

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

L'utilisation des calculatrices est autorisée**Documents remis au candidat**

- Le texte du sujet (30 pages numérotées de 1 à 30).
- 5 documents réponses (annexes A, B1, B2, C, D) à rendre avec la copie.

Structure de l'épreuve

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes :

- A - **Analyse de la gestion des tâches du système** ;
- B - **Synthèse de la commande d'un outil de formage** ;
- C - **Etude du comportement cinématique** ;
- D - **Dimensionnement** ;

Le candidat traitera chacune des parties (A, B, C et D) sur des copies séparées en indiquant sur chacune d'entre elles le numéro de la partie traitée et en y insérant les documents réponses correspondants.

Temps approximatif à consacrer à chaque partie :

Partie A et lecture du sujet	Partie B	Partie C	Partie D
45 min.	B1 : 45 min B2 : 2h15	45 min.	30 min.

Les réponses finales doivent être **encadrées**.

Les candidats sont invités à formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons de son initiative.

Protection

Ce sujet utilise comme support d'étude un équipement du groupe CGR.

Les informations sont utilisées avec la permission du groupe CGR.

Chaque photographie et élément de texte extrait de documents CGR dans le présent sujet reste propriété du groupe CGR. L'autorisation d'utilisation de ces informations n'est valable que pour ce sujet de concours.

Notations

- La transformée de LAPLACE d'une fonction f de la variable temporelle continue du temps t est notée F de la variable complexe p associée à la transformée.
- La variable en sortie d'un capteur de mesure $x(t)$ sera notée $\hat{x}(t)$.
- Le torseur cinématique du mouvement d'un solide i par rapport à un solide j sera noté $C_{i/j}$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $C_{i/j} \equiv \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{V}_{A \in i/j} \end{Bmatrix}$.

- Le torseur des actions mécaniques transmissibles par une liaison quelconque q entre deux solides i et j sera noté $T_{j \rightarrow i}^q$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $T_{j \rightarrow i}^q \equiv \begin{Bmatrix} \vec{F}_{j \rightarrow i}^q \\ \vec{M}_{A, j \rightarrow i}^q \end{Bmatrix}$.

- Le torseur dynamique d'un ensemble matériel S en mouvement par rapport à un référentiel R sera noté $\Delta_{S/R}$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $\Delta_{S/R} \equiv \begin{Bmatrix} \vec{D}_{S/R} \\ \vec{\delta}_{A, S/R} \end{Bmatrix}$.

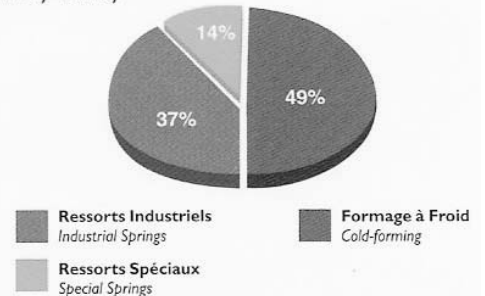
PRÉSENTATION



Le groupe CGR, premier groupe français de fabrication de ressorts à froid (500 personnes), est structuré en trois activités principales :

- La branche « ressort industriel » est orientée vers les industries automobiles, électriques, électroménager, mécaniques.
- La branche « ressort spéciaux » regroupant une division aéronautique et une division petite et moyenne série.
- La branche « formage à froid » tournée vers la production de fils et de tubes formés pour le marché automobile : mécanismes et composants de sièges, crochets d'échappement, bras d'essuyage...

Répartition par Activité
Breakdown by activity



Le présent sujet s'appuie sur un processus de fabrication de la branche « formage à froid ».

La branche « formage à froid » se décompose en quatre sous-métiers :

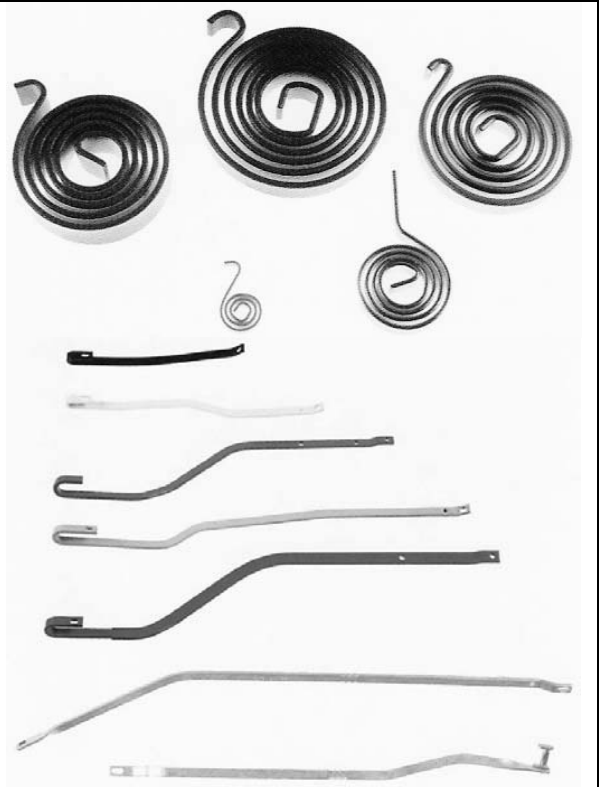
Formage à froid Fil aplati :

Ressorts spiralés (type Archimède) :

- Matière : acier ressort.
- Axe : oblong ou à fente.
- Section de fil aplati : de 4,5×1,3mm à 15×4mm.
- Traitement anticorrosion : huilé, phosphaté gras ou sec.
- Revêtement antibruit.

Applications :

- Articulations et rehausses de sièges.
- Compensateurs mécaniques...



Bras d'essuie-glace :

- Matière : fil au carbone, acier doux et mi-dur.
- Section de fil aplati : de 8×3mm à 12×4mm.
- Traitement de surface : fil pré-revêtu.
- Opérations additionnelles : poinçonnage, crantage, estampage, possibilité de vrillage jusqu'à 90° et double vrillage...
- Divers : nouveaux bras profilés (type « flat blade »).

Formage à froid Fil rond :

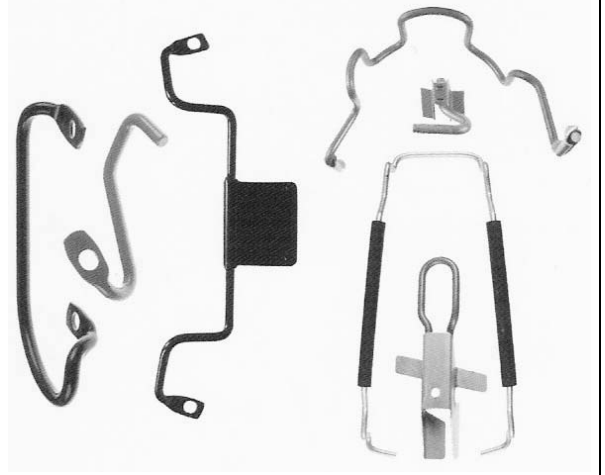
Fils formés :

- Section : de 3 à 12 mm.
- Matières : acier doux, acier ressort ou inox.
- Traitements de surfaces : anticorrosion, antibruit, peinture...
- Opérations additionnelles : estampage, roulage, soudage...

Applications :

- Tringlerie.
- Tiges de renvoi et de commande.
- Rampes de renvoi de ceinture.
- Pédales d'accélérateur.

Crochets Isofix...



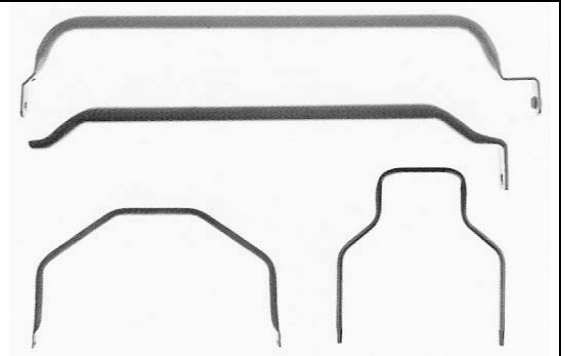
Formage à froid tube :

Tubes formés :

- Diamètre : de 10 à 16mm.
- Matière : tube acier, tube acier aluminé ou tube inox.
- Tous traitements de surface : acier pré revêtu, cataphorèse, peinture époxy...
- Opérations additionnelles : sertissage, soudage, surmoulage, assemblage...

Application :

- Sièges : palonniers, barres de liaison, leviers de commande...
- Crochets d'échappement.
- Autres domaines : timonerie, tringles...



Formage à froid sous-ensemble :

Assemblage par mécano soudure ou sertissage (fil, tube et câble).

Application :

- Pédale d'accélérateur.

Berceau de roue de secours...



Le système:

Le sujet se propose d'étudier un processus de fabrication de formage à froid de tubes.

Ce process, dit machine à coulisseaux multiples (jusqu'à 26 axes indépendants), permet de réaliser des opérations de cambrage, écrasement, poinçonnage (Cf photographies ci-dessous).



Machine à coulisseaux multiples

Chaque axe fait appel à un outillage spécifique (cambrage, écrasement...).



exemple d'outil d'écrasement

Dans cette étude, on se propose :

- En partie A - Analyse de la gestion des tâches du système, d'étudier l'organisation d'ensemble de la machine (séquentialité par outil de description Grafset) en s'appuyant sur la production d'un renvoi de commande de siège automobile.
- En partie B - Synthèse de la commande d'un outil de formage, d'analyser la commande d'un outil de formage avec une synthèse de correcteur RST après modélisation de l'axe.
- En partie C - Etude du comportement cinématique, de vérifier les hypothèses cinématiques prises pour la définition de la commande de l'axe VED.
- En partie D – Dimensionnement, de dimensionner certains éléments de l'axe VP.

A - ANALYSE DE LA GESTION DES TÂCHES DU SYSTEME

Cette machine à coulisseaux multiples est construite autour de trois postes de production :

- Poste releveur (préhension d'un brut dans le magasin, aménagement en poste transfert).
- Poste transfert (récupération du brut, transfert vers poste outils).
- Poste outils (façonnage du brut, éjection produit fini). Ce poste a été volontairement décalé sur le synoptique (cf figure A.1) afin d'augmenter la lisibilité.

On se propose de n'étudier que le fonctionnement automatique (les marches préparatoires, de réglages et sécuritaires ne seront pas abordées).

Les différents postes sont synchronisés entre-eux par l'état de la partie opérative.

Nota : Chaque axe, même si parfois il est motorisé par un entraînement électrique (cas de l'axe VED par exemple développé dans la partie B) est modélisé par un simple vérin en vu de simplifier la description.

Un schéma synoptique simplifié de la partie opérative avec les différents actionneurs et capteurs est présenté en figure A.1.

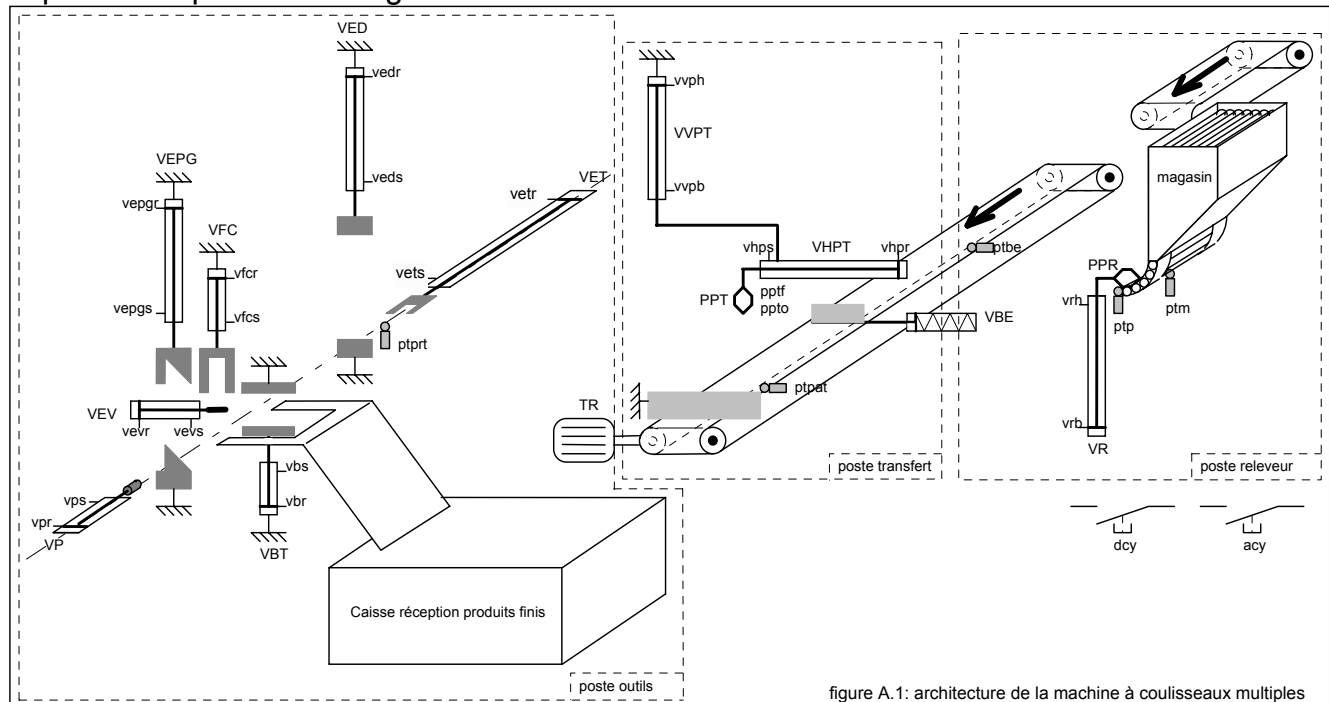


figure A.1: architecture de la machine à coulisseaux multiples

Le système débute la production dès action sur départ cycle (*dcy*) et présence d'un tube dans le magasin (*ptm*). Le tapis roulant est mis en route (*TR*) (La sortie *TR* est en technologie monostable).

Le cycle en cours se termine après action sur arrêt de cycle (*acy*) ou si le magasin de tubes est vide (*ptm*).

Présentation des postes

Poste releveur:

Vérin releveur (*VR*) en position basse (*vrb*), présence d'un tube dans la pince (*ptp*) et pas de tube au niveau de la butée escamotable (*ptbe*).

Commande de fermeture de la pince de préhension du releveur (*PPR*).

Montée du releveur (*VR+*).

Nota : Un système de basculement de la pince avec le tube en phase de montée (non représenté sur le schéma synoptique figure A.1) permet le passage du tube au niveau du tapis roulant.

Relâchement de la pince dès que le releveur est en position haute.

