



Epreuve de Physique B - Thermodynamique

Durée 2 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session.
- Une feuille dont l'entête n'a pas été intégralement renseignée, ne sera pas prise en compte.
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

Le document réponse (à rendre en fin d'épreuve avec la copie) sera rempli de manière que les indications, les points et le cycle soient visibles.

Le numéro des questions non traitées sera tout de même reporté sur la copie.

Le sujet comprend trois parties quasi indépendantes.

Gaz Naturel Liquéfié.

Le gaz naturel est principalement formé de méthane (dans toute la suite, on considérera que c'est du méthane pur). Son transport sous forme liquide (noté GNL dans la suite) dans les cuves de navires méthaniers, vers les pays consommateurs éloignés des gisements, est une bonne alternative aux gazoducs.

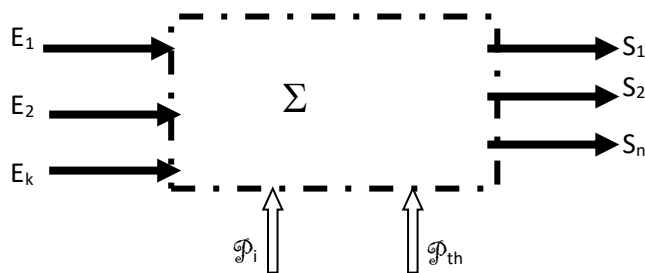


Dans la partie B, on examine une installation de liquéfaction.

Dans la partie C, on regarde la faisabilité thermique du stockage de méthane liquide dans des cuves sphériques.

Rappel :

Un système thermodynamique ouvert, délimité par une surface de contrôle Σ , fonctionne en régime permanent en échangeant avec l'extérieur la puissance indiquée (ou utile) \mathcal{P}_i et la puissance thermique \mathcal{P}_{th} .



Un fluide entre dans Σ par k entrées (E_1, E_2, \dots, E_k) avec les débits massiques respectifs $D_{E1}, D_{E2}, \dots, D_{Ek}$ et sort de Σ par n sorties (S_1, S_2, \dots, S_n) avec les débits massiques respectifs D_{S1}, \dots, D_{Sn} . Le premier principe (appelé par la suite 1° principe industriel) s'écrit alors, en négligeant les

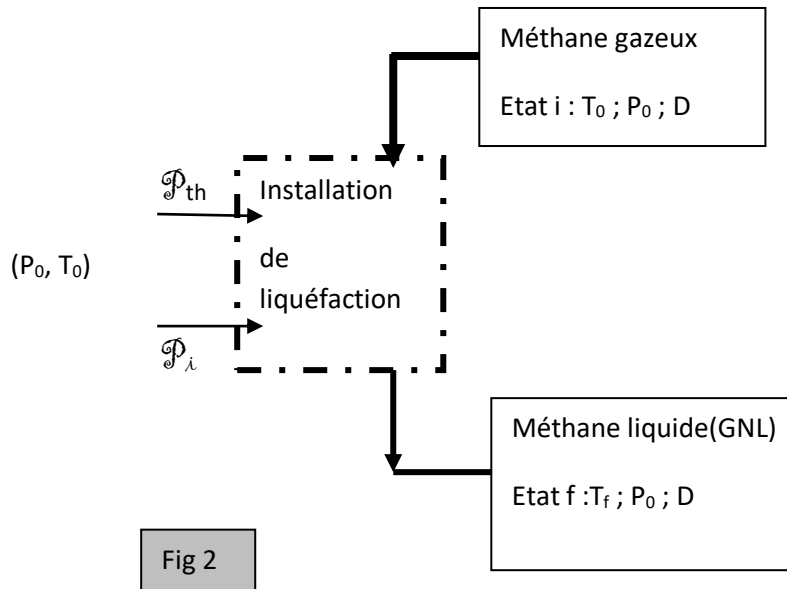
termes liés à la position et à la vitesse du fluide :
$$\sum_{i=1}^n D_{S_i} \cdot h_{S_i} - \sum_{j=1}^k D_{E_j} \cdot h_{E_j} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th}$$

h_{E_j} et h_{S_i} étant des enthalpies massiques.

Partie A : Taux de Performance (TP) d'une installation de liquéfaction.

