors du dépliage 	<ul style="list-style-type: none"> • 970mm x 820mm x 1620mm • non fourni • 1 m.s⁻¹ maxi
FC3	<ul style="list-style-type: none"> • Tension d'alimentation • Fréquence du secteur • Puissance disponible 	<ul style="list-style-type: none"> • 230 V monophasé • 50 Hz • ≤ 3 kW
FC4	<ul style="list-style-type: none"> • Température du local • Masse du dispositif • Niveau de pression acoustique à 1m de la machine 	<ul style="list-style-type: none"> • non fourni • 92,5kg • 75dB ± 5dB à vitesse maxi

B - Etude et éléments de solutions proposés

B.1 - Principe de fonctionnement du tapis de course à pied

Le système est constitué de deux chaînes fonctionnelles indépendantes.

La première chaîne correspond au dispositif permettant d'imposer l'inclinaison du tapis. Une vue en perspective de ce dispositif est fournie sur la **figure 3, document 1, page D1/8**, ainsi que le schéma cinématique associé sur la **figure 4, document 1, page D1/8**. Un vérin électrique, lié par deux liaisons pivot entre le levier 4 et le cadre supérieur 1, permet d'imposer la longueur entre les points F et C. Ce vérin est constitué d'un moteur électrique, d'un réducteur à engrenages, et d'une chaîne de transformation de mouvement par vis-écrou. La vis est en liaison pivot avec le corps de vérin 5 d'axe $(F\vec{x}_5)$. L'écrou 6 est en liaison pivot avec le levier 4. Sur le schéma cinématique, la vis n'est pas représentée, et on considère donc directement le mouvement de l'écrou 6 par rapport au corps du vérin 5. L'allongement du vérin provoque une augmentation de l'inclinaison du cadre supérieur 1. Ce cadre est guidé par le levier 4, mais également par la bielle 3, qui est guidée par deux liaisons pivot entre le cadre supérieur 1 et le cadre inférieur 2. Le vérin électrique est équipé d'un potentiomètre permettant de connaître son allongement.

Le cadre inférieur est posé sur le sol, noté 0, sur quatre appuis. Les deux appuis avant sont réglables en hauteur afin de pouvoir régler le niveau du tapis. Ils réalisent des appuis linéaires rectilignes sur le sol. Dans le cadre d'une utilisation normale, il n'y a pas de mouvement entre le cadre inférieur 2 et le sol.

La deuxième chaîne correspond au dispositif permettant d'imposer la vitesse de défilement du tapis. Une vue en perspective de ce dispositif est fournie sur la **figure 5, document 2, page D2/8**, ainsi que le schéma cinématique associé sur la **figure 6, document 2, page D2/8**. Un moteur électrique à courant continu entraîne le système poulies-courroie constitué d'une poulie motrice 84, d'une poulie réceptrice solidaire du tambour moteur 12, et d'une courroie poly V 17. La rotation du tambour moteur 12 entraîne le défilement du tapis 24, qui joue le rôle d'une courroie, liée au tambour récepteur 13. La vitesse de rotation de la poulie réceptrice 12 est mesurée à l'aide de deux aimants insérés dans celle-ci. Un capteur inductif (non représenté) permet de détecter la fréquence de passage de ces aimants.

La vue en perspective fournie sur la **figure 7, document 3, page D3/8**, ainsi que le schéma de principe associé sur la **figure 8, document 3, page D3/8**, permettent de décrire le dispositif de réglage de la tension de la courroie poly V 17. Il permet notamment de faire apparaître la liaison pivot existant entre le stator moteur 14 et le cadre supérieur 1 (liaison non représentée sur le schéma de la **figure 6, document 2, page D2/8**). En serrant l'écrou 70 sur la vis de précharge 42, le ressort 15 est comprimé. L'augmentation de l'effort appliqué par le ressort 15 sur la plaque support du stator moteur 14 permet d'ajuster la tension dans la courroie poly V 17.

Afin de pouvoir assurer le rangement du tapis, il peut être replié. Le vérin 5-6 est alors rétracté et bloqué de telle sorte que le levier 4 reste parallèle au tapis (voir **figure 9, document 4, page D4/8**, ainsi que le schéma cinématique associé sur la **figure 10, document 4, page D4/8**). Le cadre supérieur est en appui par l'intermédiaire d'une butée sur la bielle 3. L'effet de la pesanteur permet de maintenir l'appui sur cette butée. L'utilisateur peut relever le cadre supérieur et doit verrouiller la barre de relevage 10-11 en position haute pour maintenir le tapis plié. Pour le déplier, il déverrouille cette barre. Les deux amortisseurs 22-23 permettent alors d'éviter une chute brutale du cadre supérieur 1.

C - Etude de conception en construction mécanique

C.1 - Présentation du travail à rendre

Comme indiqué plus haut en **page T1/19**, en admettant une durée d'une demi-heure pour la lecture et l'assimilation du sujet, il est vivement conseillé de consacrer entre 2 h 30 et 3 h au maximum à la réponse aux questions de la notice et 2 h 30 à 3 h au tracé des dessins.

