

# MATHÉMATIQUES - ORAL I

## DURÉE :

Cet oral I de mathématiques dure 1 heure, préparation incluse.

## OBJECTIFS :

Le but d'une telle épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des notions au programme de mathématiques de la filière.

C'est aussi d'examiner :

- la capacité d'initiative du candidat,
- sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,
- son aptitude à mettre en œuvre ses connaissances pour résoudre un problème,
- sa faculté à critiquer éventuellement les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.

Pour la composante « calcul formel », le candidat n'est pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à utiliser cet outil de manière intelligente en utilisant des fonctions de base.

## ORGANISATION :

Les candidats ont deux exercices à résoudre durant cet oral.

Pour l'immense majorité des candidats, ces deux exercices se répartissent de la manière suivante :

- Un exercice « classique » portant sur le programme de mathématiques,
- Un exercice « calcul formel », portant sur le même programme mais exigeant l'usage d'un logiciel de calcul formel (Maple ou Mathematica) dans le cadre du programme d'informatique. Pour cet exercice, les candidats disposent d'un ordinateur, du logiciel adéquat, et d'une liste de fonctions et de mots-clé (annexée à ce rapport). Ils ont accès à l'aide en ligne du logiciel.

Lors de cette session, les candidats avaient à leur disposition les logiciels suivants :

- Maple V version 4,
- Maple V version 5,
- Mathematica version 5.2.

Aucun exercice posé ne requiert l'utilisation d'une calculatrice personnelle. L'usage éventuel d'une telle calculatrice requiert alors l'autorisation de l'examineur... qui peut la refuser.

Les exercices posés aux candidats sont classiques et ne font appel à aucune astuce particulière.

## COMMENTAIRES :

Le niveau des candidats restant le même, l'impression qui prévaut depuis quelques années sur la baisse du niveau moyen perdure et ce rapport ressemblera beaucoup à celui de l'année dernière. Les connaissances sont souvent fragiles. Beaucoup trop de candidats ignorent les hypothèses précises des théorèmes utilisés et éprouvent de sérieuses difficultés à mobiliser leur savoir pour aborder avec succès un exercice.

Des « savoir-faire » de base semblent maintenant difficiles pour beaucoup d'entre eux. C'est particulièrement le cas en géométrie.

Parmi les lacunes couramment rencontrées, citons par exemple :

- démontrer qu'une application est bijective,
- calculer dans ou à l'aide des nombres complexes,
- faire un changement de bases,
- réduire une matrice,
- donner un équivalent ou calculer un développement limité,
- étudier la convergence d'une intégrale impropre,
- calculer une intégrale ou la somme d'une série entière,
- effectuer un changement de variables dans un calcul de dérivées partielles,
- résoudre une équation différentielle linéaire,
- écrire l'équation d'une droite, d'un cercle dans le plan,
- écrire l'équation d'une droite, d'un plan dans l'espace,
- ...

Les compétences des candidats en « calcul formel » ont semblé, cette année, similaires à l'année dernière. On peut noter que beaucoup de candidats ont un vocabulaire restreint voire pauvre... Par exemple les mots « coefficient », « terme », « facteur », « membre » sont souvent employés l'un pour l'autre... Ne sachant pas décrire un problème en français, il est alors difficile de trouver la fonction adéquate avec le logiciel.

Les maladresses et les erreurs les plus fréquentes en calcul formel sont toujours les mêmes ; elles résultent d'une méconnaissance plus ou moins grande :

- de la notion de règle de substitution,
- de la distinction entre expression et fonction,
- de la définition des fonctions,
- de la définition et de la manipulation des vecteurs et des matrices,
- de la récupération des solutions d'une équation,
- des différences entre listes, séquences, ensembles,

Avec Maple, on note que beaucoup de candidats utilisent la fonction « assume » sans en avoir saisi les limites et sont donc très étonnés des résultats obtenus, par exemple lors d'un « solve ».

## ANALYSE DES RÉSULTATS :

1148 candidats, répartis en 8 jurys pour les mathématiques, ont passé cet oral.

Les résultats sont :

Moyenne	10,36
Écart-type	3,91
Note minimale	1
Note maximale	20

La répartition des notes est la suivante :

$0 \leq n \leq 4$	$4 < n \leq 6$	$6 < n \leq 8$	$8 < n \leq 10$	$10 < n \leq 12$	$12 < n \leq 14$	$14 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$
85	111	186	204	201	192	108	61

Comme les autres années, la moyenne, qui peut sembler correcte, a été obtenue par une adaptation des examinateurs au niveau des candidats de façon à éviter de déséquilibrer l'ensemble des disciplines de l'oral.

Mais il est malheureusement certain que beaucoup de concepts et de techniques mathématiques indispensables pour un futur ingénieur ne sont plus assimilés par certains candidats, et cela même parmi ceux qui seront admis dans une École. Manifestement le programme des classes préparatoires de la filière PTSI/PT, l'horaire d'enseignement, le niveau moyen des étudiants après le baccalauréat et le travail fourni en vue des concours ne sont plus en adéquation.

