Rapport sur l'oral de Mathématiques I

Remarques générales

Dans ce qui suit, le mot *candidat* sera utilisé pour désigner une candidate ou un candidat, et de même *interrogateur* désignera une interrogatrice ou un interrogateur.

L'oral, qui dure 30 minutes est séparé en deux parties : 25 minutes sont consacrées à la résolution d'un exercice sans préparation, et le temps restant est consacré à une question de cours, sur un sujet différent de celui de l'exercice.

L'exercice proposé au candidat porte sur l'ensemble du programme des deux années de préparation (algèbre, analyse, probabilités et géométrie), et est de difficulté graduelle, les premières questions étant toujours très abordables. Les exercices sont répartis de façon équilibrée entre algèbre, analyse, probabilités, géométrie. Lorsqu'un deuxième exercice est proposé, il porte sur une autre partie du programme.

Les exercices font l'objet d'une concertation entre les membres du jury, qui veillent à ce que leurs difficultés soient comparables. Ces exercices présentent en général au moins trois ou quatre questions, la première, voire les deux premières, étant systématiquement faciles, leur solution n'excédant pas deux ou trois lignes. Donnons quelques exemples déjà cités dans le rapport précédent :

- $\leadsto$ Tracer rapidement la courbe d'équation $y = x^3 - x$.

- $\leadsto$ Déterminer selon la valeur du réel a le rang de la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ a & 0 & 1 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- $\leadsto$ Montrer que si la fonction réelle $x \longmapsto x^2 f^2(x)$ est intégrable sur $\mathbb{R}^+$, il en est de même de la fonction $x \longmapsto f^2(x)$.

- $\rightsquigarrow$ Déterminer une représentation paramétrique de la courbe d'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- $\rightsquigarrow$ Si X suit une loi géométrique de paramètre p et si $n \in \mathbb{N}^*$, calculer

$$\mathbb{P}([X \geq n])$$

Les exercices sont conçus ainsi pour mettre en confiance le candidat.

Le jury souhaite cette année insister sur les points suivants :

- $\rightsquigarrow$ Utiliser la question précédente est souvent utile.

- $\rightsquigarrow$ Il faut bien lire l'énoncé. En particulier, en probabilités, les candidats ne prennent pas le temps de bien comprendre l'expérience qui est réalisée et ce que signifie la ou les variables aléatoires introduites.

- $\rightsquigarrow$ On ne répètera jamais assez qu'un oral n'est pas une colle : il ne faut pas attendre de validation de la part de l'examinateur avant de se lancer dans un calcul.

- $\rightsquigarrow$ Il faut demander à l'examinateur avant d'effacer le tableau, même après un calcul non concluant.

- $\rightsquigarrow$ Il faut suivre les indications des examinateurs. Il n'est pas normal qu'il faille les répéter deux ou trois fois.

- $\rightsquigarrow$ Attention aux automatismes : beaucoup de candidats se lancent dans le calcul du polynôme caractéristique dès qu'ils voient que l'on parle de valeur propre. D'autres pensent que dès qu'une répétition d'expériences indépendantes est en jeu, la loi binomiale apparaît (mais ne savent pas expliquer pourquoi).

- $\rightsquigarrow$ Il est souvent utile de faire un dessin lorsqu'on traite un exercice de géométrie

- $\rightsquigarrow$ Il faut soigner le vocabulaire. Si « du coup » semble être enfin en train de passer de mode, nous voyons arriver l'horrible « du », « on a du ». Dire que « la suite converge vers du 0 » n'a pas de sens.

- $\rightsquigarrow$ Il n'est pas grave de ne pas voir la solution au bout de 10 secondes : le but de l'oral est justement de voir le candidat chercher. De nombreux candidats disent « je ne vois pas ≫ au bout de quelques secondes et attendent de l'aide : ce n'est pas la bonne attitude.

- Il ne faut pas nécessairement tout écrire au tableau : il suffit parfois de donner les principes de la preuve (par exemple pour montrer qu'une application est un produit scalaire). L'examinateur demandera d'écrire si nécessaire.