***Les réponses seront fournies uniquement sur les deux documents
présentés ci-dessous.***

1 – Notice justificative (50 % de la note globale)

Fournir les réponses sur le **cahier réponse**, de format A3 horizontal, pliés, pré imprimés recto verso.

Les réponses sur feuilles de copies additionnelles ou sur papier de brouillon ne seront pas acceptées.

2 – Dessin d'étude de construction mécanique (50 % de la note globale)

Il est à tracer sur le **calque pré imprimé de format A3 horizontal**, joint au sujet, et qui sera à rendre **non plié**.

C.2 - Notice justificative

Consignes spécifiques

Sur le cahier réponse, les réponses seront fournies dans les limites des cadres prévus pour chaque question.

Compte tenu de l'interdiction d'utiliser toute calculatrice, les calculs seront réalisés de manière approchée.

Il sera tenu compte, dans la notation, de la clarté et de la concision des réponses. Les schémas doivent être lisibles, précis, et respecter la normalisation en vigueur.

Les écritures au crayon ne seront pas acceptées. La qualité de l'écriture, de l'orthographe et de la syntaxe sera prise en compte dans l'évaluation.

C.2.1 - Etude de la fonction « permettre un rangement aisé »

Objectif de l'étude :

- Déterminer la vitesse d'impact au sol lorsque l'utilisateur laisse le tapis se déplier sous l'effet seul de la gravité.

Données :

On note (se reporter au schéma cinématique de la **figure 10, document 4, page D4/8**) :

- $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ la base associée au sol 0 ;

- $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)$ la base associée au cadre supérieur 1 ;
- $B_{22}(\vec{x}_{22}, \vec{y}_0, \vec{z}_{22})$ la base associée au corps d'amortisseur 22 ;

La rotation autour de \vec{y}_0 faisant passer de la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ à la base $B_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ est paramétrée par l'angle $\alpha_{i0} = (\vec{x}_0, \vec{x}_i) = (\vec{z}_0, \vec{z}_i)$.

Par exemple, $\alpha_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ paramètre la rotation de B_0 vers B_1 .

On donne par ailleurs le paramétrage de la position des différents points :

- $\overrightarrow{AL} = z_L \cdot \vec{z}_0 + x_L \cdot \vec{x}_0$;
- $\overrightarrow{AM} = z_M \cdot \vec{z}_1 + x_M \cdot \vec{x}_1$;
- $\overrightarrow{LM} = l_{am} \cdot \vec{z}_{22}$ avec l_{am} variable ;

Le tapis est rangé dans une position telle que $\alpha_{10} = \alpha_{10}^{ini} = 70^\circ$. En position dépliée (roulette 35 en contact avec le sol), on a $\alpha_{10} = 0^\circ$.

On appelle E_{cadre} l'ensemble matériel constitué du cadre supérieur et de toutes les pièces qui lui sont liées lors de la phase de relevage.

Le centre de gravité de l'ensemble E_{cadre} , est noté G_C : $\overrightarrow{AG_C} = z_{G_C} \cdot \vec{z}_1 + x_{G_C} \cdot \vec{x}_1$. La masse de cet ensemble est notée m . Le vecteur \vec{z}_0 correspond à la verticale ascendante.

La matrice d'inertie de cet ensemble, exprimée au centre de gravité G_C , dans la base B_1 , est

$$\text{notée } I(G_C, B_1) = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}.$$

Notations : Le vecteur vitesse de rotation du solide i par rapport au solide j est noté $\vec{\Omega}_{i/j}$, et le vecteur vitesse du point M appartenant au solide i par rapport au solide j est noté $\vec{V}_{M,i/j}$.

Hypothèses :

- Le cadre inférieur 2 est immobile par rapport au sol 0 ;
- Les liaisons sont parfaites ;
- L'action de la barre de relevage 10-11 est négligeable (barre déverrouillée) ;
- Les poids des pièces autres que celles appartenant à l'ensemble E_{cadre} sont négligeables.

Q1 Inscrire votre réponse dans le **cadre R1 de la notice 1/3**.

Donner l'expression de la matrice d'inertie de l'ensemble E_{cadre} au point A, dans la base B_1 : $I(A, B_1)$.

Q2 Inscrire votre réponse dans le **cadre R2 de la notice 1/3**.

Exprimer la projection sur \vec{y}_0 du moment dynamique $\vec{\delta}_{A, E_{cadre}/0}$ de l'ensemble E_{cadre} par rapport au sol 0 au point A.

On note μ le paramètre de frottement visqueux d'un amortisseur 22-23.

Q3 Inscrire votre réponse dans le **cadre R3 de la notice 1/3**.

Donner l'expression vectorielle de l'effort appliqué par une tige d'amortisseur 23 sur l'ensemble E_{cadre} : $\vec{F}_{23 \rightarrow 1}$ au point M en fonction de μ et de la valeur algébrique de la vitesse d'allongement de l'amortisseur : \dot{l}_{am} .

Q4 Inscrire votre réponse dans le **cadre R4 de la notice 1/3**.

En isolant l'ensemble E_{cadre} et en appliquant le théorème du moment dynamique au point A en projection sur \vec{y}_0 , écrire la relation liant α_{10} et ses dérivées successives, à \dot{l}_{am} , ainsi qu'aux différentes propriétés de masse et aux différents paramètres géométriques. On ne cherchera pas à éliminer l'angle α_{220} de l'équation obtenue.

