Oral II

INTERROGATION MATHEMATIQUES

COMMENTAIRE GENERAL

A) DESCRIPTION

La durée de l'oral est d'une heure : trente minutes en salle de préparation et trente minutes de passage devant l'examinateur. Chaque planche se termine par une ou deux questions de cours ; ces dernières minutes ne sont pas à négliger car elles apportent un bonus ou un malus selon la justesse et la précision des réponses.
Le même sujet (composé d'un ou deux exercices suivant la longueur) est donné simultanément dans les six jurys deux ou trois fois de suite. Ainsi, de 12 à 18 candidats « planchent » sur le même texte. Une réunion d'harmonisation des notes entre les différents jurys a lieu à la fin de chaque demi-journée.

B) PREPARATION

La préparation est une étape importante de l'oral mais il est rappelé aux futurs candidats que seul le passage devant l'examinateur est noté.
Certains candidats qui n'ont pas réussi à faire l'exercice en préparation arrivent devant l'examinateur complètement démontés n'ayant rien à exposer ; dans une telle situation, la fin du temps de préparation peut être utilisée pour se rappeler les théorèmes importants du (ou des) chapitres concerné(s) par l'exercice afin de pouvoir les utiliser lors de la planche. Il arrive fréquemment qu'une indication du jury débloque le candidat et lui permette d'avancer dans le sujet proposé.
A l'inverse, certains candidats ayant bien avancé en préparation ont bien du mal à présenter convenablement ce qu'ils ont fait, allant jusqu'à vouloir donner leurs brouillons à lire aux examinateurs.

C) PASSAGE

Malgré quelques candidats rapides, les examinateurs ont trouvé les candidats plus lents que les années précédentes, peut-être l'interdiction des calculatrices en préparation en est-elle responsable. Ils ont apprécié les candidats qui, dans un esprit de rigueur, ont rappelé systématiquement les définitions des notions utilisées et les hypothèses des théorèmes employés.
Ils rappellent aux futurs candidats qu'il s'agit d'une épreuve orale : il n'est pas utile de lire le texte au jury mais il est bien d'exposer la méthode choisie et d'énoncer les calculs effectués et les propriétés ou théorèmes utilisés. Le travail effectué en préparation doit être exposé et non pas seulement recopié au tableau.

ANALYSE PAR PARTIE

L'analyse est le domaine où les méthodes sont le mieux connues ; les difficultés les plus nombreuses se trouvent en algèbre linéaire (même de base) .

a) **FORMULES DE TRIGONOMETRIE :** une partie non négligeable des candidats connaît les formules de base ou sait les retrouver mais a du mal à calculer des expressions comme $\sin((n-1)\pi-x)$ en fonction de $\sin(x)$ sans développer ou l'image d'un point d'un plan par une rotation de centre l'origine et d'angle $4\pi/3$.

b) **MAJORATIONS D'EXPRESSIONS :** En analyse cependant, trop de valeurs absolues sont encore oubliées dans les majorations ou manipulées avec difficulté. Un candidat ayant pourtant relativement bien commencé à buter sur la majoration de $|a-b|$ alors qu'il avait remarqué que les deux quantités a et b étaient dans l'intervalle $[-1,1]$.

c) **SERIES :** le critère de d' Alembert est parfois mal utilisé (dans un exercice, plus de moitié des candidats ont affirmé que si la série _anzn avec an non nul avait un rayon de convergence infini, le rapport an+1/an tendait nécessairement vers 0). Les autres méthodes pour prouver la convergence d'une série ne sont pas toujours connues ou utilisées sans rigueur. Notamment, les théorèmes de comparaison sont utilisés sur des séries numériques de signe quelconque (la même remarque s'appliquant à l'étude de la convergence d'intégrales).