- Nous rappelons qu'**enregistrer l'oral sur son téléphone est illégal**. Le jury a vu de nombreux candidats lire bien fort l'intégralité de l'énoncé, et n'est pas dupe.

- Nous avons noté des difficultés récurrentes à mener un calcul même simple :

  - Trouver les valeurs propres d'une matrice de taille 2×2.

  - Simplifier une expression impliquant des fractions, des racines, des puissances, les fonctions trigonométriques, la fonction ln.

- Certains thèmes du programme sont mal maîtrisés :

  - utilisation des produits scalaire et mixte en géométrie. Beaucoup de candidats les confondent.

  - Il est parfois difficile d'obtenir une définition précise des notions suivantes : diagonalisation, rayon de convergence d'une série entière, ouvert de $\mathbb{R}^n$. Beaucoup de candidats confondent définition et propriétés.

- La plupart du temps, la première question de l'exercice est destinée à mettre les candidats en confiance en les interrogeant. Il est surprenant de constater une grande lenteur chez beaucoup de candidats dès qu'il s'agit de mettre en œuvre un calcul ou un raisonnement élémentaire. Il n'est pas rare que le traitement de cette question représente au moins un tiers de l'oral.

Quelques erreurs fréquentes :

- Confusion dans les inclusions d'événements. Beaucoup de candidats pensent que si l'événement A ≪ implique ≫ l'événement B, alors ≪ $B \subset A$ ≫.

- Confusion entre matrice et endomorphismes. Il n'est pas rare d'entendre ≪ la matrice s'écrit sous telle forme dans une base ≫.

- Confusion classique entre événement et variable aléatoire.

- $\rightsquigarrow$ La définition de l'union et de l'intersection d'ensembles ou d'événements est mal maîtrisée.

- $\rightsquigarrow$ De graves lacunes en algèbre linéaire : confusions entre espace vectoriel et application linéaire. Il n'est pas rare que les candidats parlent immédiatement de théorème du rang lorsqu'on leur demande la dimension d'un espace vectoriel.

- $\rightsquigarrow$ Les notions élémentaires de lycée concernant la valeur absolue sont mal maîtrisées. Résoudre $|x+1| \geq 2$ pose des difficultés à certains candidats.

- $\rightsquigarrow$ Le fait que la matrice nulle soit diagonalisable (ou même diagonale) ne semble pas évident à de nombreux candidats.

- $\rightsquigarrow$ Confusions classiques entre la fonction f et le réel $f(x)$. Il est fréquent de voir que « $f(x)$ est croissante pour tout x ».

- $\rightsquigarrow$ Certains candidats essayent de factoriser les polynômes de tête, ce qui ne prend en général pas moins de temps qu'une division euclidienne, et parfois aboutit à un résultat faux.

- $\rightsquigarrow$ On ne parle pas de déterminant de polynôme, mais de discriminant.

- $\rightsquigarrow$ La dérivée de la dérivée d'une fonction f s'appelle *la dérivée seconde*, et on l'appelle f *seconde*, et non « f prime prime ».

- $\rightsquigarrow$ Les intégrations par parties sont mal maîtrisées.

- $\rightsquigarrow$ Une matrice symétrique n'est pas forcément diagonalisable.

Nous donnons aussi u**ne liste des questions de cours (quasi)-systématiquement mal résolues :**

- $\rightsquigarrow$ Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres.

- $\rightsquigarrow$ Montrer que deux matrices semblables ont même trace.

- $\rightsquigarrow$ Donner les racines $n^{i\grave{e}mes}$ de l'unité, $n \in \mathbb{N}^{\star}$.

- $\rightsquigarrow$ Définir une isométrie vectorielle, donner le lien avec les matrices orthogonales.

- $\rightsquigarrow$ Donner la définition et/ou une caractérisation d'une matrice diagonalisable.

- $\rightsquigarrow$ Donner la définition d'un projecteur.

- $\rightsquigarrow$ Définition, dérivée et courbe représentative des fonctions circulaires réciproques arccosinus et arcsinus.