Cette équation différentielle du second ordre non linéaire ne possède pas de solution analytique. On fait alors appel à un logiciel permettant de réaliser une intégration numérique de cette équation. Les **figures 11 et 12, document 5, page D5/8** donnent alors les évolutions de α_{10} et $\dot{\alpha}_{10}$ respectivement en fonction du temps. Dans cette simulation, la présence du sol n'est pas prise en compte.

Q5 Inscrire votre réponse dans le **cadre R5 de la notice 1/3**.

A l'aide de ces courbes, relever l'instant auquel le tapis entre en contact avec le sol. En déduire la vitesse angulaire $\dot{\alpha}_{10}$ au moment de l'impact, et donner un ordre de grandeur de la vitesse d'impact sachant que la distance du point A au point de contact vaut environ 1,5m. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

C.2.2 - Etude de la fonction « Permettre différents cycles d'entraînement »

C.2.2.1 - Etude du dispositif d'inclinaison

Objectifs de l'étude :

- Déterminer la loi entrée-sortie allongement du vérin/angle d'inclinaison afin de choisir la course du vérin ;
- Déterminer l'effort maximum développé par le vérin en vue de sa validation en terme de charge statique ;
- Vérifier le dimensionnement du levier 4 ;
- Etudier l'irréversibilité de la chaîne de transformation de mouvement ;
- Déterminer les conditions de montage.

Données :

On note (se reporter au schéma cinématique de la **figure 4, document 1, page D1/8**) :

- $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_0, \vec{z}_3)$ la base associée à la bielle 3 ;

- $B_4(\vec{x}_4, \vec{y}_0, \vec{z}_4)$ la base associée au levier 4 ;
- $B_5(\vec{x}_5, \vec{y}_0, \vec{z}_5)$ la base associée au corps du vérin 5.

On utilise également les bases introduites dans la section précédente.

On donne par ailleurs le paramétrage de la position des différents points :

- $\overrightarrow{FE} = z_E \cdot \vec{z}_1 + x_E \cdot \vec{x}_1$, $\overrightarrow{FD} = z_D \cdot \vec{z}_1 + x_D \cdot \vec{x}_1$ et $\overrightarrow{FG} = z_G \cdot \vec{z}_1 + x_G \cdot \vec{x}_1$;
- $\overrightarrow{AE} = l_3 \cdot \vec{z}_3$;
- $\overrightarrow{BC} = d_4 \cdot \vec{z}_4$ et $\overrightarrow{BD} = l_4 \cdot \vec{z}_4$;
- $\overrightarrow{CF} = l_5 \cdot \vec{x}_5$ avec l_5 variable ;
- $\overrightarrow{AB} = x_B \cdot \vec{x}_0$ avec x_B variable ;
- $\overrightarrow{GA} = z_A \cdot \vec{z}_0 + x_A \cdot \vec{x}_0$ avec x_A variable.

On cherche à déterminer la loi entrée-sortie reliant la longueur du vérin constitué de la tige 6 et du corps 5, notée l_5 , à l'angle d'inclinaison du cadre supérieur, noté α_{10} .

Q6 Inscrire votre réponse dans le **cadre R6** de la notice 1/3.

Faire le bilan des paramètres variables. Indiquer le nombre d'équations qui doivent être écrites afin de déterminer la loi entrée-sortie souhaitée.

Q7 Inscrire votre réponse dans le **cadre R7** de la notice 1/3.

Dans le tableau proposé sur la notice justificative, indiquer pour chaque fermeture de chaîne traitée :

- **Les solides constituant la chaîne de solides considérée ;**
- **La fermeture de chaîne sous forme vectorielle, en faisant apparaître les points considérés ;**
- **La projection de ces équations dans le plan (\vec{z}_0, \vec{x}_0) .**

Le tableau comporte au moins le nombre de cases nécessaire ; toutes les cases ne doivent donc pas forcément être remplies.

Les différentes équations de fermeture de chaîne ayant été obtenues, on constate que celles-ci ne permettent pas d'écrire sous forme explicite la loi entrée-sortie. La résolution de ces équations est alors donnée sous forme numérique sur la **figure 13, document 6, page D6/8**. La **figure 19, document 8, page D8/8** fournit la documentation technique associée au vérin employé.

Q8 Inscrire votre réponse dans le **cadre R8** de la notice 1/3.

Indiquer à l'aide de ce document quelle doit être la course du vérin. Commenter l'aspect linéaire de la courbe et conclure vis-à-vis de la mesure de l'angle (on rappelle que la rotation de la vis du vérin est mesurée par un potentiomètre).

Q9 Inscrire votre réponse dans le **cadre R9** de la notice 1/3.

Calculer le temps nécessaire pour passer de l'inclinaison de 0% à l'inclinaison maxi de 12%.

On cherche à présent à déterminer l'effort maximal que doit développer le vérin afin de maintenir le tapis à l'équilibre. On se contente ici d'une étude dans le domaine statique car l'élévation du tapis se fait à une vitesse quasi-constante et les accélérations mises en jeu sont faibles.