Dès la perte de l'information présence tube dans la pince (*ptp*) et apparition du tube au niveau de la butée escamotable (*ptbe*) et pas de présence de tube dans le poste transfert (*ptpat*), le releveur redescend (*VR-*) et la butée escamotable est rentrée (*VBE*).

Table des sorties

Mnémonique	Désignation	Technologie
<i>PPR</i>	Fermeture de la pince de préhension du releveur	monostable
<i>VR+</i>	Monter releveur	bistable
<i>VR-</i>	Descendre releveur	bistable
<i>VBE</i>	Rentrer butée escamotable	monostable

Table des entrées

Mnémonique	Désignation
<i>ptp</i>	Présence tube dans la pince
<i>vrh</i>	Vérin releveur en position basse
<i>vrh</i>	Vérin releveur en position haute
<i>ptm</i>	Présence tube dans le magasin
<i>ptbe</i>	Présence tube butée escamotable
<i>ptpat</i>	Présence tube poste attente transfert

Poste transfert:

Dès apparition d'un tube en attente poste transfert (*ptpat*), le poste transfert descend (*VVPT+*).

Commande de fermeture de pince transfert (*PPT*).

Montée du poste transfert (*VVPT-*) puis transfert vers le poste outils (*VHPT+*).

Si le poste de réception transfert est vide (\overline{ptprt}), descente du poste transfert (*VVPT+*), puis ouverture pince transfert.

Dès que le tube est en face du vérin d'engagement (*ptprt*), montée du poste transfert (*VVPT-*) et retour en attente poste transfert (*VHPT-*).

Table des sorties

Mnémonique	Désignation	Technologie
<i>PPT</i>	Fermeture de la pince de préhension du poste transfert	monostable
<i>VVPT+</i>	Descendre poste transfert	bistable
<i>VVPT-</i>	Monter poste transfert	bistable
<i>VHPT+</i>	Sortir poste transfert	bistable
<i>VHPT-</i>	Rentrer poste transfert	bistable

Table des entrées

Mnémonique	Désignation
<i>vvph</i>	Vérin vertical de transfert en position haute
<i>vvpb</i>	Vérin vertical de transfert en position basse
<i>vhpr</i>	Vérin horizontal de transfert en position rentrée
<i>vhps</i>	Vérin horizontal de transfert en position sortie
<i>ptpat</i>	Présence tube en poste attente transfert
<i>ptprt</i>	Présence tube en poste réception transfert

Poste outils :

Dès apparition d'un tube en poste réception transfert (*ptprt*), le vérin d'engagement de tube sort (*VET+*). Puis bridage du tube (*VBT+*).

Ensuite trois séries de tâches sont réalisées en parallèles :

- 1- Vérin d'écrasement droit (*VED*) ;
- 2- Ecrasement et pliage gauche (*VEPG*) puis centrage du tube (sortie de la fourchette de centrage (*VFC+*)) puis poinçonnage (*VP*) ;
- 3- Vérin d'engagement rentre (*VET-*).

Enfin débridage du tube terminé (*VBT-*) et évacuation (*VEV+*).

Table des sorties

Mnémonique	Désignation	Technologie
VET+	Sortir vérin engagement du tube	bistable
VET-	Rentrer vérin engagement du tube	bistable
VBT+	Sortir vérin bridage du tube	bistable
VBT-	Rentrer vérin bridage du tube	bistable
VFC+	Sortir fourchette de centrage du tube	bistable
VFC-	Rentrer fourchette de centrage du tube	bistable
VED+	Sortir vérin écrasement droit	bistable
VED-	Rentrer vérin écrasement droit	bistable
VEPG+	Sortir vérin écrasement pliage gauche	bistable
VEPG-	Rentrer vérin écrasement pliage gauche	bistable
VP+	Sortir Vérin de poinçonnage	bistable
VP-	Rentrer Vérin de poinçonnage	bistable
VEV+	Sortir vérin évacuation du tube	bistable
VEV-	Rentrer vérin évacuation du tube	bistable

Table des entrées

Mnémonique	Désignation
<i>vets</i>	Vérin engagement du tube sorti
<i>vetr</i>	Vérin engagement du tube rentré
<i>vbs</i>	Tube bridé
<i>vbr</i>	Tube débridé
<i>vfcs</i>	Fourchette de centrage du tube sortie
<i>vfcr</i>	Fourchette de centrage du tube rentrée
<i>veds</i>	Vérin écrasement droit sorti
<i>vedr</i>	Vérin écrasement droit rentré
<i>vepgs</i>	Vérin écrasement pliage gauche sorti
<i>vepgr</i>	Vérin écrasement pliage gauche rentré
<i>vps</i>	Vérin de poinçonnage sorti
<i>vpr</i>	Vérin de poinçonnage rentré
<i>vevs</i>	Vérin d'évacuation sorti
<i>vevr</i>	Vérin d'évacuation rentré
<i>ptprt</i>	Présence tube en poste réception transfert

A.1 Modélisation par grafjets du système en production

Le système est piloté par un automate programmable industriel.

Pour le fonctionnement automatique, quatre grafjets ont été mis en place :

- Un grafjet de mise en route.
- Un grafjet régissant le fonctionnement du releveur.
- Un grafjet régissant le fonctionnement du poste de transfert.
- Un grafjet régissant le fonctionnement du poste outils.

Question 1 : A l'aide des indications fournies précédemment remplir les éléments vides (actions, réceptivités) dans les quatre grafjets du document réponse annexe A

B - SYNTHÈSE DE LA COMMANDE D'UN OUTIL DE FORMAGE

Cette machine à coulisseaux multiples peut gérer jusqu'à 26 axes indépendants asservis en position.

On se propose de développer une nouvelle stratégie de commande des axes : commande RST. Afin de mettre en place cette commande on développera tout d'abord le modèle d'un axe avec l'outillage « écrasement de tube » (cf partie A – Analyse de la gestion des tâches du système : axe VED).

B.1 Modélisation de l'axe

Un schéma simplifié du système asservi de l'axe est le suivant (cf figure B.1) :

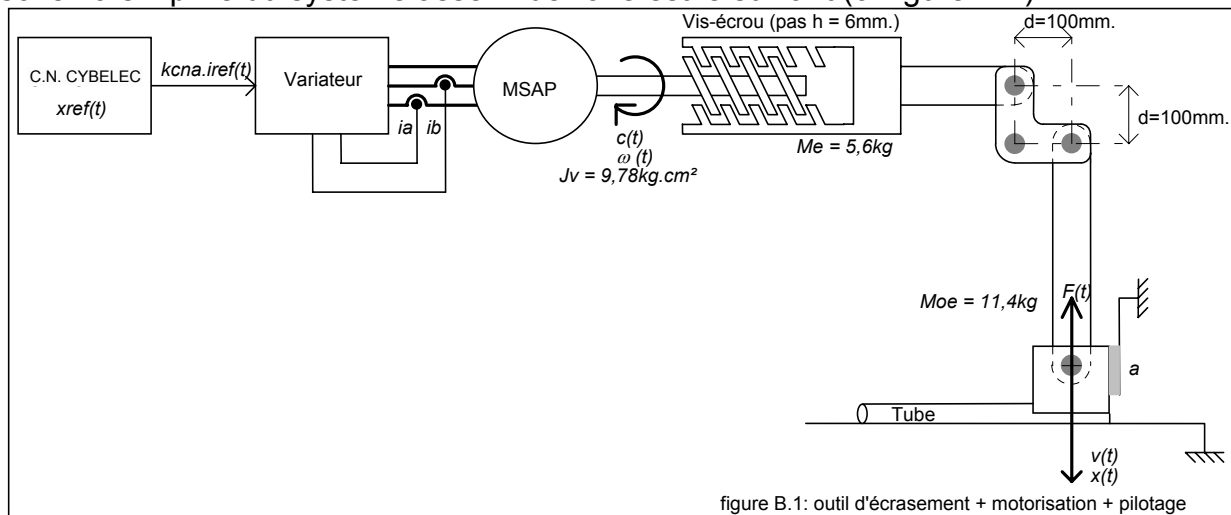


figure B.1: outil d'écrasement + motorisation + pilotage

Notation :

MSAP : Machine Synchrone Autopilotée.

$x_{ref}(t)$: référence de position fournie par l'interpolateur de la C.N. (Commande Numérique) CYBELEC.

$kcna.iref(t)$: référence de courant fournie par la C.N. CYBELEC au variateur de la MSAP.

$i(t)$: image du courant par le variateur dans le plan de Park.

$\omega(t)$: pulsation de rotation de la MSAP.

$c(t)$: couple de la MSAP.

$v(t)$: vitesse de déplacement de l'outil d'écrasement.

$x(t)$: position de l'outil d'écrasement.

Nota : La MSAP est une machine alternative (tension, courant). Cependant, la stratégie de pilotage (commande vectorielle à partir d'un modèle de Park) permet d'obtenir des équations de fonctionnement similaires à celle d'une machine à courant continu ($c(t) = kt.i(t)$ avec $c(t)$ le couple, $i(t)$ le courant et kt constante électromécanique de couplage).

L'ensemble variateur, MSAP, Vis-écrou et outil d'écrasement possède les caractéristiques suivantes :

$Moe = 11,4 \text{ kg}$: Masse de l'outil d'écrasement + bielle de renvoi d'angle inférieure.

$Me = 5,6 \text{ kg}$: Masse de l'écrou + bielle de renvoi d'angle supérieure.

$a = 10\,900 \text{ N.s/m}$: Coefficient de frottement visqueux de l'outil sur le bâti.

$Jv = 9,78 \text{ kg.cm}^2$: Inertie de la vis et du rotor de la MSAP.

$kt = 1,6 \text{ N.m/A}$: Coefficient de couplage électromécanique de la MSAP.

$h = 6 \text{ mm}$: Pas du système vis-écrou.

L'association variateur, phases de la MSAP, commande vectorielle d'entrée $kcna.iref(t)$ et de sortie $i(t)$ à un comportement type 1^{er} ordre de gain statique ki et de constante de temps τ_e .

B.1.1 Modélisation de la chaîne d'énergie variateur + MSAP + vis-écrou + outil d'écrasement

La MSAP est pilotée par un variateur avec régulation de courant intégrée.

Le système vis-écrou (réversible) à un rendement unitaire avec un pas de vis $h = 6\text{mm}$.

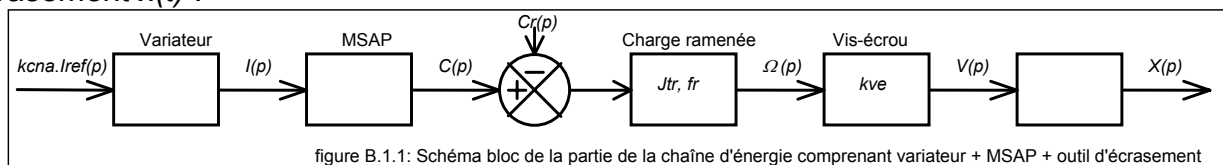
Simplification, hypothèses :

on considère de faibles déplacements autour de la position d'équilibre (cf figure B.1 : outil d'écrasement + motorisation + pilotage).

La vitesse et la position sur l'axe de l'écrou du système vis-écrou sont identiques à la vitesse $v(t)$ et la position $x(t)$ sur l'outil d'écrasement.

La masse des flasques du renvoi d'angle est négligeable.

Soit le schéma-bloc représentant la chaîne d'énergie d'entrée: référence de courant fournie par la C.N. CYBELEC au variateur de la MSAP : $kcna.i_{ref}(t)$ et de sortie la position de l'outil d'écrasement $x(t)$:



Afin de simplifier le modèle on choisit de ramener le mécanisme d'écrasement sur l'axe de la MSAP (l'inertie équivalente totale ramenée J_{tr} correspondra aux masses des bielles, outil d'écrasement et écrou ramenés au travers du système vis-écrou ; le coefficient de frottement visqueux équivalent fr correspondra au coefficient de frottement visqueux a ramené au travers du système vis-écrou ; le couple résistant $c_r(t)$ correspondra à l'effort de l'outil d'écrasement sur le tube $F(t)$).

Question B.1.1.1 Etablir, sans la résoudre, l'équation différentielle reliant le courant $i(t)$ à la référence $kcna.i_{ref}(t)$. S'agit-il d'accumulation d'énergie cinétique ou potentielle ?

Question B.1.1.2 Donner l'équation littérale reliant le couple $c(t)$ au courant $i(t)$. Comment nomme-t-on cette transformation.

Question B.1.1.3 Etablir, sans la résoudre, l'équation différentielle reliant la pulsation de rotation $\omega(t)$ aux variables de couple $c(t)$ et $c_r(t)$. On précisera les solides isolés, les théorèmes utilisés et les hypothèses éventuelles. S'agit-il d'accumulation d'énergie cinétique ou potentielle ?

Question B.1.1.4 Déterminer la valeur numérique de $k_{ve} = v(t)/\omega(t)$ associée au système vis-écrou.

Question B.1.1.5 Donner l'équation, sans la résoudre, donnant $x(t)$ en fonction de $v(t)$.

Question B.1.1.6 Déterminer, sous forme littérale, l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre de la MSAP J_{mr} des masses de l'outil d'écrasement + bielle de renvoi d'angle inférieure (masse $M_{oe} = 11,4\text{kg}$.) et de l'écrou + bielle de renvoi d'angle supérieure (masse $M_e = 5,6\text{kg}$.) en fonction de M_{oe} , M_e et k_{ve} .

Question B.1.1.7 Déterminer sous forme numérique l'inertie équivalente totale J_{tr} comprenant l'inertie équivalente ramenée des masses J_{mr} et l'inertie de la vis et du rotor de la MSAP J_v .

