

MATHÉMATIQUES - ORAL II

INTITULÉ :

Cet oral II de mathématiques dure 1 heure, préparation incluse.

Il porte sur l'ensemble du programme de mathématiques. L'utilisation d'un logiciel de calcul formel peut être demandée dans le cadre du programme d'informatique des classes préparatoires.

OBJECTIFS :

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des notions au programme de mathématiques de la filière (première et deuxième années).

C'est aussi d'examiner :

- la capacité d'initiative du candidat,
- sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances pour résoudre un problème et à maîtriser les calculs nécessaires pour y arriver,
- sa faculté à critiquer éventuellement les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

Pour la composante « calcul formel », le candidat n'est pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à utiliser cet outil de manière intelligente en utilisant les fonctions de base.

ORGANISATION :

Cet oral s'est déroulé dans des conditions identiques aux sessions précédentes. Comme d'habitude, il a eu lieu sur le site de l'ENSAM, Boulevard de l'Hôpital à Paris (13^e).

Les candidats ont deux exercices à résoudre.

Comme les autres années, ces deux exercices se sont répartis de la manière suivante :

- Un exercice « classique » portant sur le programme de mathématiques,
- Un exercice « calcul formel », portant sur le même programme mais exigeant l'usage d'un logiciel de calcul formel (Maple ou Mathematica) dans le cadre du programme d'informatique. Pour cet exercice, les candidats disposent d'un ordinateur, du logiciel adéquat, et d'une liste de fonctions et de mots-clé (voir en annexe). Ils ont accès à l'aide en ligne du logiciel.

Comme annoncé, lors de cette session 2008, les candidats avaient à leur disposition les logiciels suivants :

- Maple V version 5,
- Maple 11,
- Mathematica version 6.

Ce sera encore le cas l'année prochaine. Les examinateurs conseillent aux candidats utilisant Maple 11 de choisir la version « Classic Worksheet ».

Les exercices posés aux candidats sont classiques et ne font appel à aucune astuce particulière.

COMMENTAIRES :

Il est difficile de faire preuve d'originalité dans un rapport : les remarques seront donc quasiment les mêmes que les années antérieures.

Les connaissances d'un grand nombre de candidats restent souvent fragiles. Beaucoup trop d'entre eux ignorent les hypothèses précises des théorèmes utilisés. On note toujours que certains candidats donnent l'impression de « jouer la montre » en passant un temps important sur la (ou les) première(s) question(s), en général simple(s),

et n'ont donc pas le temps nécessaire pour aborder les questions suivantes, plus intéressantes pour tester leurs connaissances. Cette attitude a toujours une conséquence négative importante au niveau de la note finale.

Parmi les lacunes et difficultés assez souvent rencontrées, on peut citer :

- démontrer qu'une application est bijective,
- utiliser la formule du binôme,
- calculer dans ou à l'aide des nombres complexes,
- calculer un produit matriciel,
- faire un changement de bases,
- calculer un déterminant,
- réduire une matrice,
- étudier la convergence d'une série numérique ou d'une intégrale impropre,
- effectuer un changement de variables dans un calcul de dérivées partielles,
- résoudre une équation différentielle linéaire,
- écrire l'équation d'une droite, d'un cercle dans le plan,
- écrire l'équation d'une droite, d'un plan dans l'espace,...

Il semble pourtant que ce sont des « savoir-faire » de base après deux années de classes préparatoires.

Les examinateurs apprécient que les candidats utilisent un vocabulaire précis pour nommer leurs actions. D'ailleurs, comme les autres années, on note que la pauvreté du vocabulaire en handicape certains pour trouver la fonction adéquate du logiciel dans l'exercice « calcul formel ».

Les maladresses et les erreurs les plus fréquentes du point de vue « calcul formel » résultent d'une méconnaissance plus ou moins grande :

- de la notion de règle de substitution,
- de la distinction entre expression et fonction,
- de la définition des fonctions,
- de la définition et de la manipulation des vecteurs et des matrices,
- de la récupération des solutions d'une équation,
- des différences entre listes, séquences, ensembles,...

On conseille aux candidats de nommer les résultats intermédiaires pour pouvoir les réutiliser.

Il reste que ce sont aussi souvent les méconnaissances en mathématiques qui pénalisent certains candidats dans l'exercice « calcul formel ».

Le jury apprécie que les candidats « jouent franc-jeu » : par exemple, il vaut mieux avouer un trou de mémoire que de rester bloqué sans aucune explication ; la première attitude permet à l'examineur de proposer une aide éventuelle, la seconde rend le dialogue, donc une aide éventuelle, beaucoup plus difficile. Il ne faut pas oublier qu'un oral met en cause trois « acteurs » : un candidat, un sujet ET un examinateur, contrairement à un écrit qui ne met en cause que les deux premiers. Ce qui rend un oral intéressant dans l'évaluation des candidats c'est ce dialogue entre l'examineur et le candidat qui permet, entre autres, de juger de sa réactivité et de son aptitude à expliquer sa démarche, ses choix, ses calculs... Reste au candidat de ne pas tout « gâcher » par des silences pesants ou des paroles qu'il faut lui « arracher ».