L'étude est faite dans le cas le plus défavorable. On considère le coureur ayant la masse maximum indiquée dans le cahier des charges, c'est-à-dire 130 kg. Il est positionné le plus en avant sur la bande de course. Le cadre est en position horizontale : $\alpha_{10} = 0^\circ$.

L'étude est menée dans le plan. Les glisseurs seront introduits de la façon suivante : en M, pour une liaison entre les solides i et j , la résultante d'actions mécaniques est notée $\vec{M}_{i \rightarrow j} = Z_M \cdot \vec{z}_\alpha + X_M \cdot \vec{x}_\alpha$ où $B_\alpha = (\vec{z}_\alpha, \vec{x}_\alpha)$ est la base de projection. On pourra également noter ce vecteur $\vec{M}_{i \rightarrow j} = M_{i \rightarrow j} \cdot \vec{u}_\alpha$ avec \vec{u}_α un vecteur unitaire.

Données :

- L'action de pesanteur sur le coureur est notée $\vec{P}_{\text{coureur}} = -P_{\text{coureur}} \cdot \vec{z}_0$ s'appliquant en G_{coureur} ;
- L'action de pesanteur sur le cadre supérieur ainsi que toutes les pièces qu'il supporte est notée $\vec{P}_{\text{cadre}} = -P_{\text{cadre}} \cdot \vec{z}_0$ s'appliquant en G_c ;
- On note $\overrightarrow{GG_{\text{coureur}} \cdot \vec{x}_0} = x_{\text{coureur}}$ et $\overrightarrow{GG_c \cdot \vec{x}_0} = x_{\text{cadre}}$.

Hypothèses :

- Toutes les liaisons sont considérées sans frottement ;
- Les poids des autres pièces sont négligés.

Q10 Inscrire votre réponse dans le **cadre R10** de la notice 1/3.

Déterminer les directions des efforts en A, B, C, D, E et F. Indiquer notamment dans le tableau proposé les isolements successifs réalisés, et pour chaque isolement l'(les) effort(s) pour lequel(lesquels) la direction a été déduite. Réaliser sur la figure proposée la construction graphique associée.

On note : $\vec{C}_{6 \rightarrow 4} = Z_C \cdot \vec{z}_0 + X_C \cdot \vec{x}_0$ l'effort en C et $\vec{D}_{1 \rightarrow 4} = Z_D \cdot \vec{z}_0 + X_D \cdot \vec{x}_0$ l'effort en D.

Q11 Inscrire votre réponse dans le **cadre R11** de la notice 1/3.

Préciser l'isolement et le théorème utilisé permettant de montrer que $X_C = -X_D$. Cette relation reste-t-elle valable quelque soit l'angle d'inclinaison du cadre supérieur ?

On note : $\vec{E}_{3 \rightarrow 1} = Z_E \cdot \vec{z}_0 + X_E \cdot \vec{x}_0$ l'effort en E.

Q12 Inscrire votre réponse dans le **cadre R12 de la notice 1/3**.

Préciser l'isolement et le théorème utilisé permettant de déterminer X_E . En déduire l'expression de $\vec{E}_{3 \rightarrow 1}$.

Q13 Inscrire votre réponse dans le **cadre R13 de la notice 1/3**.

Préciser l'isolement et le théorème utilisé permettant de déterminer l'effort développé par le vérin. On se contentera de faire le bilan des actions mécaniques extérieures en donnant pour chacun des vecteurs l'expression sous laquelle ils seront recherchés. Des angles supplémentaires peuvent être introduits. La résolution n'est pas demandée.

Une étude numérique permet de montrer que l'effort développé par le vérin dans cette configuration la plus défavorable vaut 2350N.

Q14 Inscrire votre réponse dans le **cadre R14 de la notice 1/3**.

Conclure sur le choix du vérin.

L'étude statique qui vient d'être menée a permis de montrer que le levier 4 était une des pièces les plus sollicitées. On cherche à présent à vérifier son dimensionnement.

La **figure 14, document 6, page D6/8** permet de préciser la forme du levier 4. Il est constitué de deux barres parallèles de section rectangulaire (allant des points B à D). Une barre de section carrée creuse permet de les relier (allant des points O_1 à O_3). C'est cette barre de liaison qui est la plus sollicitée.

On note O_1 et O_3 les points situés aux extrémités de la barre de liaison (points d'attache de la barre de liaison avec les barres parallèles), et O_2 le point milieu. On donne : $\overrightarrow{O_3 O_2} = \overrightarrow{O_2 O_1} = \frac{L}{2} \vec{y}_0$. Le vérin électrique applique au point C, l'effort $\vec{C}_{6 \rightarrow 4} = Z_C \cdot \vec{z}_0 + X_C \cdot \vec{x}_0$. On a $\overrightarrow{O_2 C} = d \cdot \vec{x}_0$.