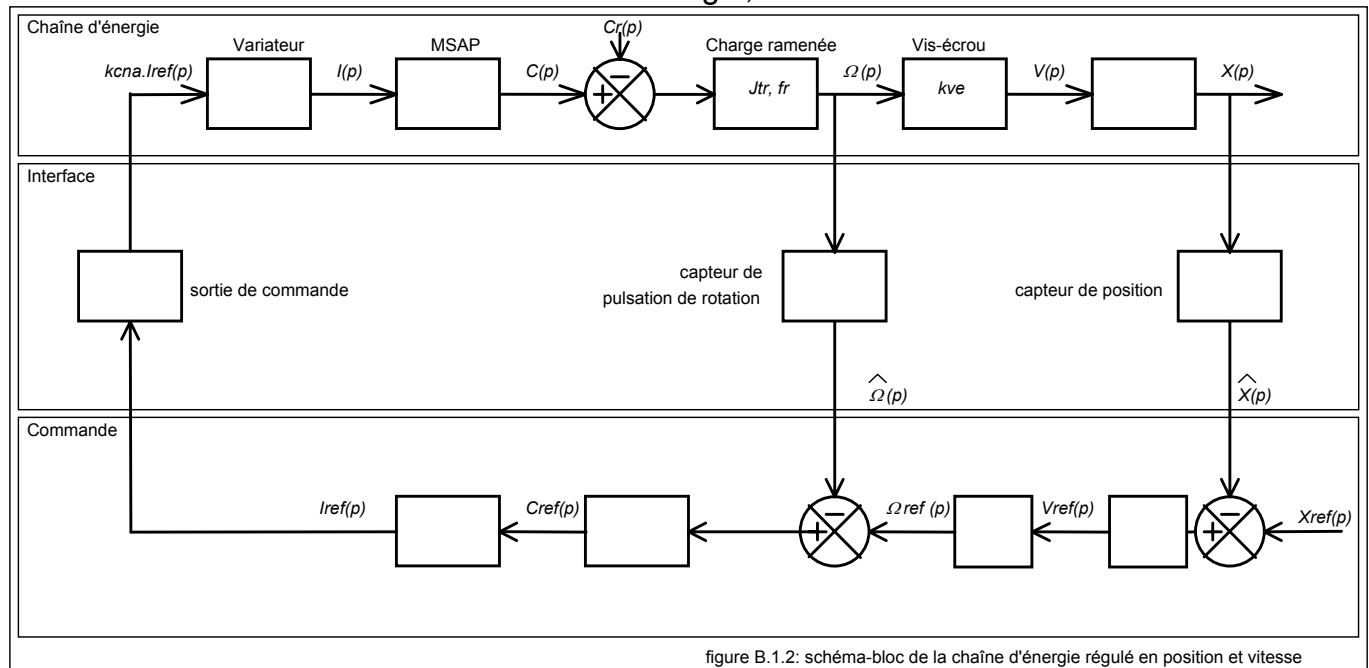
Question B.1.1.8 Déterminer, sous forme littérale, le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre de la MSAP f_r , du coefficient de frottement visqueux a sur l'outil d'écrasement, en fonction de a et k_{ve} .

Question B.1.1.9 Déterminer l'application numérique du coefficient de frottement visqueux équivalent f_r .

B.1.2 Graphe de commande, schéma bloc de l'asservissement

On désire piloter en position et en vitesse l'outil. On cherche à mettre en place une stratégie de commande par inversion de la chaîne d'énergie.

Soit la structure schéma-bloc de la chaîne d'énergie, interface et commande :



Nota : On note $\hat{x}(t)$ la grandeur estimée fournie par un capteur de mesure de la variable $x(t)$.

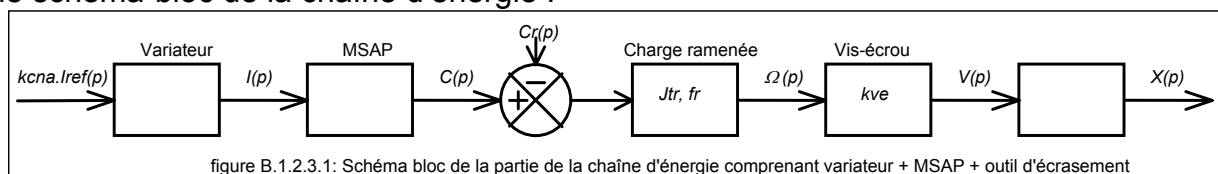
Question B.1.2.1 Donner le contenu littéral puis numérique de la relation de commande donnant la consigne de pulsation de rotation de la MSAP $\omega_{ref}(t)$ en fonction de la consigne de vitesse linéaire de déplacement de l'outil d'écrasement $v_{ref}(t)$ en respectant la stratégie énoncée ci-dessus (commande par inversion de la chaîne d'énergie).

Question B.1.2.2 Donner le contenu littéral puis numérique de la relation de commande donnant la consigne de courant de la MSAP $i_{ref}(t)$ en fonction de la consigne de couple de la MSAP $c_{ref}(t)$ en respectant la stratégie énoncée ci-dessus (commande par inversion de la chaîne d'énergie).

B.1.2.3 Construction du schéma bloc complet

B1.2.3.1 Chaîne d'énergie

Soit le schéma-bloc de la chaîne d'énergie :



Question B.1.2.3.1.1 Donner sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{I(p)}{kcna.Iref(p)}$ en fonction de ki et τ_e .

Question B.1.2.3.1.2 Donner sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{\Omega(p)}{C(p)}$ en fonction de f_r et τ_m . On posera $\tau_m = \frac{Jtr}{f_r}$.

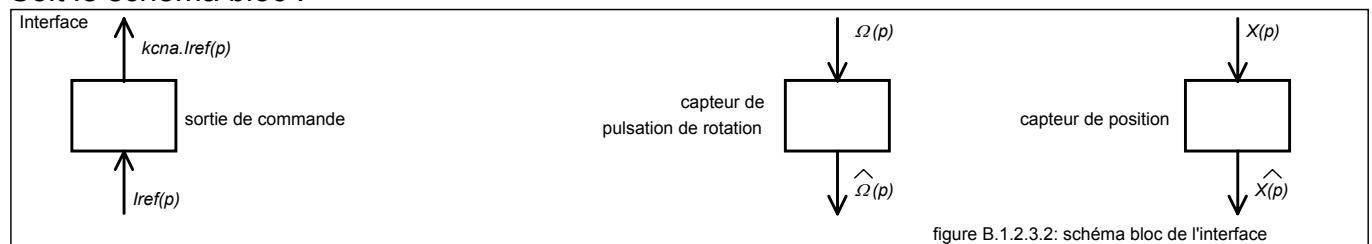
Question B.1.2.3.1.3 Donner sous forme numérique la transmittance $\frac{\Omega(p)}{C(p)}$.

Question B.1.2.3.1.4 Donner sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{X(p)}{V(p)}$.

Question B.1.2.3.1.5 Sur le document réponse B1 remplir le contenu des blocs associés à la chaîne d'énergie sous forme littérale et canonique.

B.1.2.3.2 Interface

Soit le schéma bloc :

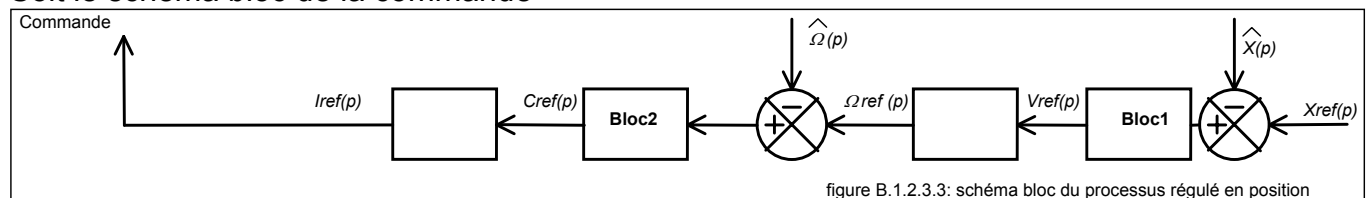


Question B.1.2.3.2.1 Sur le document réponse B1 donner le contenu numérique des gains des blocs associés à l'interface (toutes les grandeurs seront à ramener en unité mksa).

On note : $kcna$ = gain de la sortie analogique de la C.N. ($\pm 10V/2^{16}$).
 $kc_{ap\Omega}$ = gain du capteur pulsation de rotation (4096 tops/tour).
 kc_{apx} = gain du capteur position (4096 tops/mm).

B.1.2.3.3 – Commande

Soit le schéma bloc de la commande



Question B.1.2.3.3.1 Par analyse de ce schéma bloc quelles fonctions auront les Bloc1 et Bloc2 ?

Cette structure de commande est une structure simple de correction car elle n'agit que sur l'erreur.

La nouvelle structure de pilotage de la C.N. permet d'intégrer des structures de correction de type RST. Ces structures permettent d'agir, à la fois sur l'erreur mais aussi sur la variable à réguler et la consigne de réglage.

La synthèse des correcteurs RST consiste donc à rechercher trois polynômes ($R(p)$ = traitement de la grandeur à réguler, $S(p)$ = traitement de l'erreur et $T(p)$ = traitement de la consigne) pour obtenir la transmittance en boucle fermée désirée en asservissement.

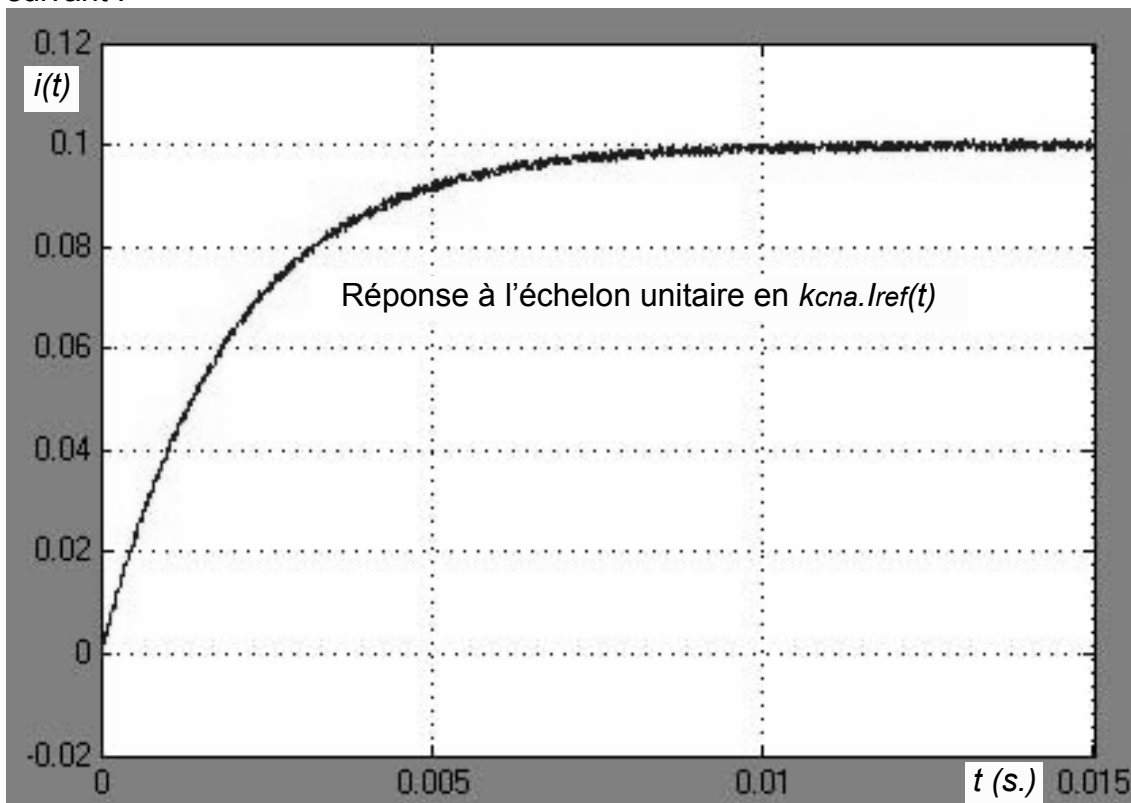
Dans cette partie on se propose de mettre en place une méthode de synthèse de ce type d'architecture de correcteur.

B.2 Correction avec structure RST

B.2.1 Modélisation de la boucle de courant

Le variateur assure une régulation en courant de la MSAP d'entrée $kcna.i_{ref}(t)$ et de sortie $i(t)$.

Un essai rotor calé (le rotor de la MSAP bridée) en réponse à l'échelon unitaire a donné le résultat suivant :



On décide d'approximer la boucle de courant à un premier ordre de gain statique noté k_i et de constante de temps notée τ_e .

Question B.2.1.1 Identifier sur le document réponse B2 la fonction de transfert du variateur avec la MSAP. On fera apparaître la construction sur la courbe.

Question B.2.1.2 Comparer la valeur numérique de la constante de temps de la boucle de courant τ_e avec la valeur numérique de la constante de temps de la partie mécanique ramenée sur l'arbre de la MSAP τ_m obtenue à la question B.1.2.3.1.3. Conclure.

Dans la suite du sujet le schéma bloc ci-dessous sera adopté :

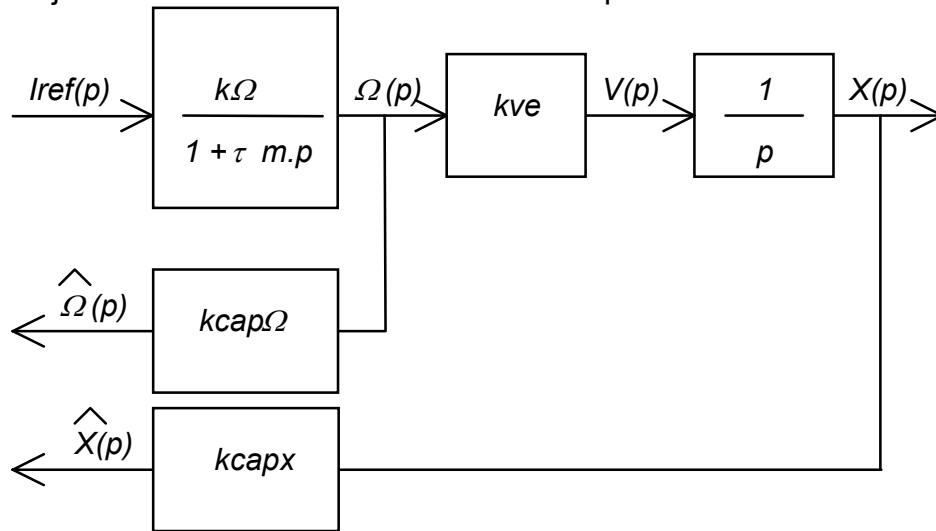


Schéma bloc de la partie de la chaîne d'énergie comprenant variateur + MSAP + outil d'écrasement + capteur de pulsation de rotation et de position et sortie analogique C.N.

Question B.2.1.3 A partir des résultats de la question B.1.2.3.1.5, déterminer k_Ω en fonction de k_{cna} , k_i , k_t et f_r . Donner l'application numérique.

B.2.2 Principe de la correction RST

On considère un processus d'entrée $U(p)$ et de sortie $Y(p)$, soumis à une perturbation $P(p)$.