On peut noter néanmoins que les meilleurs candidats (avec une note  $\geq 14$  pour situer le niveau, soit environ 270 candidats) ont donné l'impression d'avoir assimilé le programme et d'être à l'aise avec les concepts mathématiques, les techniques de calcul et l'utilisation du logiciel de calcul formel.

## CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS :

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants. Ce sont, bien sûr, les mêmes que l'année dernière ; il n'y a pas 36 manières de se préparer à un oral :

- Travailler de manière régulière tout au long de l'année, y compris dans l'utilisation du logiciel de calcul formel : il doit être utilisé pour illustrer les différentes parties du cours et la compétence attendue ne s'acquiert pas en 8 jours, entre l'écrit et l'oral.
- Étudier soigneusement son cours, connaître les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice.
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques, comme l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.
- Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
- Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur. De même, il faut s'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale.
- S'entraîner au calcul : utiliser les nombres complexes, réduire une matrice  $3 \times 3$ , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants, donner l'équation d'un plan passant par 3 points... toutes ces activités de base parmi d'autres ne devraient pas poser de problème ; or beaucoup de candidats ont du mal à mener ces calculs à leur terme.
- S'habituer à utiliser l'aide du logiciel de calcul formel à bon escient, par exemple pour chercher la syntaxe d'une option particulière. L'utilisation de l'aide ne doit pas servir à masquer une ignorance des connaissances de base.
- Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter si il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.

## ANNEXE :

### **LISTE des OPERATEURS, FONCTIONS et MOTS-CLÉS**

Ces listes sont mises à disposition des candidats sous la forme d'une feuille recto verso pour chacun des logiciels avec d'un côté la liste alphabétique et de l'autre la liste où les mots sont regroupés par thème.

Il ne faut considérer ces listes :

- ni comme exhaustives (en cas de problème sur un exercice particulier, si une fonction indispensable était absente de la liste, l'interrogateur pourrait aider le candidat),
- ni comme exclusives (une fonction absente de ces listes n'est pas interdite : si un candidat utilise à très bon escient d'autres fonctions MAIS sait aussi répondre aux questions sur les fonctions de base, il n'y a pas de problème),
- ni comme un minimum à connaître absolument (l'examineur n'attend pas du candidat qu'il connaisse parfaitement toutes ces fonctions).

Elles doivent simplement permettre de faire tous les exercices proposés aux candidats.

Ces listes doivent permettre au candidat de retrouver une fonction qui lui a échappée... ou d'en découvrir une nouvelle et lui permettre ainsi d'aller rechercher dans l'aide. L'examineur n'attend pas du candidat une connaissance encyclopédique mais une utilisation raisonnée du logiciel et une mise en pratique des connaissances de base. L'utilisation de ces listes et de l'aide en ligne ne doit pas masquer une ignorance sur ces aptitudes.

Les listes ont été très légèrement toilettées pour ce rapport et sont données ici à titre indicatif.

# MAPLE

## Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

^	cos	map	tan
*	cosh	map2	tanh
-	crossprod	matadd	taylor
+	D	matrix	transpose
=	denom	max	true
<	det	min	type
>	diag	mod	unapply
,	diff	mul	vector
;	Digits	multiply	whattype
"	display	nops	while
%	do	norm	with
/	dotprod	normal	
:	dsolve	NULL	
&*	eigenvals	numer	
()	eigenvects	op	
->	eval	or	
{ }	evalb	parfrac	
[ ]	evalc	Pi	
<>	evalf	plot	
' '	evalm	plot3d	
:=	exp	plots	
about	expand	pointplot	
abs	factor	polynom	
add	false	print	
additionally	float	proc	
algsubs	floor	product	
allvalues	for	quo	
and	fsolve	rank	
arcos	gausselim	Re	
arcosh	I	rem	
arcsin	if	remove	
arcsinh	ifactor	restart	
arctan	Im	RETURN	
arctanh	infinity	rhs	
array	int	RootOf	
asympt	integer	scalarmul	
assume	inverse	select	
augment	iquo	seq	
band	irem	series	
binomial	is	simplify	
charpoly	kernel	sin	
coeff	lhs	sinh	
coeffs	limit	solve	
collect	linalg	sort	
combine	linsolve	spacecurve	
concat	ln	sum	
conjugate	local	sqrt	
convert	log	subs	

# MAPLE

## Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

### Opérations :

+, -, \*, /, ^, \$, @

### Opérateurs booléens (et constantes) :

=, <, >, <>, <=, >=, evalb, or, and, not, true, false

### Nombres réels et complexes :

evalf, Digits, Pi, I, abs, max, min, floor, evalc, conjugate, Re, Im, argument

### Manipulations d'expressions :

eval, lhs, rhs, " ou %, convert, combine, map, map2, nops, op, algsubs, subs, remove, select