Compte tenu de la forte épaisseur des barres parallèles suivant la direction \vec{z}_0 , les sections extrêmes de la barre de liaison ne peuvent pas tourner autour de $(O_1 \vec{y}_0)$. En revanche, leur faible épaisseur suivant \vec{y}_0 autorise les sections extrêmes à tourner respectivement autour de $(O_1 \vec{x}_0)$ et $(O_3 \vec{x}_0)$. La **figure 15, document 6, page D6/8** précise alors le modèle de liaisons retenues. La barre de liaison est considérée liée à son support par deux liaisons « sphère-cylindre à doigt » en O_1 et O_3 . Ces liaisons doivent être interprétées comme des liaisons sphère-cylindre, mais pour lesquelles la rotation autour de \vec{y}_0 a été supprimée.

La barre de liaison a une section carrée creuse. Le carré extérieur a un côté noté h . Son épaisseur est notée e . Son centre de surface est noté Q avec $\overrightarrow{O_2 Q} = y \cdot \vec{y}_0$.

On note E le module de Young du matériau.

Notations :

Le torseur des actions mécaniques exercées par les barres parallèles sur la barre de liaison, associé à la liaison au point O_1 , dans la base B_0 sera noté :

$$\left[T_{O_1} \right] = {}_{O_1} \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{O_1} \\ \vec{M}_{O_1} \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{R}_{O_1} = \begin{vmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{vmatrix} \text{ et } \vec{M}_{O_1} = \begin{vmatrix} L_1 \\ M_1 \\ N_1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{L'action au point } O_3 \text{ est notée : } \left[T_{O_3} \right] = {}_{O_3} \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{O_3} \\ \vec{M}_{O_3} \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{R}_{O_3} = \begin{vmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{vmatrix} \text{ et } \vec{M}_{O_3} = \begin{vmatrix} L_3 \\ M_3 \\ N_3 \end{vmatrix}.$$

Q15 Incrire votre réponse dans le **cadre R15 de la notice 1/3.**

Compte tenu du modèle de liaison retenu aux points O_1 et O_3 , donner la forme des torseurs d'actions mécaniques $\left[T_{O_1} \right]$ et $\left[T_{O_3} \right]$. Compte tenu de la symétrie du modèle, écrire les relations supplémentaires obtenues entre les inconnues de ces deux torseurs.

Q16 Incrire votre réponse dans le **cadre R16 de la notice 1/3.**

Déterminer entièrement le torseur $\left[T_{O_1} \right]$ en fonction de Z_C , X_C et des différentes dimensions.

Q17 Incrire votre réponse dans le **cadre R17 de la notice 1/3.**

En déduire le torseur de cohésion, noté $\left[T_{coh} \right]$, sur les tronçons $[O_3O_2]$ et $[O_2O_1]$.

Q18 Incrire votre réponse dans le **cadre R18 de la notice 1/3.**

Conclure sur la nature des sollicitations dans la barre de liaison.

Ce cas d'étude étant trop complexe, on se limite uniquement à regarder l'effet de la flexion dans le plan $(O_2, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le moment de flexion maximum est alors donné par :

$$M_{fx} = \frac{L.Z_C}{4}$$

Pour les applications numériques, on utilisera les valeurs suivantes :

$$h = 25mm \quad L = 400mm \quad I_{Qx} = 15000mm^4 \quad Z_C = 1500N$$

Q19 Incrire votre réponse dans le **cadre R19 de la notice 1/3.**

Donner l'expression littérale du moment quadratique I_{Qx} de la section de la barre par rapport à l'axe $(Q\vec{x}_0)$.

Q20 Inscrire votre réponse dans le **cadre R20 de la notice 1/3**.

Donner l'expression littérale de la contrainte maximale.

Q21 Inscrire votre réponse dans le **cadre R21 de la notice 1/3**.

Donner une valeur approchée de la contrainte maximale.

On s'aperçoit alors que le niveau de contraintes dans le levier est relativement important. Une étude plus précise doit être menée. On utilise alors un logiciel de calculs par éléments finis. Celui-ci permet alors d'estimer une contrainte équivalente maximale (au niveau de l'attache avec le vérin) d'environ 300 MPa.

Q22 Inscrire votre réponse dans le **cadre R22 de la notice 1/3**.

Après avoir rappelé la signification de la désignation normalisée S235, conclure sur la possibilité d'utiliser ce matériau. Proposer un autre matériau, et préciser la signification de la désignation normalisée employée.

On cherche à présent à étudier le comportement du système vis-écrou faisant partie du vérin d'inclinaison, notamment lors des phases d'arrêt du vérin lorsque l'inclinaison souhaitée a été atteinte.

La vis est à filet rectangulaire définie par :

- Son pas p ;
- Son angle d'hélice i positif (filet à droite), calculé sur le rayon moyen :

$$\tan i = \frac{p}{2.\pi.r_{\text{moy}}}.$$

On suppose que la vis V est animée d'un mouvement de rotation par rapport à l'écrou 6, négative selon \vec{x}_5 . Compte tenu des actions que supporte le vérin, le rattrapage de jeu entre la vis V et l'écrou 6 se fait comme représenté sur la **figure 16, document 7, page D7/8**.

Soit $f = \tan \varphi$ le coefficient de frottement entre la vis V et l'écrou 6.

La **figure 17, document 7, page D7/8** précise les différentes bases utilisées.