(environ 20% du total)

Une installation de liquéfaction reçoit du méthane gazeux à la pression atmosphérique (état initial i ; température T_0 ; pression P_0) et produit du méthane liquide juste saturé (GNL ; état f ; température T_f ; pression P_0), en échangeant avec l'extérieur (à la température T_0 et à la pression P_0) la puissance mécanique utile \mathcal{P}_i et la puissance thermique \mathcal{P}_{th} , avec un débit massique D .



Les grandeurs massiques.

Le tableau ci-dessous (tableau I), relatif au méthane, donne les caractéristiques des points i, f et 10.

Tableau I méthane	Point N°	T (°C)	P (Bar)	Enthalpie massique (kJ.kg ⁻¹)	Entropie massique (kJ.K ⁻¹ .Kg ⁻¹)
Etat i (gazeux sec)	i	$T_0 = 25$	1	$h_i = 0$	$s_i = 0$
Etat f (liquide juste saturé)	f	$T_f = -162$	1	$h_f = -911$	s_f
Etat v (vapeur sèche saturante)	10	$T_f = -162$	1	$h_{10} = -400$	$s_{10} = -2,1$

1. La valeur de s_f n'est pas facile à lire sur le diagramme P/h de la feuille réponse. Placer les points i, f et 10 sur ce diagramme et donner l'expression littérale permettant le calcul de s_f à partir des données du tableau I ci dessus.

Taux de performance TP d'une installation de liquéfaction.

Les données sont : P_0 ; T_0 ; D ; h_i ; h_f ; s_i ; s_f . [$P_0 = 10^5$ Pa ; $T_0 = 25^\circ\text{C}$ (298K) ; $D = 10$ g.s⁻¹].

2. Ecrire littéralement le premier principe industriel appliqué à l'installation, en fonction de \mathcal{P}_λ , \mathcal{P}_{th} et des données, en négligeant les termes liés à la position et à la vitesse du fluide.
3. Ecrire littéralement le deuxième principe appliqué à l'installation, en fonction de \mathcal{P}_{th} et des données, en tenant compte d'un terme de création massique d'entropie s_c (vérifier l'homogénéité de la relation en précisant l'unité de s_c).
4. En déduire l'expression de la puissance \mathcal{P}_λ en fonction de s_c et des données.
5. Les états i et f étant fixés, montrer qu'il existe une puissance utile minimale \mathcal{P}_{min} nécessaire à la liquéfaction d'un débit massique D de méthane et la déterminer littéralement [numériquement : $\mathcal{P}_{min} = 10,6 \text{ kW}$].
6. On définit le taux de performance TP d'une installation de liquéfaction par : $TP = \frac{\mathcal{P}_{min}}{\mathcal{P}_\lambda}$.

En respectant le domaine de définitions des grandeurs, représenter graphiquement TP puis \mathcal{P}_λ en fonction de s_c ; commenter.

Partie B : cycle de LINDE.(environ 50% du total)

L'installation comprend (Fig 3):

- Un échangeur E_0 qui amène le méthane gazeux de l'état i à l'état 0 à la température $T(0) = 7^\circ\text{C}$.
- Un ensemble de 3 compresseurs couplés au même arbre permettant d'augmenter progressivement la pression jusqu'à la pression de 100 bars (au point 6) ; les paliers intermédiaires de pression sont de 5 bars puis 25 bars.
- Les échangeurs E_0 , E_1 et E_2 échangent de la chaleur avec la source froide SF_1 d'un réfrigérateur ditherme REF_1 (SF_1 est représentée par - - - - - sur la figure 3; le réfrigérateur n'est pas représenté sur la figure 3). La température du méthane en sortie de chacun de ces échangeurs est celle de la source froide SF_1 : $T(0) = 7^\circ\text{C}$.
- L'échangeur E_3 échange de la chaleur avec la source froide SF_2 d'un deuxième réfrigérateur REF_2 et permet l'abaissement de température du fluide « haute pression ». Cet abaissement se termine dans l'échangeur R.
- La vanne de détente V abaisse la pression à 1 bar et permet la liquéfaction partielle du méthane : la fraction massique de gaz en sortie de V est x_g .
- Le séparateur S contient un mélange de méthane diphasé (de fraction massique de gaz x_g) à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$.
- La partie gazeuse est reprise de S pour alimenter R avec un débit massique D_2 .
- La partie liquide est soutirée de S avec un débit massique D_L (point f).
- **L'installation, fonctionnant en régime permanent, est calibrée pour obtenir $x_g = 0,6$.**

Le tableau ci dessous résume les renseignements utiles.