La sortie est définie par : $Y(p) = G(p).U(p) + H(p).P(p)$ avec la transmittance en boucle ouverte :

$$G(p) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i \cdot p^i}{\sum_{i=0}^n a_i \cdot p^i} = \frac{B(p)}{A(p)}$$

La forme générale du correcteur RST intégrée dans la commande numérique (C.N.) est donnée par la figure suivante :

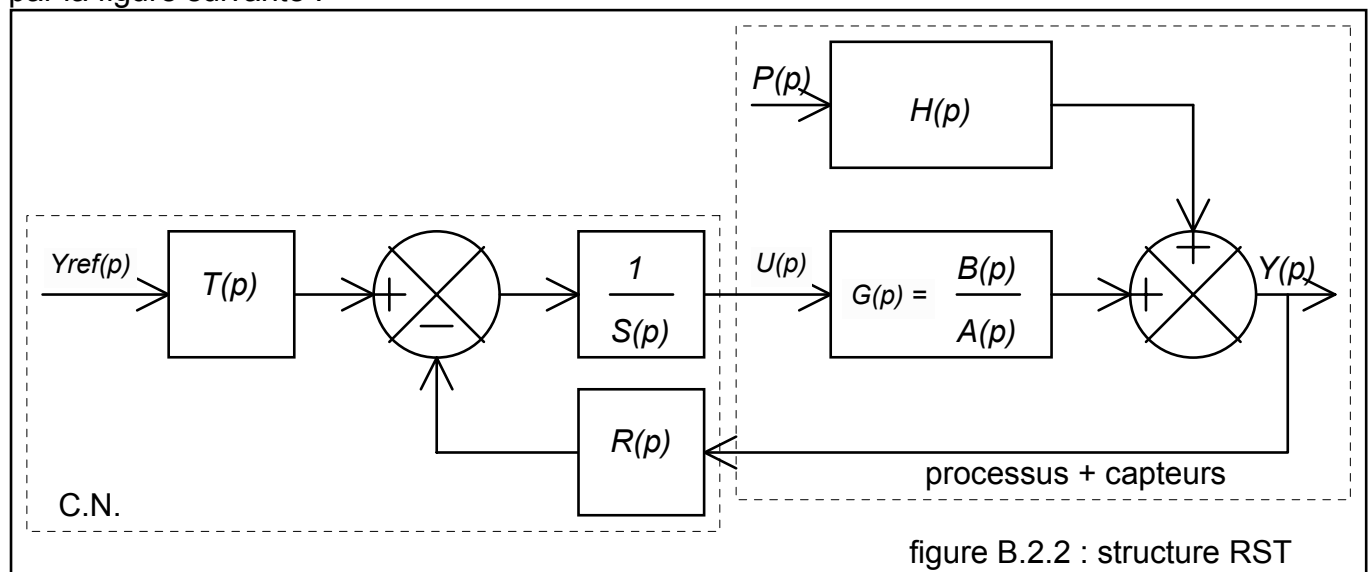


figure B.2.2 : structure RST

où $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$ sont des polynômes que l'on calcule pour obtenir la transmittance en boucle fermée désirée en asservissement (perturbation constante) $FTBFd(p) = \frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)} = \frac{Bd(p)}{Ad(p)}$

$Bd(p)$ et $Ad(p)$ sont les polynômes désirés pour le comportement en boucle fermée.

Les polynômes seront de la forme :

Processus	$A(p)=a_0+a_1.p+a_2.p^2+\dots+a_n.p^n$ $B(p)=b_0+b_1.p+b_2.p^2+\dots+b_m.p^m$
Correcteur	$R(p)=r_0+r_1.p+r_2.p^2+\dots+r_j.p^j$ $S(p)=s_0+s_1.p+s_2.p^2+\dots+s_k.p^k$ $T(p)=t_0+t_1.p+t_2.p^2+\dots+t_l.p^l$
Processus désiré	$Ad(p)=ad_0+ad_1.p+ad_2.p^2+\dots+ade.p^e$ $Bd(p)=bd_0+bd_1.p+bd_2.p^2+\dots+bdf.p^f$

La perturbation $p(t)$ est considérée comme nulle.

Question B.2.2.1 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBFd(p) = \frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)}$ en fonction de $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$, $A(p)$, $B(p)$.

Question B.2.2.2 En déduire $Bd(p)$ et $Ad(p)$ en fonction de $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$, $A(p)$, $B(p)$.

On cherchera donc à déterminer les degrés et les coefficients des polynômes $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$ pour obtenir les performances désirées du système en boucle fermée, en distinguant 3 types de spécification :

- le placement des pôles de la transmittance du système en boucle fermée (choix de la dynamique, gestion de l'effet des pôles sur le dépassement...).
- l'élimination de l'écart statique.
- la compensation des zéros de la transmittance en boucle ouverte (suppression du dépassement généré par les zéros).

B.2.3 Placement des pôles : Principe, choix du degré des polynômes

Les performances désirées du système en boucle fermée, exprimées en termes de constantes de temps et d'amortissement, sont principalement définies par les pôles de la transmittance du système en boucle fermée ($FTBFd(p)$). Ces pôles, solutions du dénominateur de cette transmittance, permettent de déterminer les coefficients du polynôme caractéristique de la $FTBFd(p)$ (le dénominateur $Ad(p)$).

Convention de notation : On notera le degré du polynôme $A(p)$ par $deg[A(p)]$.

Question B.2.3.1 Déterminer l'équation de $U(p)$ en fonction de $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$, $Y_{ref}(p)$ et $Y(p)$

Les transmittances ne peuvent pas être anticipatives (principe de causalité).

Rappel : $G(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$

Question B.2.3.2 Donner les inéquations reliant les degrés des polynômes :

$A(p)$ avec $B(p)$.

$S(p)$ avec $R(p)$.

$T(p)$ avec $S(p)$.

Question B.2.3.3 Donner l'équation donnant le degré du polynôme $Ad(p)$ en fonction des degrés des polynômes $A(p)$ et $S(p)$ en faisant intervenir les degrés des polynômes contenus dans l'équation $Ad(p) = S(p).A(p) + R(p).B(p)$

Le nombre d'équations, défini par le nombre de coefficients imposés par le dénominateur en boucle fermée choisie $Ad(p)$, doit être égal au nombre d'inconnues correspondant aux coefficients des polynômes $R(p)$ et $S(p)$ pour obtenir l'unicité de la solution.

Question B.2.3.4 Afin d'assurer l'unicité de la solution, donner l'équation donnant le degré du polynôme $Ad(p)$ en fonction des degrés des polynômes $R(p)$ et $S(p)$ en faisant intervenir le nombre de paramètres à obtenir pour déterminer les polynômes $Ad(p)$, $R(p)$ et $S(p)$.

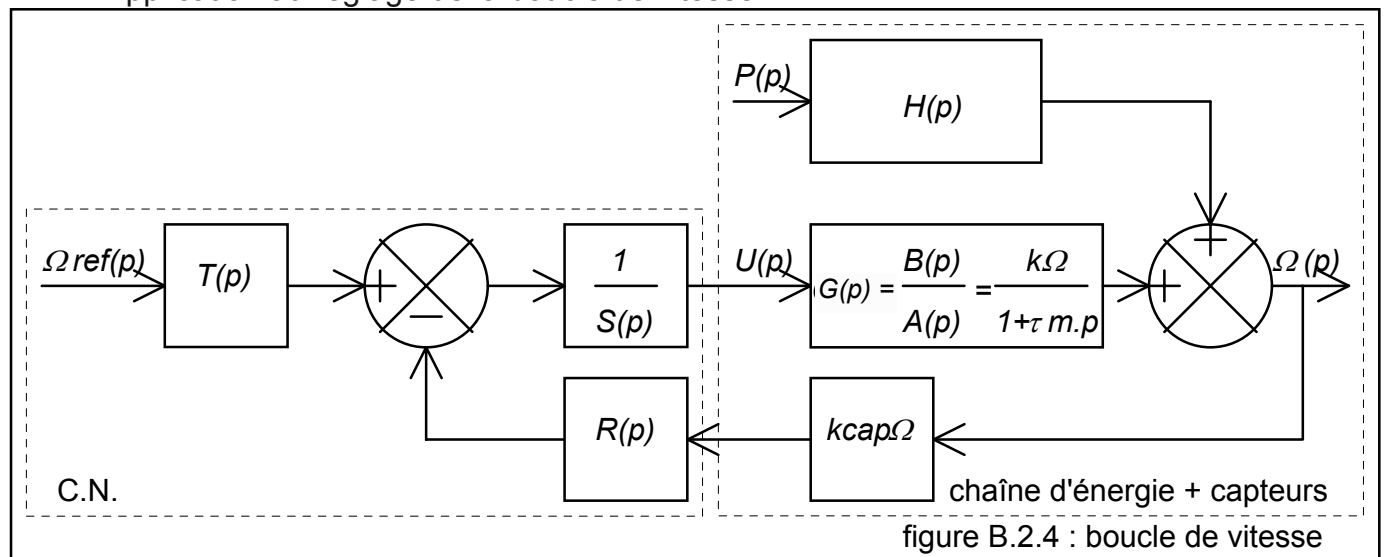
Question B.2.3.5 Des deux équations précédentes en déduire le degré du polynôme $R(p)$ en fonction du degré du polynôme de $A(p)$
On pose n l'ordre du polynôme $A(p)$.

Question B.2.3.6 Déduire, de la relation précédente et de la relation de causalité reliant le degré $S(p)$ au degré de $R(p)$, l'inéquation reliant le degré du polynôme $S(p)$ en fonction du degré du polynôme de $A(p)$
On pose n l'ordre du polynôme $A(p)$.

Question B.2.3.7 En déduire l'inéquation reliant le degré du polynôme $Ad(p)$ en fonction du degré du polynôme de $A(p)$
On pose n l'ordre du polynôme $A(p)$.

Question B.2.3.8 Montrer que, pour l'ordre minimal du système corrigé, les degrés des polynômes sont (avec n ordre du polynôme $A(p)$):
 $n-1$ pour $R(p)$.
 $n-1$ pour $S(p)$.
 $2.n-1$ pour $Ad(p)$.

B.2.4 Application au réglage de la boucle de vitesse



où $k\Omega = 0,0049 \text{ V.rad/s}$: gain statique de la chaîne directe de la boucle de pulsation de rotation.

$\tau_m = 0,1\text{s}$: constante de temps de la partie mécanique ramenée sur l'axe de la MSAP.

$k_{cap\Omega} = 652 \text{ V.s/rad}$: gain du capteur de vitesse

Cahier des charges : On souhaite que le système corrigé se comporte comme un premier ordre avec une constante de temps désirée τ_d (tel que le temps de réponse à 5% en boucle fermée soit quatre fois plus faible que celui de la boucle ouverte) et un gain statique unitaire.

Question B.2.4.1 Déterminer les degrés des polynômes $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$. En déduire les degrés de $Ad(p)$ et $Bd(p)$ (on se placera dans le cas de la recherche d'un ordre minimal pour le système corrigé).

Question B.2.4.2 En déduire la forme des polynômes $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$, $Bd(p)$ et $Ad(p)$ (cf B.2.2).

Question B.2.4.3 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée désirée $FTBFd(p)$ satisfaisant les spécifications du cahier des charges (On souhaite que le système corrigé admette une constante de temps τ_d et un gain statique unitaire).

La $FTBFd(p)$ sera présentée sous forme canonique.

On précisera la valeur du pôle de la $FTBFd(p)$.

En déduire, par identification paramétrique, les coefficients de $Bd(p)$ et $Ad(p)$ de la $FTBFd(p)$.

Question B.2.4.4 Par identification paramétrique des deux équations obtenues à la question B.2.2.2, déterminer les formes littérales des polynômes $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$ en fonction de $k\Omega$, $k_{cap\Omega}$, τ_m , τ_d .

On désire un temps de réponse à 5% quatre fois plus faible en boucle fermée que celui du processus en boucle ouverte.

Question B.2.4.5 Déterminer l'expression littérale en fonction de τ_m , puis l'application numérique, de τ_d .

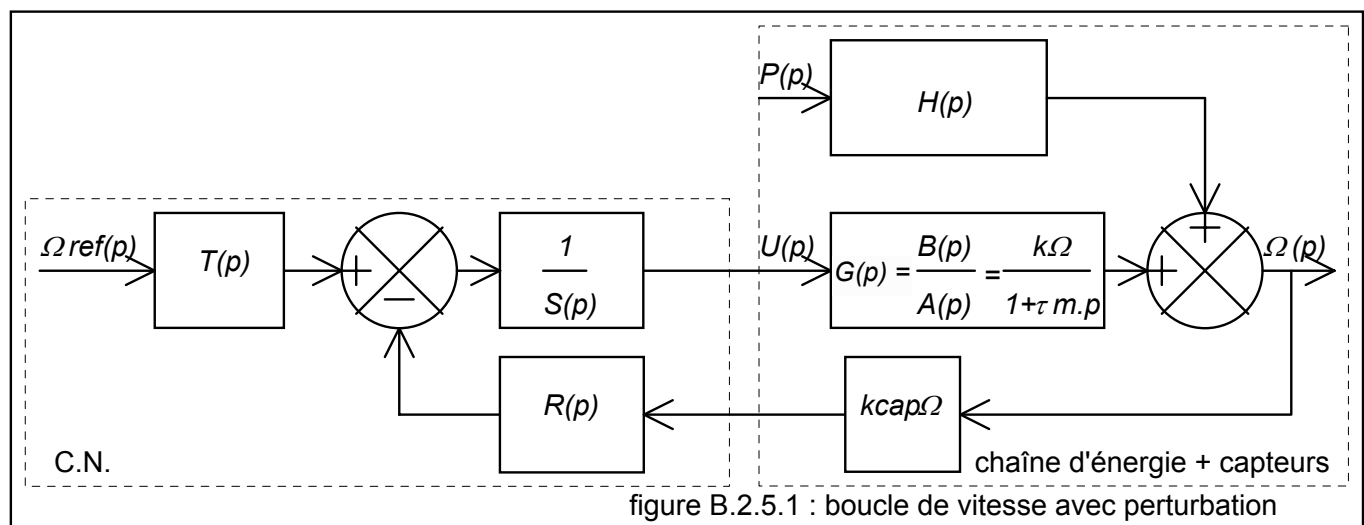
Question B.2.4.6 Déterminer l'application numérique des polynômes $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$.

B.2.5 Elimination de l'erreur statique

Hypothèse : On suppose que 0 n'est pas pôle de $H(p)$.

Soit $p(t)$ l'échelon unitaire et $\omega_{ref}(t)=0$

B.2.5.1 Mise en évidence



Question B.2.5.1.1 Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Omega(p)}{P(p)}$ en fonction de $A(p)$, $B(p)$, $H(p)$, $R(p)$, $S(p)$ et $k_{cap\Omega}$.

Question B.2.5.1.2 Par application du théorème de la valeur finale, en réponse à un échelon de perturbation $p(t)$ unitaire donner $\omega(t \rightarrow \infty)$. Conclure

On désire rendre insensible la sortie $\omega(t)$ à une perturbation $p(t)$ en échelon pour le régime permanent.

B.2.5.2 Principe

Pour annuler l'erreur statique due à la perturbation, il faut introduire un nombre suffisant d'intégration(s) dans la chaîne directe. Dans le cas d'une perturbation constante, une seule intégration suffit.

On pose $S(p) = p \cdot S'(p)$.