### Types de données :

float, integer, numeric, polynom, {}, [], seq, array, type, whattype

### Arithmétique :

iquo, irem, mod, ifactor

### Algèbre :

factor, expand, simplify, normal, coeff, coeffs, collect, sort, binomial, rem, quo, denom, numer, parfrac, product, sum, mul, add

### Analyse :

infinity, limit, asympt, series, taylor, diff, D, int

### Hypothèses :

assume, about, is, additionally

### Résolution d'équations :

solve, fsolve, allvalues, RootOf, dsolve, numeric

### Fonctions mathématiques :

sqrt, exp, ln, log, cos, sin, tan, arccos, arcsin, arctan, cosh, sinh, tanh, arccosh, arcsinh, arctanh

### Graphiques :

plot, pointplot, spacecurve, plot3d, bibliothèque plots, display

### Algèbre linéaire :

bibliothèque linalg, matrix, vector, evalm, transpose, diag, band, augment, concat, matadd, scalarmul, &\*, multiply, inverse, det, rank, kernel, linsolve, gausselim, charpoly, eigenvals, eigenvects, norm

### Géométrie :

dotprod, crossprod

### Programmation :

restart, proc, local, RETURN, remember, :=, ->, unapply, print, do, for, while, if

# MATHEMATICA

## Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

^	Cos	Module
*	Cosh	N
-	Cross	NDSolve
+	D	NIntegrate
=	Denominator	Normal
<	Derivative	Not
>	Det	NSolve
.	DiagonalMatrix	NullSpace
,	Do	Numerator
;	Dot	Or
%	DSolve	ParametricPlot
/	Eigensystem	ParametricPlot3D
!=	Eigenvalues	Part
()	Eigenvectors	Pi
->	Element	Plot
==	Evaluate	Plot3D
<=	Exp	PolynomialQuotient
>=	Expand	PolynomialRemainder
{ }	Factor	Print
∈	FactorInteger	Product
[ ]	False	Quotient
/.	FindRoot	Re
:=	Floor	Reals
[[ ]]	For	Remove
!	FullForm	ReplaceAll
	FullSimplify	Return
&&	I	RowReduce
Abs	IdentityMatrix	Select
And	If	Series
Apart	Im	Show
AppendTo	Infinity	Simplify
ArcCos	Integers	Sin
ArcCosh	Integrate	Sinh
ArcSin	Inverse	Solve
ArcSinh	Length	Sqrt
ArcTan	Limit	Sum
ArcTanh	LinearSolve	Table
Arg	ListPlot	Tan
Array	Log	Tanh
Binomial	Map	Together
CharacteristicPolynomial	MatrixForm	Transpose
Coefficient	MatrixPower	True
CoefficientList	Max	While
ComplexExpand	Min	
Conjugate	Mod	

# MATHEMATICA

## Liste d'opérateurs, fonctions, mots-clés...

### Opérations :

+, -, \*, /, ^,  
( ), %, i,  
Evaluate

### Opérateurs booléens (et constantes) :

==, !=,  
<, >, <=, >=,  
Or, ||, And, &&,  
Not, !,  
True, False

### Nombres réels et complexes :

N,  
Pi, I, E,  
Abs, Max, Min, Floor,  
Conjugate,  
Re, Im, Arg,  
ComplexExpand,  
Element, ∈,  
Integers, Reals

### Manipulations d'expressions :

{}, Table, Array,  
Length, Part, [[ ]],  
AppendTo,  
Map,  
ReplaceAll, /.,  
FullForm,  
Simplify,  
FullSimplify,  
Remove, Select

### Arithmétique :

Quotient, Mod,  
FactorInteger

### Algèbre :

Factor, Expand,  
Coefficient,  
CoefficientList,  
PolynomialQuotient,  
PolynomialRemainder,  
Binomial,  
Denominator,  
Numerator,  
Apart, Together,  
Product, Sum

### Analyse :

Infinity,  
Limit, Series,  
Normal,  
D, Derivative,  
Integrate,  
NIntegrate

### Résolution d'équations :

Solve, NSolve,  
FindRoot,  
DSolve, NDSolve

### Fonctions mathématiques :

Sqrt, Exp, Log,  
Cos, Sin, Tan,  
ArcCos, ArcSin,  
ArcTan,  
Cosh, Sinh, Tanh,  
ArcCosh, ArcSinh,  
ArcTanh

### Graphiques :

Plot, ListPlot,  
ParametricPlot,  
Plot3D,  
ParametricPlot3D,  
Show

### Algèbre linéaire :

Transpose,  
IdentityMatrix,  
DiagonalMatrix,  
MatrixForm,  
Inverse, Det,  
MatrixPower,  
NullSpace,  
RowReduce,  
LinearSolve,  
CharacteristicPolynomial  
Eigenvalues,  
Eigenvectors,  
Eigensystem

### Géométrie :

Dot, Cross

### Programmation :

Module,  
Return,  
=, :=,  
[ ], \_,  
#, &,  
Print,  
Do, For, While,  
If