point	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	f
T (°C)	25	7	-43		7		7		-63			-162		-162
P(bar)	1	1	1	5	5	25	25	100	100	100	1	1	1	1
état	gaz											gaz		L

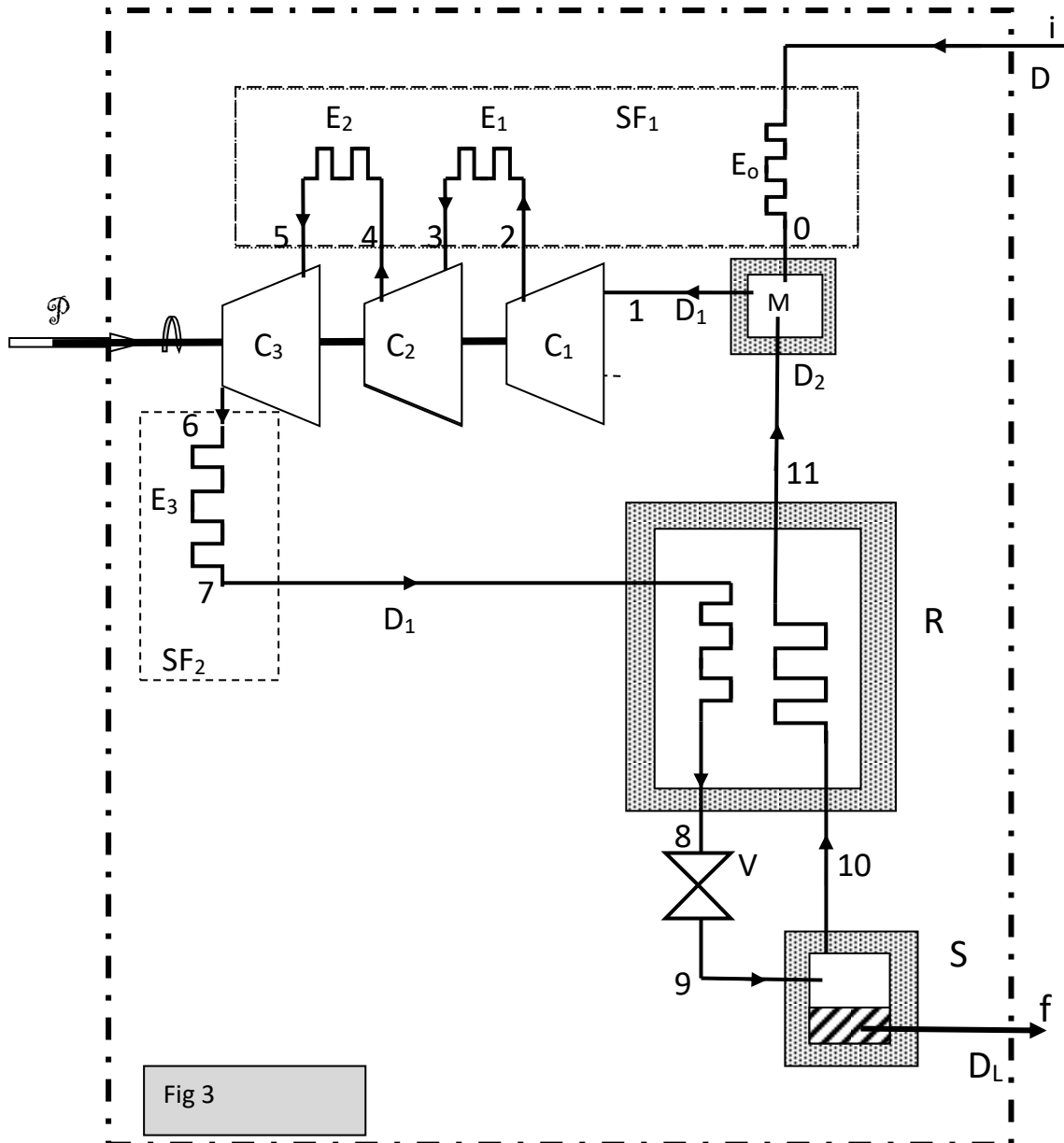


Fig 3

- On mène l'étude de l'installation avec les hypothèses suivantes :
 - Les fluides circulent sans perte de charge dans des tuyaux supposés parfaitement calorifugés.
 - Dans les bilans énergétiques, les termes liés à la position et à la vitesse des fluides seront négligés.
 - Les éléments R , V , M et S sont parfaitement isolés thermiquement et sans parties mobiles.
 - Les compresseurs sont idéaux : ils sont parfaitement isolés thermiquement, les rendements de leurs moteurs sont égaux à 1 et les compressions se font sans irréversibilité.