Et $S'(p)$ sera de la forme $S'(p) = s_0 + s_1 \cdot p + s_2 \cdot p^2 + \dots + s_k \cdot p^k$

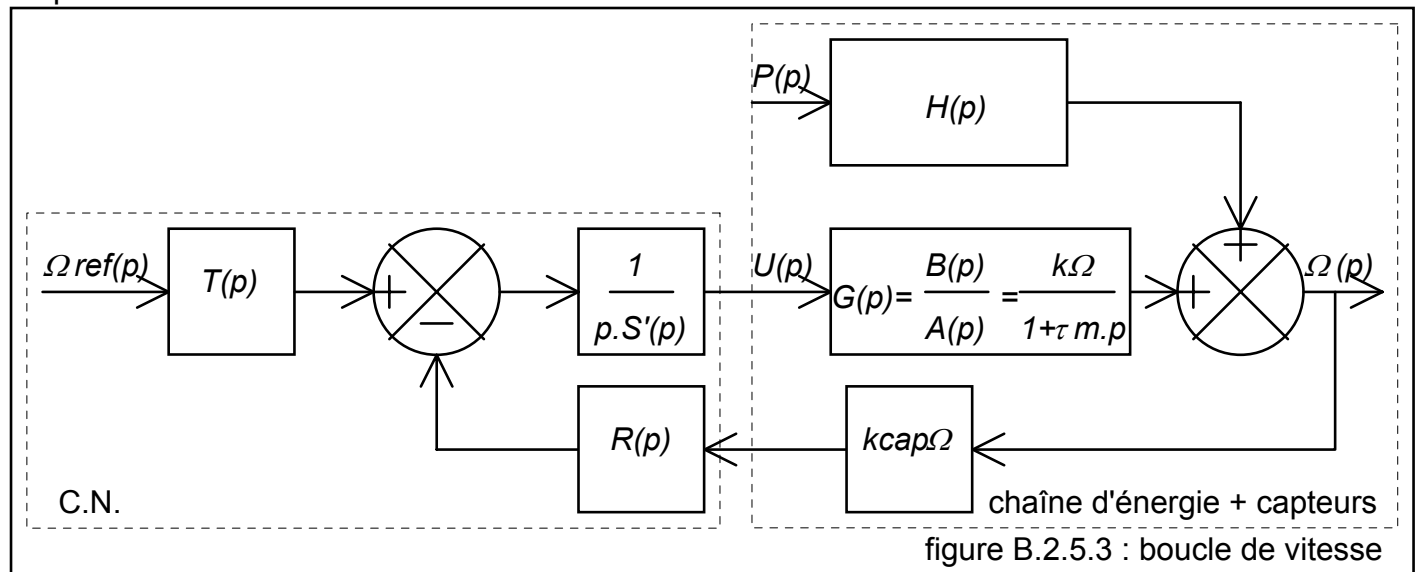
Question B.2.5.2.1 Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Omega(p)}{P(p)}$ en fonction de $R(p)$, $S'(p)$, $k_{cap\Omega}$, $H(p)$, $A(p)$ et $B(p)$.

Question B.2.5.2.2 Par application du théorème de la valeur finale, en réponse à un échelon de perturbation unitaire donner $\omega(t \rightarrow \infty)$. Conclure

Question B.2.5.2.3 En s'inspirant de la démarche développée dans la partie B.2.3 donner, pour l'ordre minimal du système corrigé, les degrés des polynômes $R(p)$, $S'(p)$ et $Ad(p)$ en fonction du degré de $A(p)$.
On pose n l'ordre du polynôme $A(p)$.

B.2.5.3 Application à la boucle de vitesse

Le processus est le suivant :



où $k_{\Omega} = 0,0049 \text{ V.rad/s}$: gain statique de la chaîne directe de la boucle de pulsation de rotation.

$\tau_m = 0,1\text{s.}$: constante de temps de la partie mécanique ramenée sur l'axe de la MSAP.

$k_{cap\Omega} = 652 \text{ V.s/rad}$: gain du capteur de vitesse

Cahier des charges :

On souhaite :

- que le système bouclé admette toujours un temps de réponse à 5% en boucle fermée 4 fois plus faible que celui du processus en boucle ouverte.
- un amortissement critique (pas de dépassement de la réponse soumise à un échelon sur l'entrée de consigne $\omega_{ref}(t)$ tout en optimisant le temps de réponse à 5%). Le système bouclé sera donc composé de pôles réels de constante de temps τ_d .
- un écart statique nul en présence d'une consigne et d'une perturbation évoluant en échelon.
- Un gain statique unitaire.

Question B.2.5.3.1 A partir des résultats de la question B.2.5.2.3, déterminer numériquement les degrés des polynômes $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$ pour l'ordre minimal du système bouclé et du polynôme $T(p)$. En déduire les degrés de $Ad(p)$ et $Bd(p)$.

Question B.2.5.3.2 En déduire la forme des polynômes $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$, $Bd(p)$ et $Ad(p)$ (cf. §B.2.2 et §B.2.5.2).

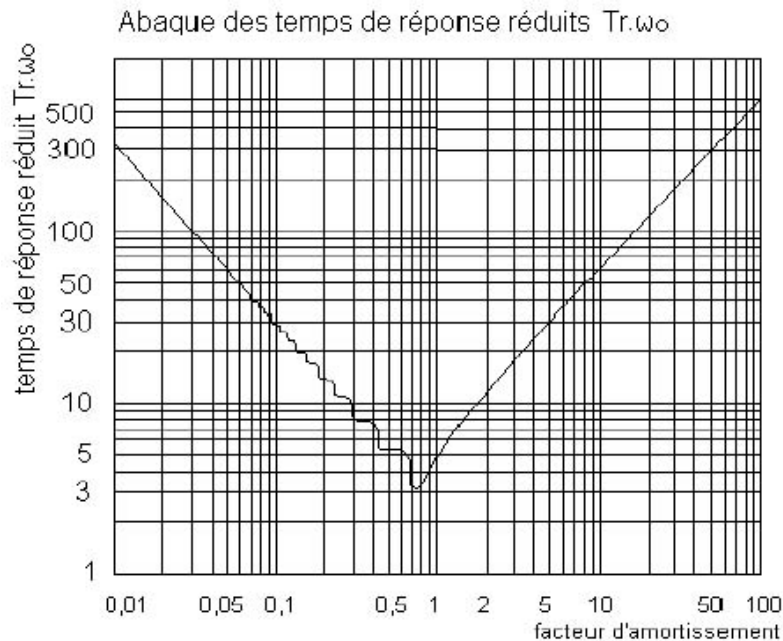
Question B.2.5.3.3 A partir des spécifications du cahier des charges fourni au §B.2.5.3, déterminer le polynôme $Ad(p)$ en fonction de τd .

Parmi les choix de $Ad(p)$ on prendra $Ad(p)$ tel que $ad^2 = 1$

Question B.2.5.3.4 A partir des spécifications du cahier des charges fourni au §B.2.5.3, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée désirée $FTBFd(p)$.

Question B.2.5.3.5 En s'inspirant du résultat de la question B.2.2.2, déterminer sous forme littérale les polynômes $R(p)$ en fonction de k_Ω , $k_{cap\Omega}$, τd , τm ; $S(p)$ en fonction de τm et $T(p)$ en fonction de k_Ω , τd .

Question B.2.5.3.6 Déterminer (en utilisant l'abaque des temps de réponse à 5% réduit ci-dessous) la valeur numérique de τd permettant d'avoir un temps de réponse à 5% 4 fois plus faible que celui du processus en boucle ouverte.



Question B.2.5.3.7 Déterminer l'application numérique des polynômes $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$.

La problématique de cette synthèse est qu'elle peut faire apparaître des transmittances $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$ non causales, donc non réalisables physiquement.

Question B.2.5.3.8 Parmi les transmittances obtenues $R(p)$, $S(p)$ et $T(p)$, certaines sont-elles non causales ? Si oui lesquels ?

On choisit de modifier la stratégie de commande en insérant un polynôme auxiliaire $Filtre(p)$ stable de degré égal à celui de $S(p)$ transformant la loi de commande de la façon suivante :

$$U(p) = \frac{Filtre(p)}{S(p)} \cdot \left(\frac{T(p)}{Filtre(p)} \cdot \Omega_{ref}(p) - \frac{R(p)}{Filtre(p)} \cdot k_{cap\Omega} \cdot \Omega(p) \right)$$

On choisit : $Filtre(p) = 1 + \tau \cdot p$.

Question B.2.5.3.9 Cet artifice sur la stratégie a-t-il permis de créer des bloc causaux ? Expliquer.

B.2.6 Élimination de l'effet du zéro

B.2.6.1 Influence du zéro

On réalise un essai sur la machine à coulisseaux multiples avec ce réglage de la boucle de vitesse de la partie B.2.5 (cf figure B.2.6).

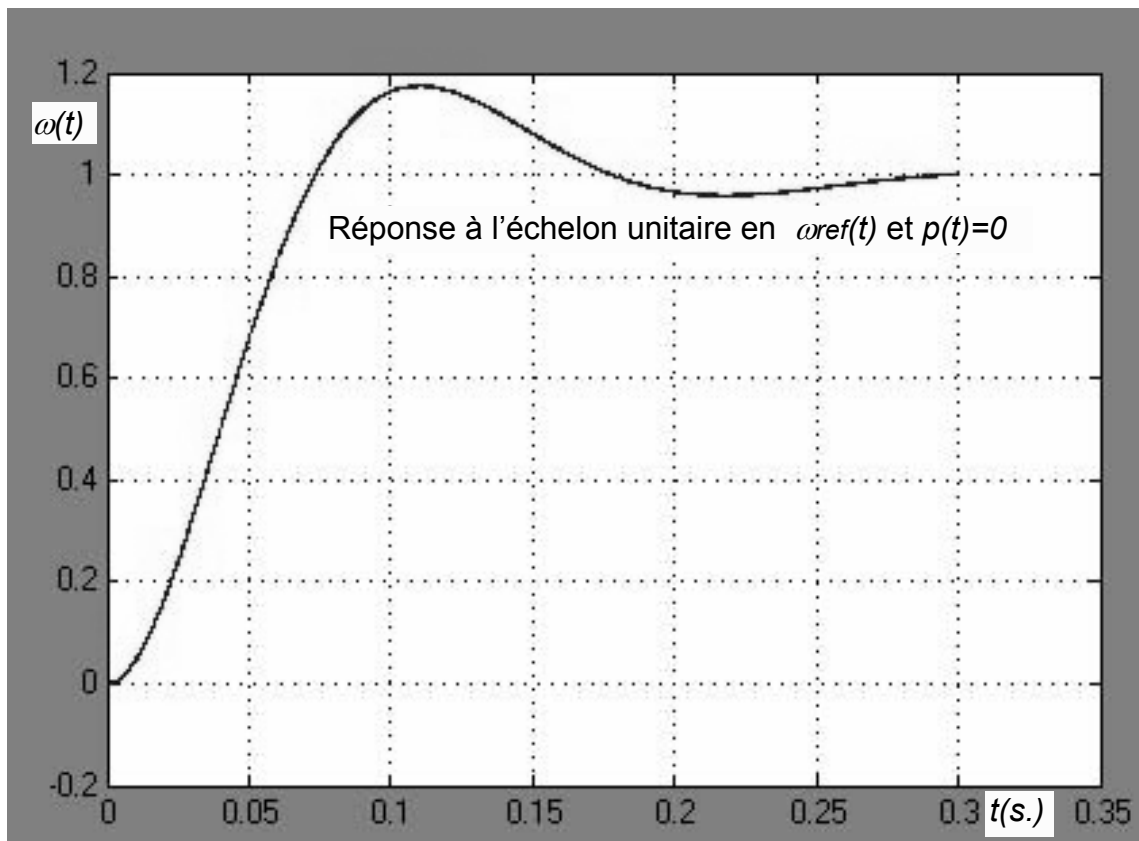


Figure B.2.6 : Essai en boucle fermée de la boucle de vitesse

Question B.2.6.1.1 La réponse obtenue est-elle celle espérée en comparaison du modèle de connaissance de la charge développé à la partie B.2.1 et du cahier des charges du correcteur RST mis en place à la partie B.2.5 ? Argumenter.

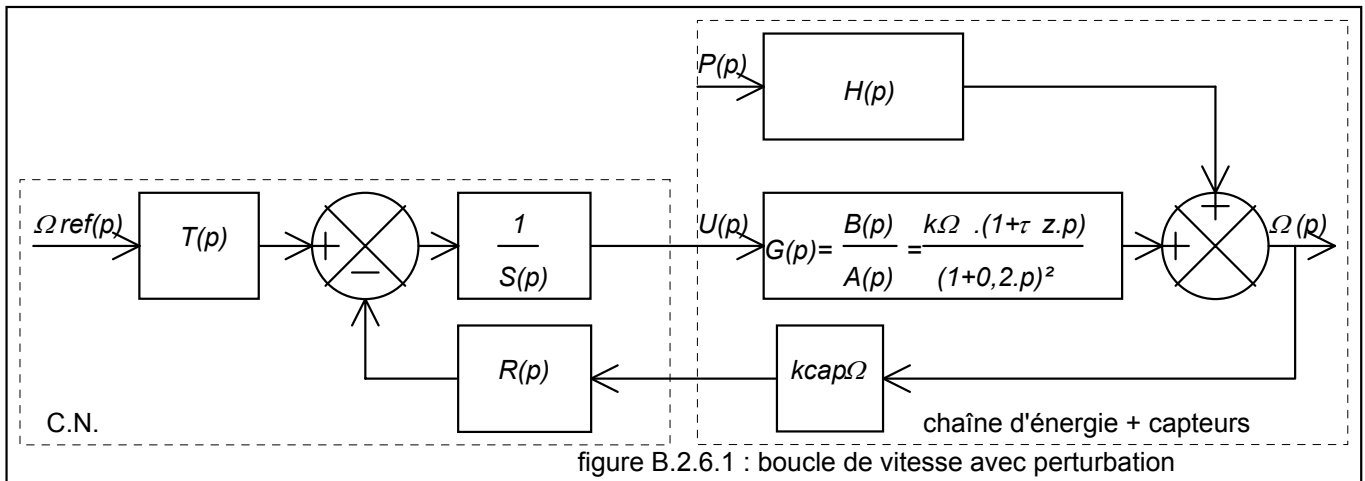
Une identification de la chaîne d'énergie a donné le résultat suivant :

$$\frac{\Omega(p)}{kcna.lref(p)} = \frac{0,005.(1+\tau.p)}{(1+0,2.p)^2} = \frac{0,005.(1+0,1.p)}{(1+0,2.p)^2}$$

L'élément perturbateur générateur de dépassement est le zéro de cette transmittance.