Sur une surface dS entourant un point M situé sur le filet, l'action de la vis V sur l'écrou 6 se caractérise par :

- Une composante normale notée dN ;
- Une composante tangentielle notée dT .

Hypothèse : le contact vis-écrou est réalisé sur une surface hélicoïdale de largeur faible devant le rayon moyen de la vis.

Le torseur d'actions mécaniques de la vis V sur l'écrou 6 est noté :

$$[T_{V \rightarrow 6}] = {}_H \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{V \rightarrow 6} \\ \vec{M}_{H, V \rightarrow 6} \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{R}_{V \rightarrow 6} = \begin{vmatrix} X_{V \rightarrow 6} \\ Y_{V \rightarrow 6} \\ Z_{V \rightarrow 6} \end{vmatrix} \text{ et } \vec{M}_{H, V \rightarrow 6} = \begin{vmatrix} L_{V \rightarrow 6} \\ M_{V \rightarrow 6} \\ N_{V \rightarrow 6} \end{vmatrix} \text{ exprimés dans la base}$$

$(\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$, où H est un point de l'axe de la liaison vis-écrou.

Le rayon moyen est défini par $\overrightarrow{HM} \cdot \vec{e}_r = r_{\text{moy}}$.

Q23 Inscrire votre réponse dans le **cadre R23** de la notice 1/3.

Compléter la figure de calcul proposée en faisant apparaître en couleur les composantes dN et dT .

Q24 Inscrire votre réponse dans le **cadre R24** de la notice 1/3.

En intégrant l'effort local mis en place à la question précédente sur toute la surface de contact entre la vis V et l'écrou 6, exprimer $X_{V \rightarrow 6}$ en fonction de

$\iint_S p \cdot dS$ (S représente la totalité de la surface hélicoïdale sur laquelle l'écrou et la vis sont en contact), de l'angle d'hélice i et du coefficient de frottement f .

Q25 Inscrire votre réponse dans le **cadre R25** de la notice 1/3.

Procéder de façon identique pour exprimer $L_{V \rightarrow 6}$ en fonction de $\iint_S p \cdot dS$, du rayon moyen r_{moy} de l'angle d'hélice i et du coefficient de frottement f .

Q26 Inscrire votre réponse dans le **cadre R26** de la notice 1/3.

En déduire l'expression de $L_{V \rightarrow 6}$ en fonction de $X_{V \rightarrow 6}$ en fonction de r_{moy} , i et de l'angle de frottement φ .

Q27 Inscrire votre réponse dans le **cadre R27** de la notice 1/3.

Quelle condition faut-il vérifier pour que le système soit irréversible ?

Ici l'angle d'hélice vaut : $i \approx 3,5^\circ$.

Q28 Inscrire votre réponse dans le **cadre R28** de la notice 1/3.

Sachant que la vis V et l'écrou 6 sont en acier, et que le montage est graissé, donner un ordre de grandeur du coefficient de frottement f . Donner alors la valeur approximative de l'angle de frottement φ correspondant. Conclure sur le caractère irréversible du vérin. Quel est l'intérêt dans le cadre du tapis de course ?

Nous allons maintenant étudier les conditions d'assemblage du dispositif d'inclinaison.
On considère le schéma cinématique de la **figure 4, document 1, page D1/8**.

Q29 Inscrire votre réponse dans le **cadre R29 de la notice 1/3**.

Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle proposé. Le développement du calcul n'est pas demandé ; on demande juste de détailler les mobilités du modèle retenu.

Parmi les contraintes géométriques qui doivent être maîtrisées, il faut entre autres imposer :

- Une contrainte de parallélisme entre les axes de fixation du levier 4 sur le cadre supérieur 1 et les axes des galets roulant sur le cadre inférieur 2 ;
- Une contrainte de symétrie entre les deux plans intérieurs des barres parallèles du levier et la patte de fixation de la tige de vérin 6.

Q30 Inscrire votre réponse dans le **cadre R30 de la notice 1/3**.

Compléter le dessin de définition en faisant apparaître ces deux tolérances géométriques. Il ne s'agit pas ici de quantifier l'étendue de la zone de tolérance ; elle sera notée « t ».

C.2.2.2 - Etude de la motorisation du tapis

Objectifs de l'étude :

- Valider la cohérence entre la vitesse maxi du moteur et la vitesse de défilement maxi du tapis ;
- Déterminer le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de défilement maxi du tapis ;

Données :

On note (se reporter au schéma cinématique de la **figure 6, document 2, page D2/8**, et à la documentation du moteur de la **figure 18, document 8, page D8/8**) :

- J_M l'inertie de l'ensemble rotor du moteur et volant d'inertie 84 ;
- J_{TM} l'inertie du tambour moteur 12 et de la poulie réceptrice 12 ;
- J_{TR} l'inertie du tambour récepteur 13 ;
- $R_{PM} = 17,5mm$ le rayon de la poulie motrice 84 ;
- $R_{PR} = 48mm$ le rayon de la poulie réceptrice 12 ;
- $R_{TM} = 60mm$ le rayon du tambour moteur 12 ;
- $R_{TR} = 50mm$ le rayon du tambour récepteur 13 ;
- N_M la vitesse de rotation du moteur, en $tr.min^{-1}$. On note ω_M son expression en $rad.s^{-1}$.
- C_M le couple moteur exercé sur le rotor.