B-I) Tracé du cycle.

7. Préciser, en justifiant, les caractéristiques thermodynamiques des transformations ayant lieu dans :
 - a- les compresseurs.
 - b- la vanne de détente V.
 - c- les éléments M, S et R.

*on demande ici de **justifier** les caractéristiques thermodynamiques de transformation par les termes : isobare, isotherme, isenthalpique, isentropique.*
8. Déterminer littéralement l'enthalpie massique h_9 au point 9 en fonction de x_g , h_{10} et h_f .
Calculer numériquement h_9 ($x_g = 0,6$; $h_{10} = -400 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $h_f = -911 \text{ kJ.kg}^{-1}$).
9. Porter les différents points du cycle (sauf le point 11) sur le diagramme P/h de la feuille réponse et compléter le tableau d'état de la feuille réponse (à joindre à la copie).
10. Déterminer l'enthalpie massique de vaporisation L_v du méthane sous $P_0 = 1 \text{ bar}$: littéralement en fonction des enthalpies massiques utiles, puis numériquement.

B-II) Bilans en régime permanent.

*Dans toutes les questions demandant des expressions littérales en fonction des grandeurs massiques, **il n'est pas demandé** de lire ces valeurs sur le diagramme (sauf à la question 16).*

Le tableau ci-dessous fixe les notations des débits massiques :

fluide	Méthane gazeux introduit	Méthane gazeux prélevé en S	Méthane gazeux injecté dans les compresseurs	Méthane liquide prélevé en S
Débit massique	D	D_2	D_1	D_L

11. Etablir le bilan massique de M et S. En déduire le lien entre D_L et D.
12. A partir d'un bilan énergétique de S, démontrer que, **dans le cas où S est parfaitement isolé thermiquement**, $x_g = \frac{D_2}{D_1}$.
13. En déduire, en fonction de D et x_g , les expressions littérales de D_1 et D_2 .
Calculer numériquement D_1 et D_2 avec $D = 10 \text{ g.s}^{-1}$ et $x_g = 0,6$.
14. Déterminer **littéralement** (en fonction des enthalpies et débits massiques utiles) la puissance \mathcal{P} à fournir à l'ensemble des 3 compresseurs pour produire un débit $D_L = 10 \text{ g.s}^{-1}$ de méthane liquide (on trouve $\mathcal{P} = 19,2 \text{ kW}$).

Calcul du point 11.

15. Déterminer littéralement l'enthalpie massique h_{11} au point 11, en fonction de h_0 , h_1 et x_g .

16.

- Lire sur le diagramme les valeurs de h_0 et h_1 puis faire le calcul numérique de h_{11} .
- Positionner le point 11 sur le diagramme P/h de la feuille réponse (à joindre à la copie) et compléter le tableau d'état ci-dessous (à reproduire sur la copie).

Pression P_{11}	Température T_{11}	Enthalpie massique h_{11}	état

B-III) production de réfrigérant.

SF₁ et SF₂ sont les sources froides de 2 réfrigérateurs dithermes REF₁ et REF₂ (non représentés sur la figure 3), la source chaude étant l'air extérieur à la température T₀= 25°C. Ces réfrigérateurs ont un coefficient de performance (ou efficacité) noté Cop=5 ; leurs compresseurs (non représentés sur la figure 3) sont alimentés électriquement, leurs rendements electro-mécanique étant égaux à 100%.

On considérera que la quantité de chaleur cédée par les échangeurs est intégralement absorbée par le fluide thermodynamique des réfrigérateurs au niveau des sources froides.

Les données sont : les débits massiques D et D₁, les enthalpie massiques, l'efficacité Cop .

17. **Bilan de REF₁ :** Déterminer **littéralement** la puissance thermique totale \mathcal{P}_{th1} transférée à SF₁ (provenant des 3 échangeurs E₀, E₁ et E₂) et la puissance électrique \mathcal{P}_{e1} à fournir à REF₁ (on trouve $\mathcal{P}_{e1} = 2,4kW$).