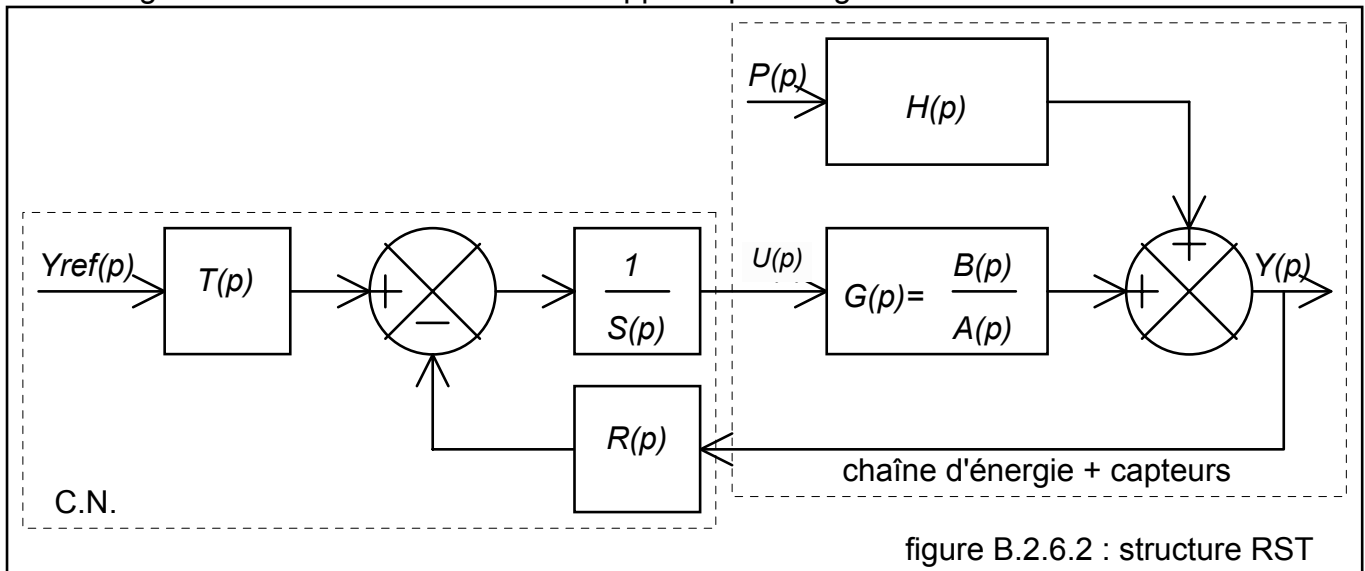
Question B.2.6.1.2 La transmittance $\frac{\Omega(p)}{kcna.lref(p)} = \frac{0,005.(1+\tau.p)}{(1+0,2.p)^2} = \frac{0,005.(1+0,1.p)}{(1+0,2.p)^2}$ possède un zéro. Est-il compensable par un pôle stable ? Argumenter.

Hypothèse : On suppose toujours que 0 n'est pas pôle de $H(p)$. On cherche toujours à compenser l'erreur statique liée à une perturbation.



B.2.6.2 Principe

La forme générale du correcteur RST est rappelée par la figure suivante :



où $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$ sont des polynômes que l'on calcule pour obtenir la transmittance en boucle fermée désirée en asservissement (perturbation en échelon). $FTBF_d(p) = \frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)} = \frac{Bd(p)}{Ad(p)}$

$Bd(p)$ et $Ad(p)$ sont les polynômes désirés pour le comportement en boucle fermée.

Dans le cas de zéros compensables on pose $S(p) = B(p) \cdot p \cdot S'(p)$

La perturbation $p(t)$ est considérée comme nulle

Question B.2.6.2.1 Déterminer la transmittance $FTBF(p) = \frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)}$ en fonction de $A(p)$, $R(p)$, $S'(p)$, $T(p)$ et p .

Pour compenser les zéros compensables de $G(p)$, les polynômes $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$ doivent satisfaire les relations suivantes :

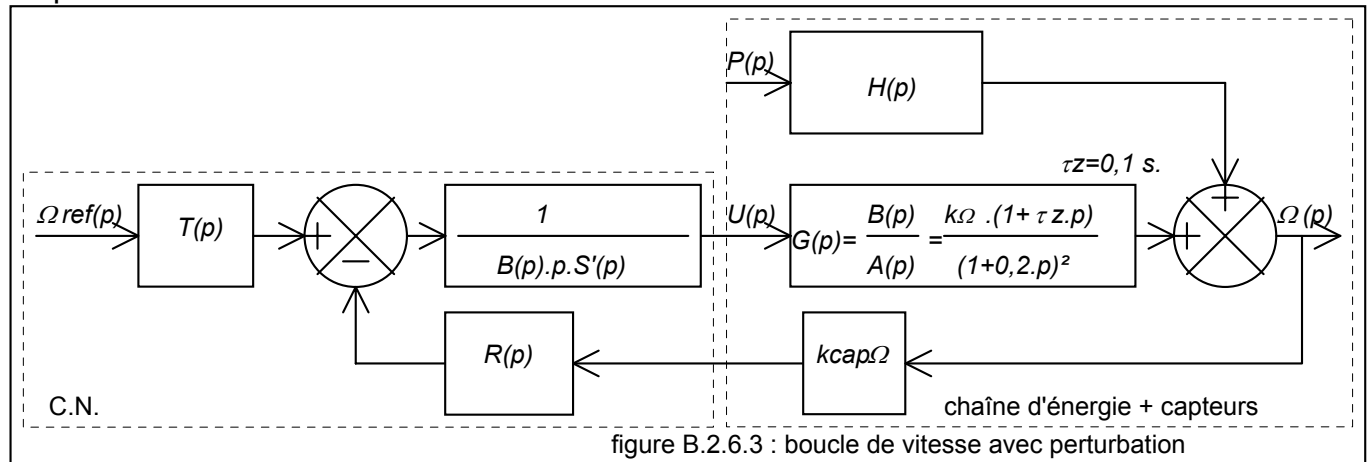
$S(p) = B(p) \cdot p \cdot S'(p)$
$(a) \quad T(p) = Bd(p)$
$(b') \quad p \cdot S'(p) \cdot A(p) + R(p) = Ad(p)$

Question B.2.6.2.2 En s'inspirant de la démarche développée dans la partie B.2.3 donner, pour l'ordre minimal du système corrigé, les degrés des polynômes $R(p)$, $S'(p)$ et $Ad(p)$ en fonction du degré de $A(p)$.

On pose n l'ordre du polynôme $A(p)$ et m l'ordre du polynôme $B(p)$.

B.2.6.3 Application à la boucle de vitesse

Le processus est le suivant :



où $k_{\Omega} = 0,005 \text{ V.rad/s}$: gain statique de la chaîne directe de la boucle de pulsation de rotation.

$\tau_z = 0,1 \text{ s}$: constante de temps du zéro de la partie mécanique ramenée sur l'axe de la MSAP.

$k_{cap\Omega} = 652 \text{ V.s/rad}$: gain du capteur de vitesse

Cahier des charges :

On souhaite :

- que le système bouclé admette toujours un temps de réponse à 5% en boucle fermée 4 fois plus faible que celui du processus en boucle ouverte obtenu à la partie §B.2.1.
- un amortissement critique (pas de dépassement de la réponse soumise à un échelon sur l'entrée de consigne $\omega_{ref}(t)$ tout en optimisant le temps de réponse à 5%). Le système bouclé sera donc composé de pôles réels de constante de temps τ_d .
- un écart statique nul en présence d'une consigne et d'une perturbation évoluant en échelon.
- Un gain statique unitaire.

Question B.2.6.3.1 Déterminer les degrés des polynômes $R(p)$, $S'(p)$ et $T(p)$. En déduire les degrés de $Ad(p)$ et $Bd(p)$.

Question B.2.6.3.2 En déduire la forme des polynômes $R(p)$, $S(p)$, $T(p)$, $Bd(p)$ et $Ad(p)$ (cf §B.2.2 et §B.2.6.2).

Question B.2.6.3.3 Déterminer le polynôme $Ad(p)$ en fonction de τ_d .

Parmi les choix de $Ad(p)$ on prendra $Ad(p)$ tel que $ad_3 = 1$

Question B.2.6.3.4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée désirée $FTBF_d(p)$ en fonction de τ_d vérifiant les spécifications.

Question B.2.6.3.5 En s'inspirant du résultat de la question B.2.2.2, déterminer sous forme littérale les polynômes $R(p)$ en fonction de $k_{cap\Omega}$, τ_d ; $S(p)$ et $T(p)$ en fonction de τ_d .

Question B.2.6.3.6 L'implantation des résultats numériques du correcteur RST de la partie B.2.6 donne la réponse à l'échelon unitaire en $\omega_{ref}(t)$ (asservissement) puis la réponse à l'échelon unitaire en $p(t) = cr(t)$ (régulation) :

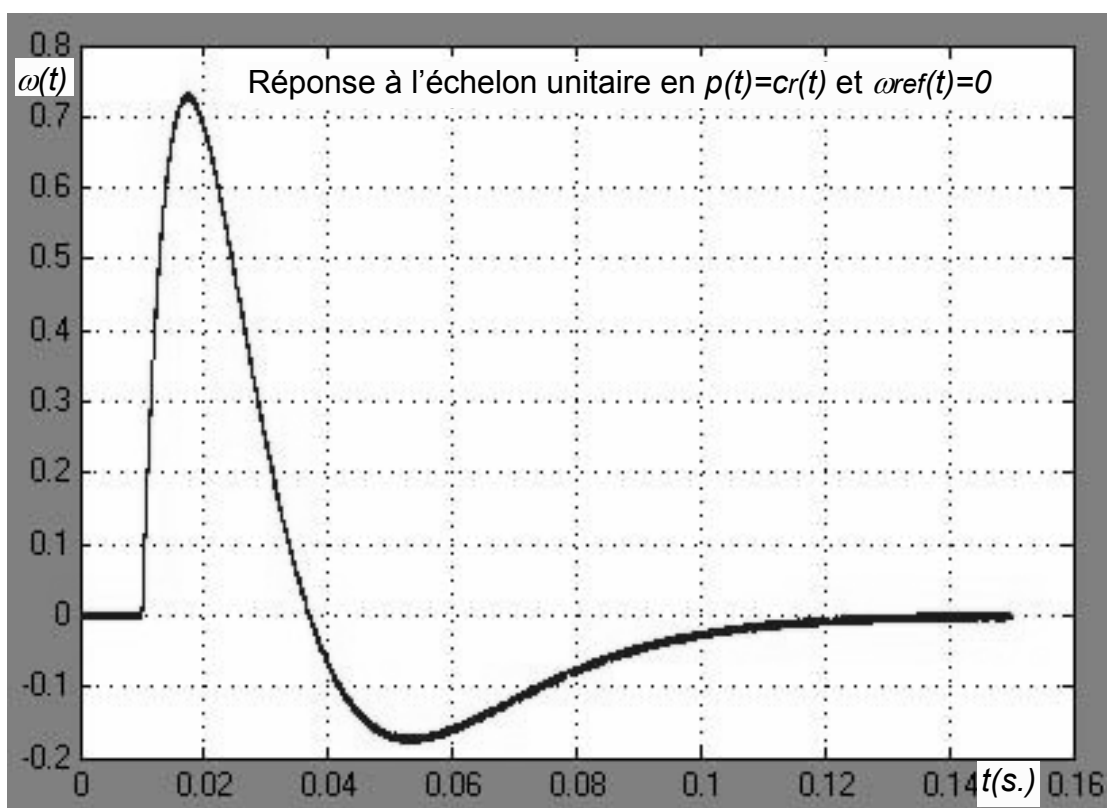
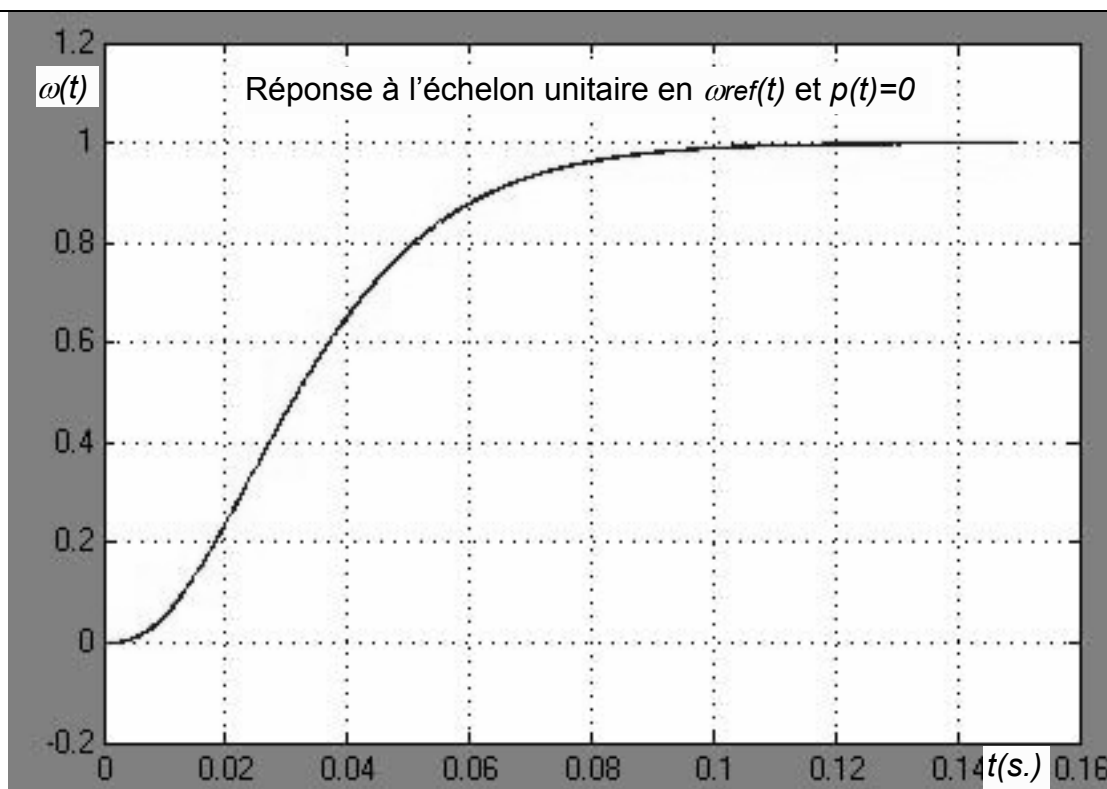


Figure B.2.6.3.6 : réponse en vitesse aux échelons unitaires de vitesse de référence $\omega_{ref}(t)$ et de perturbation $p(t)=cr(t)$.

Par analyse des courbes montrer que le correcteur répond au cahier des charges

C - ETUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE

Nous allons nous intéresser de plus près à 2 axes de la machine à coulisseaux multiples. Nous allons vérifier certaines hypothèses énoncées dans les parties précédentes.