Q31 Inscrire votre réponse dans le **cadre R31 de la notice 1/3.**

Donner l'expression littérale de la vitesse linéaire du tapis, V_{tapis} en km.h^{-1} , en fonction de N_M , R_{PM} , R_{PR} , R_{TM} . Effectuer l'application numérique donnant la vitesse linéaire maximale en km.h^{-1} ; conclure quant au respect du cahier des charges.

Dans la suite, on considère que le coureur n'est pas sur le tapis. On cherche le temps mis pour passer d'une vitesse de défilement de 0 km.h^{-1} à 18 km.h^{-1} . On fait l'hypothèse que le système n'est pas asservi en vitesse.

Hypothèse : la masse du tapis est négligée.

Q32 Inscrire votre réponse dans le **cadre R32 de la notice 1/3.**

Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble $E=\{\text{poulie et rotor moteur 84 ; tambour moteur 12 ; poulie réceptrice 12 ; tambour récepteur 13}\}$, en fonction de J_M , J_{TM} , J_{TR} , des données géométriques, et de $\omega_M(t)$ uniquement ; en déduire l'inertie équivalente J_{eq} de cet ensemble ramenée sur l'arbre moteur.

Hypothèse : les liaisons sont parfaites.

Q33 Inscrire votre réponse dans le **cadre R33 de la notice 1/3.**

En isolant l'ensemble E , et en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'équation différentielle liant la vitesse angulaire du moteur $\omega_M(t)$ à J_{eq} et au couple moteur C_M .

Le moteur utilisé est un moteur électrique à courant continu Son comportement peut être modélisé par les équations suivantes:

- $U(t) = e(t) + R.i(t)$
 - $C_M(t) = K_t.i(t)$
 - $e(t) = K_e.\omega_M(t)$
- avec
- $U(t)$: tension d'induit en V ;
 - $i(t)$: courant d'induit en A ;
 - $e(t)$: force contre-électromotrice en V ;
 - R : résistance d'induit ;
 - K_t : la constante de couple en Nm.A^{-1} ;

- K_e : constante de force contre-électromotrice en $V.s.rad^{-1}$. Dans la suite, on considèrera $K_t = K_e$.

Q34 Inscrire votre réponse dans le **cadre R34 de la notice 1/3**.

En utilisant les équations du moteur électrique fournies, en déduire l'équation différentielle liant la vitesse angulaire du moteur $\omega_M(t)$ à J_{eq} , K_t et $U(t)$. Elle sera mise sous la forme : $\dot{\omega}_M(t) + A.\omega_M(t) = B.U(t)$ où A et B sont des constantes à déterminer.

Q35 Inscrire votre réponse dans le **cadre R35 de la notice 1/3**.

Dans le cas où le moteur est alimenté à tension $U(t) = U_0$ constante, donner l'expression de $\omega_M(t)$, solution de cette équation différentielle.

On donne $J_{eq} \approx 3,1.10^{-2} kg.m^2$.

Q36 Inscrire votre réponse dans le **cadre R36 de la notice 1/3**.

Dans le cas où on alimente le moteur à la tension maximale indiquée dans le document 8, page D8/8, estimer la vitesse de rotation du moteur, puis la vitesse de défilement du tapis, à $t = 0,25s$.

Q37 Inscrire votre réponse dans le **cadre R37 de la notice 1/3**.

Donner l'expression du courant d'induit $i(t)$. Estimer la valeur de ce courant à $t = 0s$ et $t = 0,25s$.

Q38 Inscrire votre réponse dans le **cadre R38 de la notice 1/3**.

Pour préserver le moteur, le courant est saturé à $i_{max} = 7,5A$. Donner alors la nouvelle expression de $\omega_M(t)$. En déduire le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de défilement du tapis de $18 km.h^{-1}$.

Q39 Inscrire votre réponse dans le **cadre R39 de la notice 1/3**.

Compte tenu du temps de montée en vitesse indiqué dans le cahier des charges, comment peut-on imaginer que le moteur est commandé ?

C.3 - Dessin d'étude de construction mécanique

C.3.1 - Présentation des supports de travail

Pour cette partie de l'étude, il vous est demandé de définir plusieurs sous-ensembles du mécanisme sur le calque format A3 fourni avec le sujet. Les éléments pré imprimés sur ce calque sont destinés à faciliter la mise en place des différents composants.