ANALYSE DES RÉSULTATS :

1385 candidats présents, répartis en 9 jurys, ont passé cet oral.

Les résultats sont :

Moyenne	10,69
Écart-type	3,97
Note minimale	1
Note maximale	20

La répartition des notes est la suivante :

$1 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$	$10 < n \leq 12$	$12 < n \leq 14$	$14 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$
97	128	189	239	246	228	171	87

On constate toujours que certains candidats n'ont pas assimilé tous les concepts et les techniques mathématiques indispensables pour un futur ingénieur. On ne peut que répéter qu'il nous semble que le programme des classes préparatoires de la filière PTSI/PT, l'horaire d'enseignement de ces classes, le niveau moyen des étudiants après le baccalauréat et le travail fourni en vue des concours ne sont pas en adéquation.

Néanmoins, les meilleurs candidats (avec une note ≥ 14 pour situer le niveau, soit environ 360 candidats) ont donné l'impression d'avoir assimilé le programme et d'être à l'aise avec les concepts mathématiques, les techniques de calcul et l'utilisation du logiciel de calcul formel. Du point de vue mathématique, ils ne devraient pas avoir de difficultés dans leur poursuite d'études au sein des Écoles.

CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS :

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants. Ce sont, bien sûr, toujours les mêmes :

- Travailler de manière régulière tout au long de l'année, y compris dans l'utilisation du logiciel de calcul formel : il doit être utilisé pour illustrer les différentes parties du cours et la compétence attendue ne s'acquiert pas en quelques jours, entre l'écrit et l'oral.
- Étudier soigneusement son cours, connaître les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice.
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques, comme l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.
- Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
- Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur.
- S'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale, et cela sans « jouer la montre », c'est-à-dire en évitant de passer un temps important sur des questions très simples.
- S'entraîner au calcul : utiliser les nombres complexes, réduire une matrice 3×3 , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants, donner l'équation d'un plan passant par 3 points... toutes ces activités de base parmi d'autres ne devraient pas poser de problème ; or beaucoup de candidats ont du mal à mener ces calculs à leur terme.
- S'habituer à utiliser l'aide du logiciel de calcul formel à bon escient, par exemple pour chercher la syntaxe d'une option particulière. L'utilisation de l'aide ne doit pas servir à masquer une ignorance des connaissances de base.
- Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter si il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.

MAPLE

Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

Opérations :

+, -, *, /, ^, \$, @

Opérateurs booléens (et constantes) :

=, <, >, <>, <=, >=, evalb, or, and, not, true, false

Nombres réels et complexes :

evalf, Digits, Pi, I, abs, max, min, floor, evalc, conjugate, Re, Im, argument

Manipulations d'expressions :

eval, lhs, rhs, %, convert, combine, map, map2, nops, op, algsb, subs, remove, select

Types de données :

float, integer, numeric, polynom, {}, [], seq, array, type, whattype

Arithmétique :

iquo, irem, mod, ifactor

Graphiques :

plot, pointplot, implicitplot, spacecurve, plot3d, bibliothèque plots, display

Géométrie :

dotprod, crossprod

Algèbre :

factor, expand, simplify, normal, coeff, coeffs, collect, sort, binomial, rem, quo, denom, numer, parfrac, product, sum, mul, add

Analyse :

infinity, limit, asympt, series, taylor, D, diff, int,

bibliothèque student, changevar

Hypothèses :

assume, about, is, additionally

Résolution d'équations :

solve, fsolve, allvalues, RootOf, dsolve, numeric

Fonctions mathématiques :

sqrt, exp, ln, log, cos, sin, tan, arccos, arcsin, arctan, cosh, sinh, tanh, arccosh, arcsinh, arctanh

Programmation :

restart, proc, local, break, RETURN, remember, :=, ->, unapply, print, do, for, while, if

Algèbre linéaire :

Maple 5 et Maple 11 :

bibliothèque linalg, matrix, vector, evalm, transpose, diag, band, submatrix, augment, concat, matadd, scalarmul, &*, multiply, inverse, det, rank, kernel, linsolve, gausselim, charpoly, eigenvals, eigenvects, jordan, norm

Maple 11 :

bibliothèque LinearAlgebra, Matrix, Vector, << | >, < | >>, Transpose, DiagonalMatrix, BandMatrix, SubMatrix, MatrixAdd, ScalarMultiply, ., Multiply, MatrixInverse, Determinant, Rank, NullSpace, LinearSolve, GaussianElimination, CharacteristicPolynomial, Eigenvalues, Eigenvectors, JordanForm, Norm