18. **Bilan de REF₂ :** Déterminer **littéralement** la puissance thermique totale \mathcal{P}_{th2} transférée à SF₂ et la puissance électrique \mathcal{P}_{e2} à fournir à REF₂ (on trouve $\mathcal{P}_{e2} = 3,3kW$).

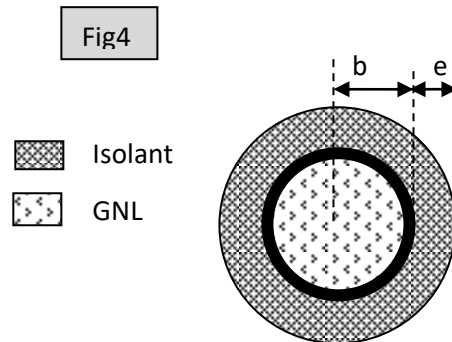
B-IV) Taux de performance TP(B) de l'installation.

A partir des résultats numériques précédents :

19. Déterminer numériquement la puissance utile totale à fournir à l'installation pour produire D_L = 10g.s⁻¹ de méthane liquide. En déduire la valeur de TP(B).

Partie C : transport du GNL.(environ 30% du total)

On cherche ici, sur un modèle thermique simplifié, à voir la faisabilité d'un transport maritime du GNL dans des cuves sphériques métalliques isolées thermiquement.



Données :

- **Pour chaque cuve métallique sphérique (fig 4) :**
 - Rayon externe de la partie métallique : $b=10\text{m}$.
 - Résistance thermique $R_c = 10^{-6} \text{ K.W}^{-1}$.
- **Pour le GNL** stocké sous forme de liquide juste saturé à la pression atmosphérique $P_0 = 1 \text{ bar}$ et $T_0 = -162^\circ\text{C}$:
 - Masse dans la cuve : $M_0 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ kg}$.
 - Enthalpie massique de vaporisation : $L_v = 500 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
- **Pour la mousse isolante :**
 - Conductivité thermique $\lambda_i = 0,02 \text{ SI}$.
 - Epaisseur e uniforme .
 - Résistance thermique $R_i = \frac{e}{4\pi\lambda_i b^2}$ si e est très inférieur au rayon interne b .
- **Modèle thermique :**
 - On néglige le rayonnement et la convection pour ne tenir compte que de la diffusion thermique.
 - La température de la paroi interne est uniformément celle du GNL : $T_0 = -162^\circ\text{C}$.
 - La température de l'interface isolant/air est uniformément $T_a = 38^\circ\text{C}$.
 - Le GNL uniformément à $T_0 = -162^\circ\text{C}$.
- **Cahier de charges thermique :**

On note M_{ev} la masse de GNL évaporée pendant le transport et on pose x le taux d'évaporation du GNL pendant le transport : $x = \frac{M_{ev}}{M_0}$

Le transport dure $\Delta t = 5 \cdot 10^5 \text{ s}$ (environ 6 jours) et on veut que, pendant ce transport, le taux d'évaporation reste inférieur à $x_0 = 0,01$.

20. On cherche l'équation littérale liant x à e sous la forme : $x = A \left[\frac{1}{1 + B \cdot e} \right]$.

Expliciter les coefficients A et B en fonction des données.

21. L'application numérique donne, dans le système SI : $x = \frac{100}{1 + 4 \cdot 10^4 e}$

Représenter graphiquement x en fonction de e en respectant les domaines de définitions.

22. Calculer l'épaisseur minimale e_0 pour respecter le cahier de charges thermique.

Justification de l'expression de la résistance thermique R_i d'une couche sphérique.

23. La température en un point M de la couche isolante obéît à la loi : $T(r) = K_1 + \frac{K_2}{r}$, r étant

la distance de M au centre de la cuve métallique sphérique.

Déterminer, en fonction de T_a , T_0 , b et e , une expression approchée de K_2 liée à la faible valeur de l'épaisseur e par rapport à la valeur du rayon interne b .

24. Rappeler la loi de Fourier pour un matériau de conductivité thermique λ_i .

25. En géométrie sphérique $\overrightarrow{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$. Expliquer qualitativement pourquoi ici on aura $\overrightarrow{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{u}_r$ et représenter le vecteur unitaire radial \vec{u}_r sur un schéma.