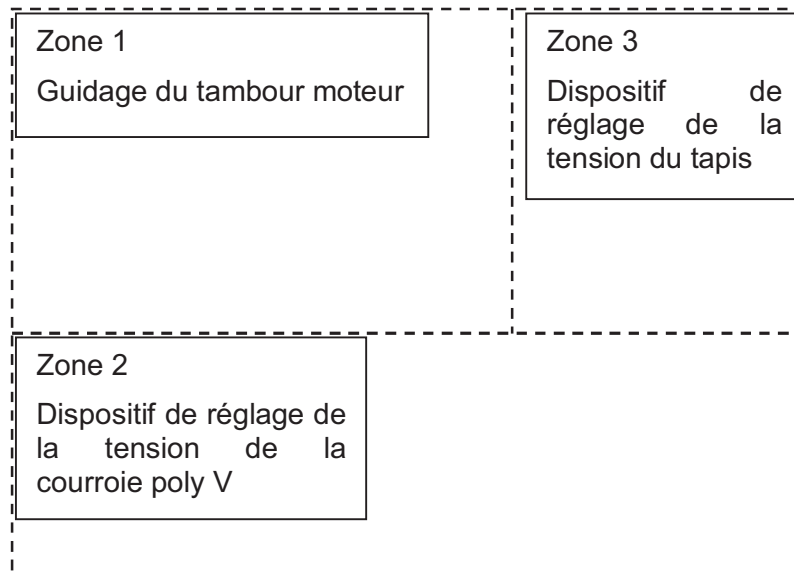


Figure 2 : *Mise en page du calque pré imprimé fourni*

C.3.2 - Consignes spécifiques aux travaux graphiques

Les dessins sont à exécuter à l'échelle 1:1, aux instruments, avec pour l'essentiel mise au net au crayon respectant les épaisseurs de traits normalisées et les exigences d'une bonne lisibilité ; seuls les axes et les écritures seront tracés à l'encre noire. Les tracés de couleur ne sont pas admis. Les normes AFNOR seront respectées.

Les principales conditions fonctionnelles relatives aux liaisons représentées seront clairement indiquées en respectant les règles normalisées AFNOR.

Les éléments normalisés utilisés par le candidat autres que ceux fournis dans le sujet, seront dessinés approximativement en respectant au mieux leurs proportions.

C.3.3 - Travail demandé

Afin d'assurer toutes les fonctions de service et de satisfaire toutes les contraintes définies dans la cahier des charges fonctionnel (pages **T3/19 et T4/19**), et en utilisant au mieux les éléments fournis sur le **calque**, on demande de définir :

- La liaison pivot du tambour moteur 12 avec le cadre supérieur 1 ;
- La liaison encastrement de la poulie réceptrice 12 avec le tambour moteur 12 ;
- Le dispositif de réglage de la tension de la courroie poly V 17 ;
- Le dispositif de réglage de la tension du tapis 24

C.3.3.1 - Conception du guidage du tambour moteur

Données :

Les choix suivants ont été réalisés :

- Deux pattes de fixation ont été soudées sur le cadre supérieur 1. Elles sont déjà représentées dans la zone 1 du calque. L'axe du tambour moteur 12 est guidé directement dans une de ces deux pattes. Une vis C HC est utilisée pour lier l'axe du tambour moteur 12 à la deuxième patte, afin de régler les éventuels problèmes d'alignement et de rendre l'ensemble montable.
- Le rouleau du tambour moteur 12 est guidé par rapport à l'axe par deux roulements à billes à contact radial de référence 63032. Le candidat pourra glisser sous son calque la **figure 20, document 8, page D8/8**, tracée à

l'échelle 1:1, sur laquelle les dimensions du roulement ont été respectées. Bien que les joints ne soient pas représentés sur la **figure 20, document 8, page D8/8**, les roulements 63032 sont graissés à vie.

- La poulie réceptrice 12 est freinée sur le tambour moteur 12.

Dessiner aux instruments, dans la zone 1 du calque, vos propositions de solutions.

C.3.3.2 - Conception du dispositif de réglage de la tension de la courroie poly V 17

Données :

Les choix suivants ont été réalisés (se reporter au schéma de principe de la **figure 8, document 3, page D3/8**) :

- Le stator moteur 14 est monté sur une plaque support. Cette plaque est guidée en rotation à l'aide d'un montage en chape par rapport au cadre supérieur 1.
- L'écrou 70 permet de comprimer le ressort hélicoïdal 15. L'effort restitué par le ressort 15 tend la courroie poly V 17.
- Le ressort utilisé a un diamètre moyen de 20mm et un diamètre de fil de 2,5mm. Il comporte 6 spires.

Dessiner aux instruments, dans la zone 2 du calque, vos propositions de solutions.

Remarques :

- Les deux esquisses de vue sont à compléter, notamment pour la définition du guidage en rotation de la plaque support.
- La vis de précharge 42 doit être immobilisée en rotation pour permettre le serrage de l'écrou 70. L'espace disponible de la zone 2 sera utilisé pour réaliser un croquis en perspective de la vis de précharge 42.

C.3.3.3 - Conception du dispositif de réglage de la tension du tapis 24

Données :

Les choix suivants ont été réalisés :

- L'axe du tambour récepteur 13 est monté sur deux pattes de fixation soudées sur le cadre supérieur 1. Une d'entre elles est déjà représentée dans la zone 3 du calque. Deux vis permettent de lier cet axe au cadre supérieur 1. La tension mais aussi l'alignement du tapis 24 sont réglés grâce au serrage/desserrage de ces deux vis.
- Un cache en plastique permet de masquer l'ensemble des éléments de guidage. Les vis doivent pouvoir être manœuvrées sans que ce cache soit démonté.

Dessiner aux instruments, dans la zone 3 du calque, vos propositions de solutions.