MAPLE

Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

En * : seulement valable en Maple 11

^	coeff	infinity	print
*	coeffs	int	proc
-	collect	integer	product
+	combine	inverse	quo
=	concat	iquo	rank
<	conjugate	irem	Rank*
>	convert	is	Re
,	cos	jordan	rem
;	cosh	JordanForm*	remove
"	crossprod	kernel	restart
%	D	lhs	RETURN
/	denom	limit	rhs
:	det	linalg	RootOf
&*	Determinant*	LinearAlgebra*	Scalarmul
.	diag	LinearSolve*	ScalarMultiply*
()	DiagonalMatrix	linsolve	select
->	*	ln	seq
{}	diff	local	series
[]	Digits	log	simplify
<>	display	map	sin
' ,	do	map2	sinh
:=	dotprod	matadd	solve
< >	dsolve	matrix	sort
about	eigenvals	Matrix*	spacecurve
abs	Eigenvalues*	MatrixAdd*	sum
add	Eigenvects	MatrixInverse*	sqrt
additionally	Eigenvectors*	max	student
algsubs	eval	min	submatrix
allvalues	evalb	mod	SubMatrix*
and	evalc	mul	subs
arccos	evalf	multiply	tan
arcosh	evalm	Multiply*	tanh
arcsin	exp	nops	taylor
arcsinh	expand	norm	transpose
arctan	factor	Norm *	Transpose*
arctanh	false	normal	true
array	float	NULL	type
asympt	floor	NullSpace*	unapply
assume	for	numer	vector
augment	fsolve	op	Vector*
band	gausselim	or	whattype
BandMatrix*	GaussianElimi	parfrac	while
binomial	nation*	Pi	with
break	I	plot	
changevar	If	Plot3d	
charpoly	ifactor	plots	
CharacteristicPo	Im	pointplot	
ynomial*	implicitplot	polynom	

MATHEMATICA

Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

Opérations :

+, -, *, /, ^,
(), %, ;,
Evaluate

Opérateurs booléens (et constantes) :

==, !=,
<, >, <=, >=,
Or, ||, And, &&,
Not, !,
True, False

Nombres réels et complexes :

N,
Pi, I, E,
Abs, Max, Min,
Floor,
Conjugate,
Re, Im, Arg,
ComplexExpand

Manipulations d'expressions :

{}, Table, Array,
Length, Part, [[]],
AppendTo, Select,
Map,
ReplaceAll, /.,
FullForm,
Simplify,
FullSimplify,
Remove, Sort

Arithmétique :

Quotient, Mod,
FactorInteger

Algèbre :

Factor, Expand, Coefficient,
CoefficientList,
PolynomialQuotient,
PolynomialRemainder,
Binomial,
Denominator,
Numerator,
Apart, Together,
Product, Sum

Analyse :

Infinity,
Limit, Series,
Normal,
D,
Integrate,
NIntegrate

Résolution d'équations :

Solve, NSolve,
FindRoot,
DSolve, NDSolve

Fonctions mathématiques :

Sqrt, Exp, Log,
Cos, Sin, Tan,
ArcCos, ArcSin,
ArcTan,
Cosh, Sinh, Tanh,
ArcCosh, ArcSinh,
ArcTanh

Graphiques :

Plot, ListPlot,
ParametricPlot,
Plot3D,
Show

Algèbre linéaire :

Transpose, IdentityMatrix,
DiagonalMatrix,
MatrixForm,
Inverse, Det,
MatrixPower,
NullSpace,
RowReduce,
LinearSolve,
CharacteristicPolynomial,
Eigenvalues,
Eigenvectors,
Eigensystem,
JordanDecomposition

Géométrie :

Dot, Cross

Programmation :

Module,
Break, Return,
=, :=,
[], Blank, _,
#, &,
Print,
Do, For, While,
If

MATHEMATICA

Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

\wedge	D	Or
*	Denominator	ParametricPlot
-	Det	Part
+	DiagonalMatrix	Pi
=	Do	Plot
<	Dot	Plot3D
>	DSolve	PolynomialQuotient
.	Eigensystem	PolynomialRemainder
,	Eigenvalues	Print
;	Eigenvectors	Product
%	Evaluate	Quotient
/	Exp	Re
!=	Expand	Remove
()	Factor	ReplaceAll
->	FactorInteger	Return
==	False	RowReduce
<=	FindRoot	Select
>=	Floor	Series
{ }	For	Show
[]	FullForm	Simplify
/.	FullSimplify	Sin
:=	I	Sinh
[[]]	IdentityMatrix	Solve
!	If	Sort
	Im	Sqrt
&&	Infinity	Sum
Abs	Integrate	Table
And	Inverse	Tan
Apart	JordanDecomposition	Tanh
AppendTo	Length	Together
ArcCos	Limit	Transpose
ArcCosh	LinearSolve	True
ArcSin	ListPlot	While
ArcSinh	Log	
ArcTan	Map	
ArcTanh	MatrixForm	
Arg	MatrixPower	
Array	Max	
Binomial	Min	
Break	Mod	
CharacteristicPolynomial	Module	
Coefficient	N	
CoefficientList	NDSolve	
ComplexExpand	NIntegrate	
Conjugate	Normal	
Cos	Not	
Cosh	NSolve	
Cross	NullSpace	
	Numerator	