D) Intégration : la convergence des intégrales impropres est mieux traitée que les années précédentes. Dans ce chapitre, les intégrations par parties ou les changements de variables en dehors des segments sont étudiés avec plus de soin. Pour étudier la continuité d'une intégrale à paramètre, la continuité de la fonction à intégrer est souvent mal énoncée (« la fonction à intégrer est continue par rapport à chacune des deux variables ») quand elle n'est pas omise alors que la condition de domination est moins oubliée qu'auparavant.

e) **Fonctions de plusieurs variables :** Dans les études d'extrema, les formules de Monge (non explicitement au programme) sont connues mais leur lien avec la formule de Taylor-Young à deux variables (au programme) a bien du mal à être explicité. Les formules sont utilisées dans des cas inutiles (exemple : étude des extrema de f(x,y)=x_exp(x_+y_)) et les méthodes mises en place de façon automatique (exemple : pour étudier l'existence d'un extremum en (0,0,0) de la fonction f(x,y,z)=x_-y_+zx-1, un candidat à poser x=0+h, y=0+k et z=0+t…).

f) **Géométrie** : le tracé d'une courbe paramétrée s'est révélé être un exercice difficile et mal maîtrisé même en coordonnées cartésiennes. C'est dommage car le tracé n'était en général que le prélude à l'étude de la développée ou à l'étude d'une propriété de la courbe. Les connaissances utiles au calcul d'un plan tangent ou d'une développée sont acquises mais les calculs prennent un temps fou. Par contre, la reconnaissance d'une conique ou d'une quadrique par sa forme réduite dans un repère orthonormal est mieux connue. Les coordonnées polaires sont méconnues.

g) **Calcul matriciel :** les méthodes de diagonalisation d'une matrice sont connues même si elles sont parfois appliquées de façon trop systématique ce qui alourdit certains calculs. Ainsi, pour une matrice symétrique réelle d'ordre 4 avec deux valeurs propres distinctes(une simple et une triple), certains candidats ont besoin d'avoir fini le calcul des dimensions des divers sous-espaces propres pour savoir si la matrice proposée est diagonalisable: le fait que les deux sous-espaces recherchés étaient orthogonaux évitait la résolution d'un système de rang trois pour trouver un vecteur propre attaché à la valeur propre simple.

h) **Algèbre linéaire :** c'est de loin la partie du programme la plus mal comprise ; même les candidats ayant réussi un autre exercice ont bien du mal à résoudre seuls un exercice d'algèbre linéaire élémentaire. Ainsi, l'exercice suivant : « Soit f un endomorphisme de E, espace vectoriel réel. Prouver que Ker f =Ker fof si et seulement si Im f _ Ker f={0_E} » a nécessité plus de 10 minutes au tableau à un candidat qui avait présenté proprement et en moins d'un quart d'heure l'exercice qui lui avait été proposé en préparation.

i) **Questions de cours :** Les réponses sont nettement plus nombreuses qu'il y a deux ou trois ans. Il est attendu un énoncé complet où la nature des objets manipulés est stipulée ainsi que les hypothèses. Ainsi, avant d'énoncer le théorème du rang, il est bien de préciser qu'il s'applique aux applications linéaires entre espaces vectoriels de dimension finie. Pour ce théorème, il est trop souvent restreint aux endomorphismes et provoque bien des hésitations dans le cas général. Il est de plus à noter que certains candidats récitent par cœur l'énoncé demandé sans en avoir compris tous les termes ; notamment, dans les théorèmes des séries de Fourier, la définition d'une fonction continue ou de classe C^1 par morceaux n'est pour ainsi dire jamais complète (bien qu'elle ait fait l'objet d'une question à l'écrit les deux dernières années) ; de même, un certain nombre de candidats n'ont pas su expliciter la définition du fait qu'un polynôme est scindé après avoir énoncé cette propriété comme critère de triangularisation .

Nous espérons que ces quelques remarques aideront les prochains candidats à préparer leurs oraux.

L'oral s'est déroulé sans calculatrices ce qui sera renouvelé.

Exercices posés :
(en préparation)

Un exercice :

Analyse		42
Algèbre linéaire	15	
Géométrie	10	
Analyse-géométrie	2	
Analyse-algèbre	4	

Deux exercices :

Analyse		4
Analyse-géométrie	9	
Analyse-Algèbre	4	

Total :	90

Bilan

_ Méthodes au programme mieux connues mais

_ Mise en oeuvre particulièrement lente (surtout si elles nécessitent un peu de calcul ou des formules trigonométriques.)

_ Utilisation maladroite par manque d'aisance et d'appropriation des résultats du cours

_ Algèbre linéaire = domaine le moins maîtrisé.

Chaque étudiant termine son oral par une **question de cours**.

_ Réponses nettement plus complètes

_ Méconnaissance des mots utilisés (comme polynôme scindé, fonctions continues ou C^1 par morceaux) .