C.1 Paramétrage (schémas cinématiques pages 28 & 30)

Les mécanismes étudiés dans cette partie sont constitués de 6 ou de 8 solides et d'un bâti :

Bâti <u>0</u>	Repère $\mathcal{R}_g (O_{sta}, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$	$\overrightarrow{O_{sta}O_{10}} = L_{01} \cdot \vec{x}_g - d_{01} \cdot \vec{y}_g$; $\overrightarrow{O_{10}O_{30}} = d_{02} \cdot \vec{x}_g - L_{02} \cdot \vec{y}_g + d_{03} \cdot \vec{z}_g$
Stator	Repère $(O_{sta}, \vec{x}_M, \vec{y}_M, \vec{z}_M)$	$\overrightarrow{O_{sta}O_{ecr}} = L_M \cdot \vec{x}_M$
Rotor-écrou	Repère $(O_{ecr}, \vec{x}_M, \vec{y}_m, \vec{z}_m)$	
Vis	Repère $(O_{vis}, \vec{x}_M, \vec{y}_M, \vec{z}_M)$	$\overrightarrow{O_{ecr}O_{vis}} = x_M \cdot \vec{x}_M$ (déplacement de la vis dans l'écrou)
Basculeur <u>1</u>	Repère $(O_{10}, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$\overrightarrow{O_{10}O_{vis}} = d_1 \cdot \vec{y}_1$; $\overrightarrow{O_{10}O_{12}} = d_1 \cdot \vec{x}_1$
Biellette de renvoi <u>2</u>	Repère $(O_{12}, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$	$\overrightarrow{O_{23}O_{12}} = d_2 \cdot \vec{y}_2$ (axe VDE) et $\overrightarrow{O'_{23}O_{12}} = d'_2 \cdot \vec{y}_2$ (axe VP)
Poinçon	Repère $(O_{23}, \vec{x}_{poi}, \vec{y}_{poi}, \vec{z}_{poi})$	$y_{poi} \cdot \vec{y}_{poi}$: déplacement vertical du poinçon b_{poi} : valeur maximale du déplacement y_{poi}
Poussoir <u>3</u>	Repère $(O_{34}, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$	$\overrightarrow{O_{30}O_{23}} = -d_3 \cdot \vec{y}_3 + z_3 \cdot \vec{z}_3$; $\overrightarrow{O_{34}O_{30}} = L_3 \cdot \vec{z}_3$
Jambe <u>4</u>	Repère $(O_{45}, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$	$\overrightarrow{O_{45}O_{34}} = L_4 \cdot \vec{z}_4$
Matrice <u>5</u>	Repère $(O_{45}, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$	Z_5 : déplacement de l'extrémité de la matrice <u>5</u> u_{form} : valeur maximale du déplacement Z_5

	Centre	Orientation absolue
Entre Vis et \mathcal{R}_g	O_{sta}	$\theta_M = (\vec{x}_g, \vec{x}_M)$
Entre <u>1</u> et \mathcal{R}_g	O_{10}	$\theta_1 = (\vec{x}_g, \vec{x}_1)$
Entre <u>2</u> et \mathcal{R}_g		$\theta_2 = (\vec{x}_g, \vec{x}_2)$ $\varphi_2 = (\vec{z}_g, \vec{z}_2)$
Entre <u>3</u> et \mathcal{R}_g	O_{30}	$\varphi_3 = (\vec{y}_g, \vec{y}_3)$
Entre <u>4</u> et \mathcal{R}_g	O_{45}	$\varphi_4 = (\vec{y}_g, \vec{y}_4)$

Dimensions	Valeurs numériques	Caractéristiques	Valeurs numériques
L_{01}	690 mm	V_{imp}	-1 m/s
L_{02}	1320 mm	Pas de la vis (moteur)	6 mm
L_3	52 mm		
L_4	48 mm		
L_M	540 mm		
d_{01}	260 mm		
d_{02}	260 mm		
d_{03}	62 mm		
d_1	260 mm		
d_2	841 mm	d'_2	1100 mm
d_3	47 mm	z_3	62 mm
b_{poi}	-57,9 mm		
u_{form}	21 mm		

C.2 Vérification d'hypothèses sur la modélisation de l'axe VED

Dans la partie B, nous avons étudié la commande de l'axe VED en effectuant certaines hypothèses comme celle d'un comportement purement en translation de l'outil d'écrasement et de la biellette de renvoi d'angle inférieure (Cf figure B.1).

Pour vérifier certaines hypothèses, nous allons reprendre la modélisation en réalisant un schéma cinématique plus précis de l'axe VED.

C.2.1 Modélisation cinématique de l'axe VED : partie moteur (Annexe C)

Question C.2.1.1 Compléter le schéma cinématique en proposant une modélisation cinématique du moteur électrique.

Question C.2.1.2 Au point O_{sta} , une liaison pivot est proposée. Justifier la présence de cette liaison dans le fonctionnement du système.

Question C.2.1.3 Au point O_{vis} , une liaison pivot est proposée. Justifier la présence de cette liaison dans le fonctionnement du système.

Question C.2.1.4 Conclure sur le mouvement de l'axe du moteur de commande.

Pour connaître l'influence de la rotation de l'axe (O_{sta} , O_{vis}), nous allons chercher à calculer la valeur maximale de l'angle de cette rotation. Nous ferons l'hypothèse que les liaisons sont parfaites.

Question C.2.1.5 Calculer les 2 relations de fermeture géométrique reliant les angles $\theta_M = (\vec{x}_g; \vec{x}_M)$, $\theta_1 = (\vec{x}_g; \vec{x}_1)$ et la longueur de sortie de la vis par rapport au rotor-écrou x_M , ainsi que les autres dimensions.

Question C.2.1.6 Si on note $X = (L_M + x_M)$ et en éliminant θ_1 , en déduire une relation entre X et θ_M .

Question C.2.1.7 Si on note φ tel que $\frac{L_{01}}{\sqrt{(L_{01}^2 + d_{01}^2)}} = \cos \varphi$ ainsi que $\frac{d_{01}}{\sqrt{(L_{01}^2 + d_{01}^2)}} = \sin \varphi$, résoudre l'équation précédente afin de donner $\cos(\theta_M + \varphi)$ en fonction X .

La loi de X est directement déterminable à partir de la connaissance de la loi de x_M et donc de la commande du moteur.

Question C.2.1.8 Sur l'annexe C, tracer la courbe de $\cos(\theta_M + \varphi)$ en fonction de X , sur l'intervalle [690mm ; 720mm] (fonctionnement normal). Conclure alors sur l'influence de la rotation θ_M de l'axe du moteur.

C.2.2 Modélisation cinématique de l'axe VED : partie biellette de renvoi

Pour pouvoir écraser le tube efficacement, il faut disposer d'une certaine vitesse au niveau du poinçon afin d'obtenir suffisamment d'énergie à l'impact. La norme de cette vitesse étant connue (V_{imp}), nous allons chercher la vitesse de commande de déplacement de la biellette de renvoi. On suppose qu'au démarrage $\vec{x}_M = \vec{x}_1 = \vec{x}_2 = \vec{x}_3 = \vec{x}_g$ et que $y_{poi} = 0$ (poinçon relevé).

Question C.2.2.1 Déterminer la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_{O_{12} \in 1 / \mathcal{R}_g}$ à tout instant t .

Question C.2.2.2 En déduire la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_{O_{12} \in 2 / \mathcal{R}_g}$ à tout instant t .

Question C.2.2.3 Déterminer la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_{O_{23} \in 3/\mathcal{R}_g}$ à tout instant t.

Question C.2.2.4 En déduire la direction du vecteur vitesse $\vec{V}_{O_{23} \in 2/\mathcal{R}_g}$ à tout instant t.

Question C.2.2.5 A l'aide du schéma cinématique de la page 28, justifier que la rotation φ_2 de la biellette 2 est nulle, à tout instant t.

Question C.2.2.6 A l'aide d'une fermeture géométrique, établir les relations entre les angles θ_1 et θ_2 et y_{poi} à tout instant t. (y_{poi} égal à 0 en position relevée).

Question C.2.2.7 Montrer que $\vec{V}_{O_{12} \in 1/\mathcal{R}_g} = d_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{y}_1$ à tout instant t.

Question C.2.2.8 Déduire des questions précédentes la norme de la pulsation de rotation $\dot{\theta}_2$ de la biellette 2 dans le plan $(\vec{x}_g; \vec{y}_g)$ en fonction des angles θ_1 et θ_2 , des dimensions et de la vitesse de rotation $\dot{\theta}_1$, à tout instant t.

Question C.2.2.9 Déduire des questions précédentes la norme de la vitesse de translation \dot{y}_{poi} de la biellette 2 au point O_{23} , en fonction des angles θ_1 et θ_2 , des dimensions et de la vitesse de rotation $\dot{\theta}_1$, à tout instant t.

Question C.2.2.10 En éliminant θ_2 dans l'expression précédente, déterminer la valeur à donner à $\dot{\theta}_1$ en fin de course, c'est-à-dire $\theta_1 = -10^\circ$, $\dot{y}_{\text{poi}}(\max i) = V_{\text{imp}}$ et $y_{\text{poi}}(\max) = b_{\text{poi}}$.

On prendra $V_{\text{imp}} = -1 \text{ m.s}^{-1}$, $d_1 = 260 \text{ mm}$, $d_2 = 841 \text{ mm}$ et $b_{\text{poi}} = -57,9 \text{ mm}$.

On suppose désormais que la valeur de $\dot{\theta}_1$, calculée en fin de course, est maximale ($\dot{\theta}_{1\text{MAX}}$) et égale à -4 rad.s^{-1} .

Question C.2.2.11 En déduire la norme de la vitesse maximale de translation de la vis par rapport au rotor-écrou.

Question C.2.2.12 En éliminant θ_2 dans l'expression de la question C.2.2.8, calculer la valeur maximale de $\dot{\theta}_2$.

On montre en poursuivant les calculs que la norme la valeur maximale de l'accélération $\ddot{\theta}_2$ est voisine de $0,5 \text{ rad.s}^{-2}$.

Question C.2.2.13 Calculer la valeur maximale de $\dot{\theta}_2$ et conclure sur l'hypothèse faite dans la partie B sur l'effet négligeable de la rotation de la biellette 2 sur la dynamique du système.

D - DIMENSIONNEMENT (ANNEXE D)

Nous allons désormais nous intéresser à l'effort à appliquer pour déformer le tube en tonneau, afin de dimensionner correctement le moteur de commande mais aussi de dimensionner correctement certaines pièces de l'axe VP. La puissance fournie doit essentiellement servir à la déformation du tube.

L'axe VP a pour fonction de réaliser une forme d'amarrage sur l'extrémité du tube comme représentée sur la figure D.1. Le procédé retenu consiste à écraser le tube suivant son axe pour provoquer son gonflement en forme de tonneau.

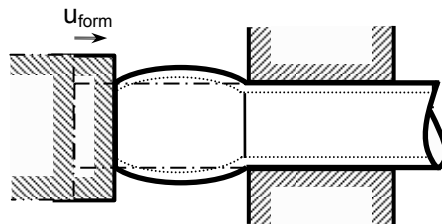


Figure D.1 : Mise en forme par déformation axiale

Le tube étant maintenu par ailleurs, la matrice de l'axe VP vient écraser lentement l'extrémité de ce tube avec un système de genouillère (figure D.2). Ce système (schéma cinématique page 28) transforme le déplacement d'entrée en une translation d'axe horizontal. Connaissant la profondeur d'écrasement du tube (u_{form}), on cherche à déterminer le déplacement à commander au niveau du moteur en utilisant la connaissance des mouvements simples de certaines pièces et de la conservation de la longueur de la biellette 2.

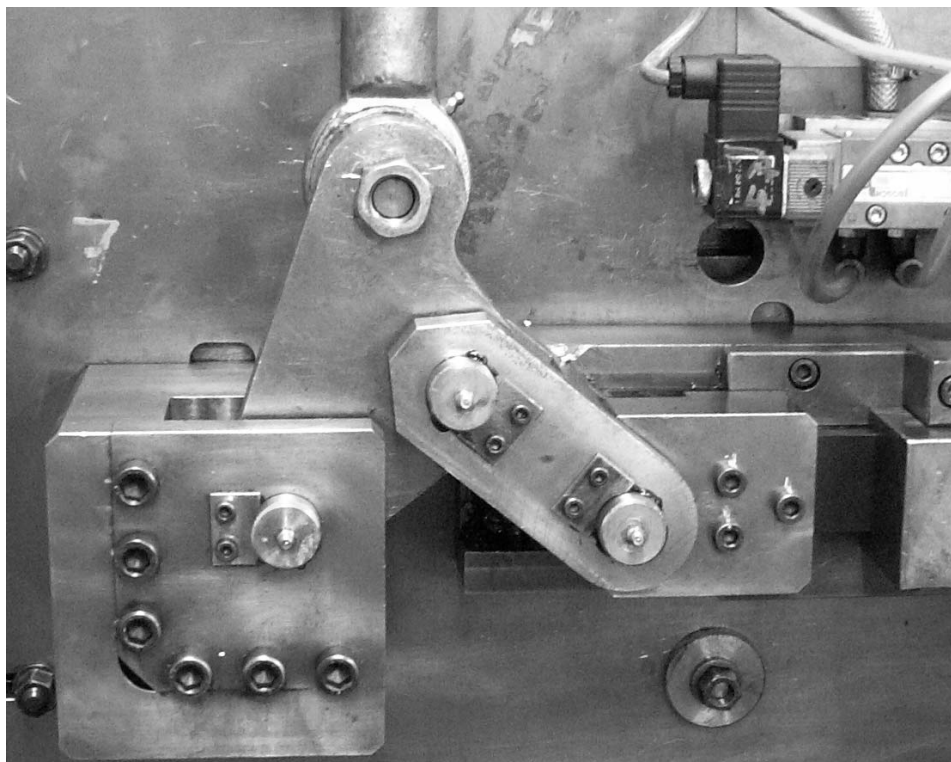


Figure D.2 : Système de genouillère

D.1 Vérification de l'effort maximum transmis

Nous allons vérifier que l'effecteur est correctement dimensionné pour exercer l'effort nécessaire attendu au niveau de la genouillère.

D.1.1 Effort transmis à la genouillère (sur l'annexe D)

Dans la position proposée sur l'annexe D :

Question D.1.1.1 Justifier le fait que la biellette 2 n'est soumise qu'à un effort de compression.

Question D.1.1.2 Tracer l'équilibre des forces sur la jambe 4.

Question D.1.1.3 Tracer l'équilibre des forces sur le poussoir 3.

Question D.1.1.4 En déduire la valeur de la force sur la biellette 2.

On supposera dans la suite que $\|\vec{F}_{3 \rightarrow 2}\| = 20kN$.