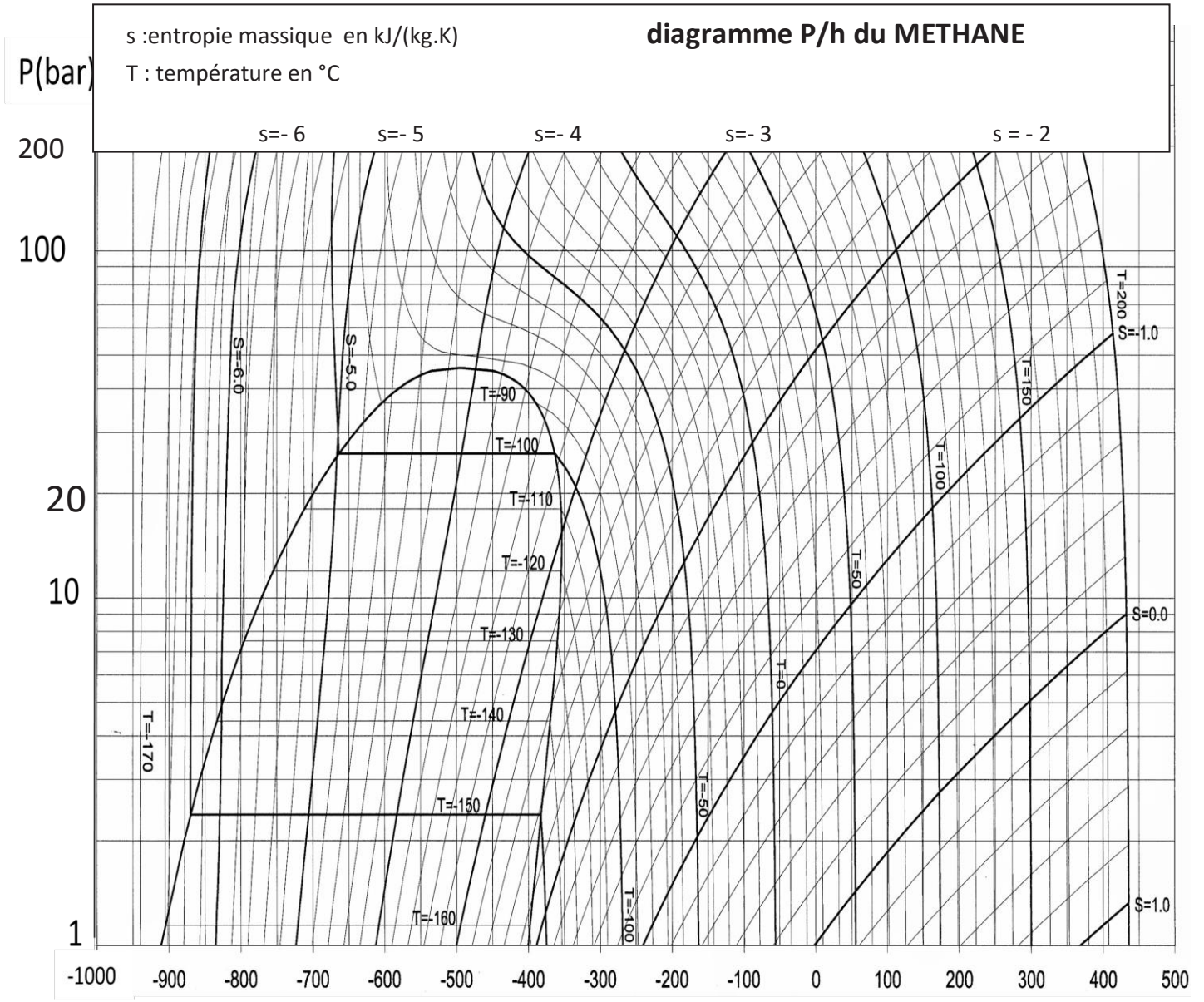
26. A partir de la définition de la résistance thermique R_i , restituer le raisonnement permettant d'en retrouver l'expression fournie ($R_i = \frac{e}{4\pi\lambda_i b^2}$), en calculant littéralement les grandeurs physiques pertinentes (Veiller à établir un raisonnement algébrique correct).

-----fin du problème-----

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

point	i	0	1	2	3	4	5
T (°C)	25	7	-43		7		7
P(bar)	1	1	1	5	5	25	25
état	gaz						

point	6	7	8	9	10	f
T (°C)		-63			-162	-162
P(bar)	100	100	100	1	1	1
état					gaz	L



L'axe des pressions est en échelle logarithmique

h : enthalpie massique (kJ.kg⁻¹)