D.1.2 Effort transmis par le moteur au basculeur 1 (dans la position, système ouvert)

Question D.1.2.1 En négligeant le frottement dans les liaisons, donner la relation entre la norme de la force $\vec{F}_{vis \rightarrow 1}$ et la norme de la force $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$. On justifiera la réponse.

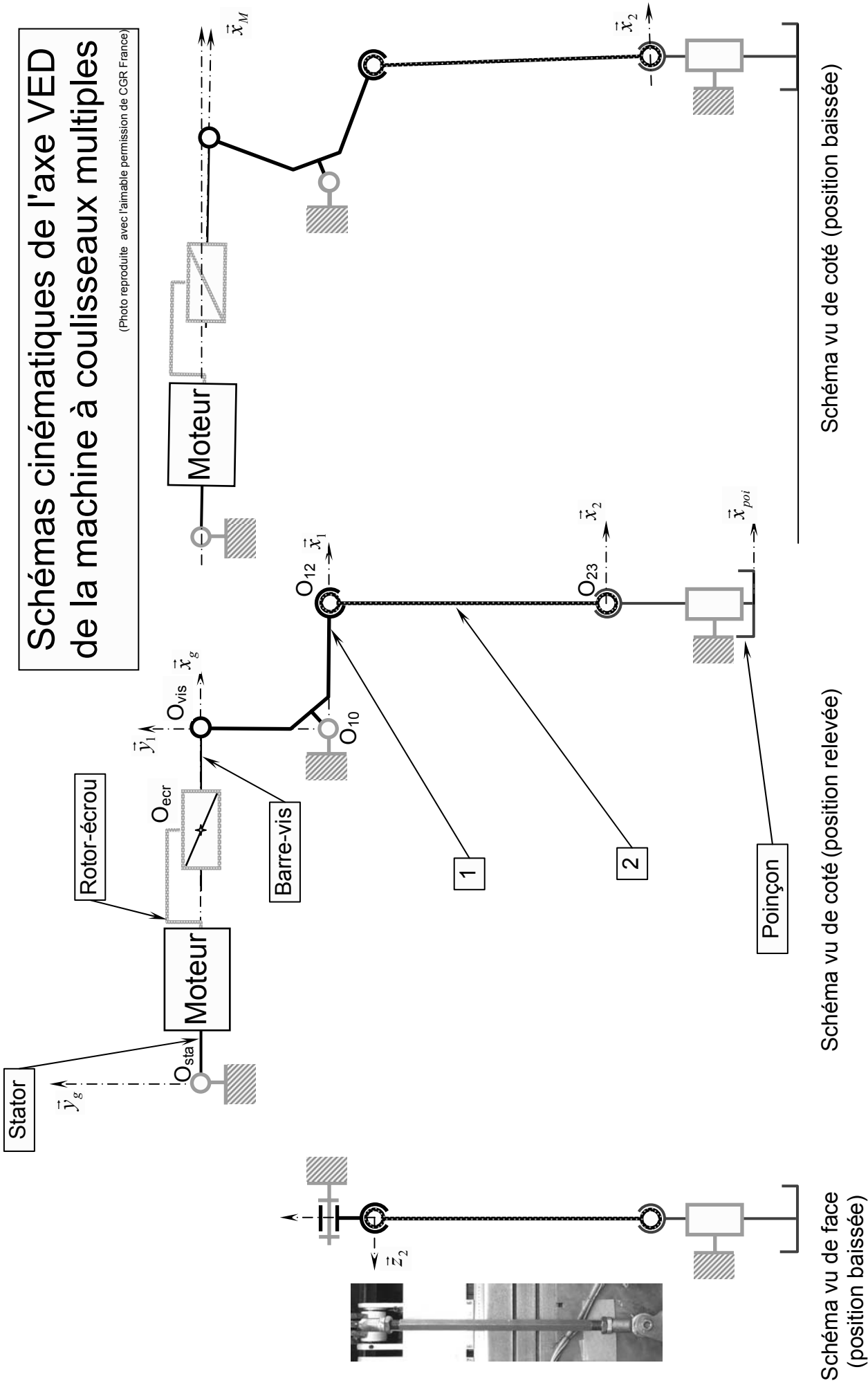
Question D.1.2.2 En déduire le couple que doit fournir le moteur (on supposera ici que les liaisons sont parfaites ; il faudrait ajouter à ce couple les couples dus aux frottements).

D.2 Résistance de la biellette 2 (sur l'annexe D)

Nous allons vérifier que la biellette 2 est correctement dimensionnée pour résister à l'effort appliqué au niveau de la genouillère. Pour être sûr que l'effort ne servira qu'à déformer le tube, on s'intéresse au flambement de la biellette 2, supposée cylindrique pleine.

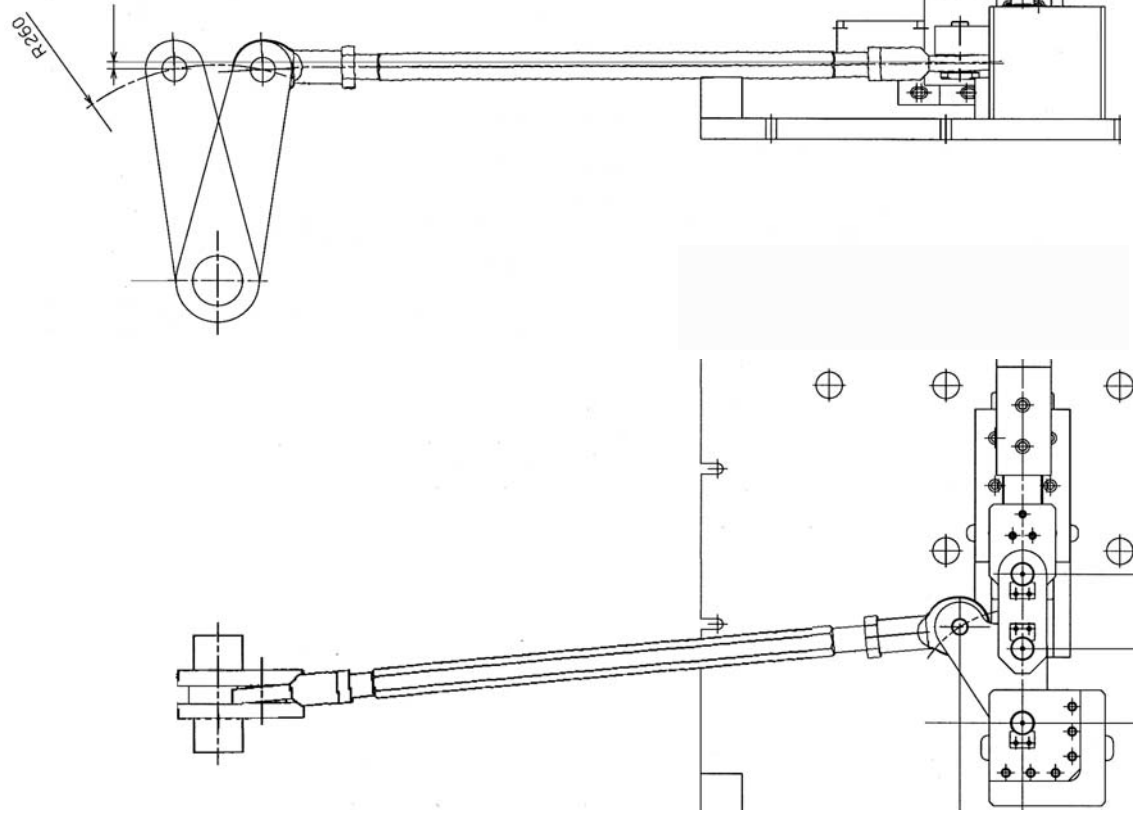
Question D.2.1 En appliquant la formule de la force critique de flambement d'Euler donnée dans le document-réponse D, déterminer la section minimale de la biellette 2.

Question D.2.2 Sachant que la section retenue pour la biellette 2 a un diamètre égal à 28mm, conclure sur le dimensionnement statique (en flambement et en compression).

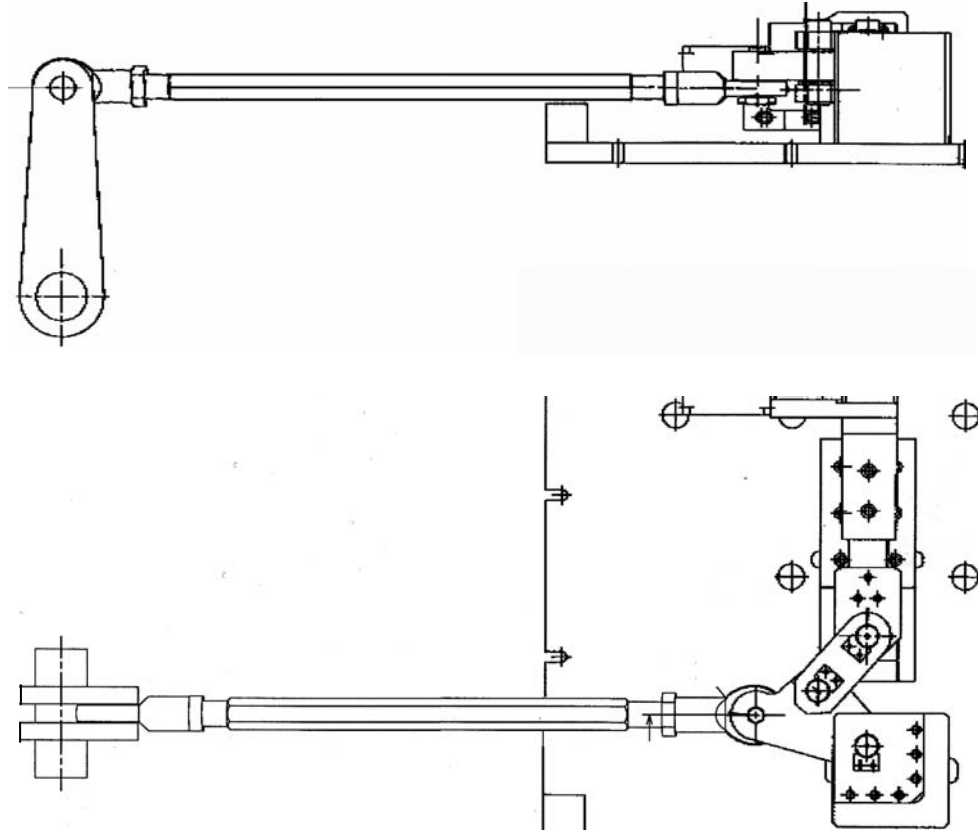


Dessins de l'axe VP de la machine à coulisseaux multiples

(Dessins reproduits avec l'aimable permission de CGR France)



Système en position de formage (vue de face et vue de côté)



Système ouvert (vue de face et vue de côté)

Schémas cinématiques de l'axe VP de la machine à coulisseaux multiples

Pour une meilleure lisibilité, certaines pièces ont été enlevées sur les schémas

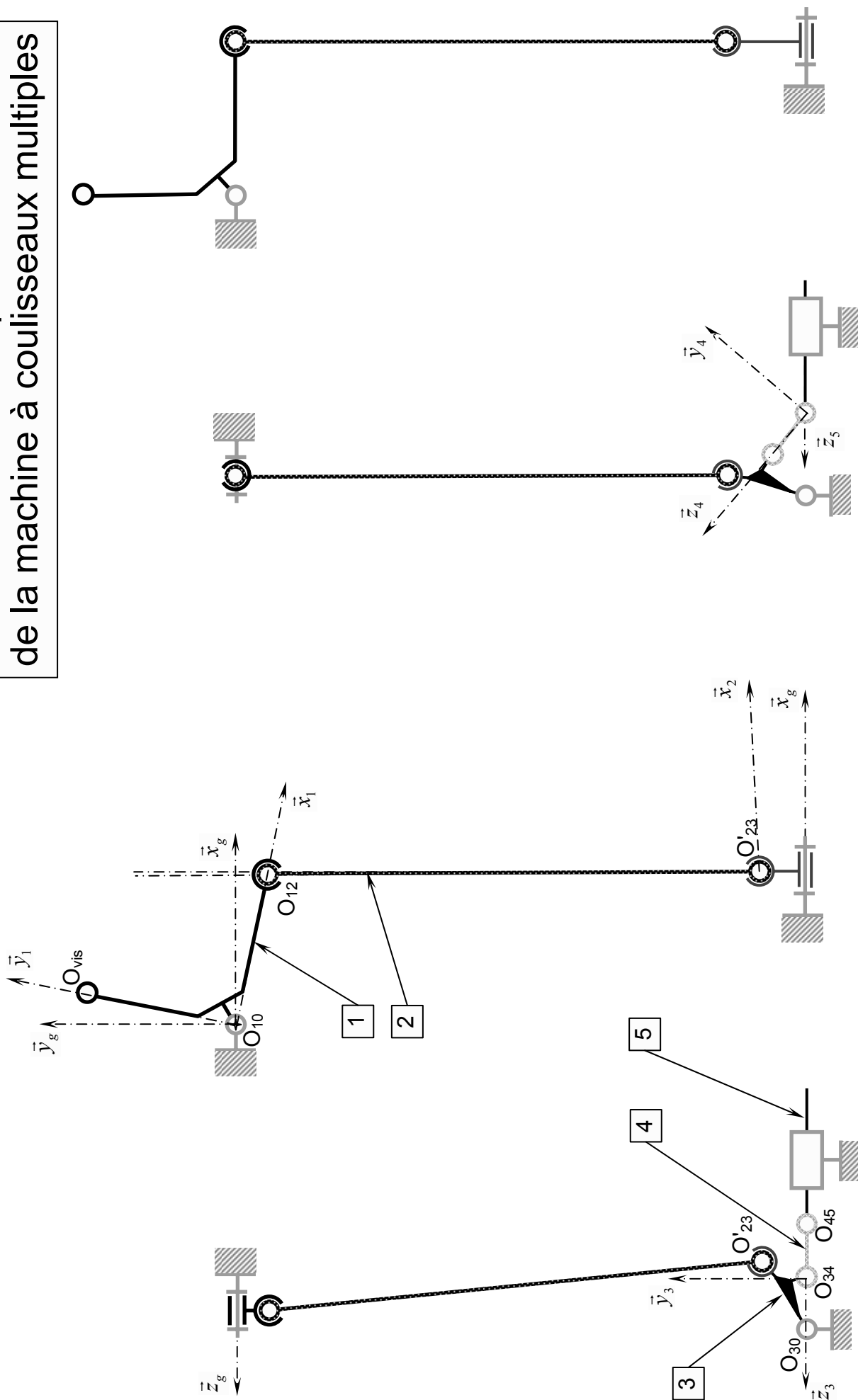


Schéma du système en position de formage (vue de face et vue de coté)

Schéma du système ouvert (vue de face et vue de coté)